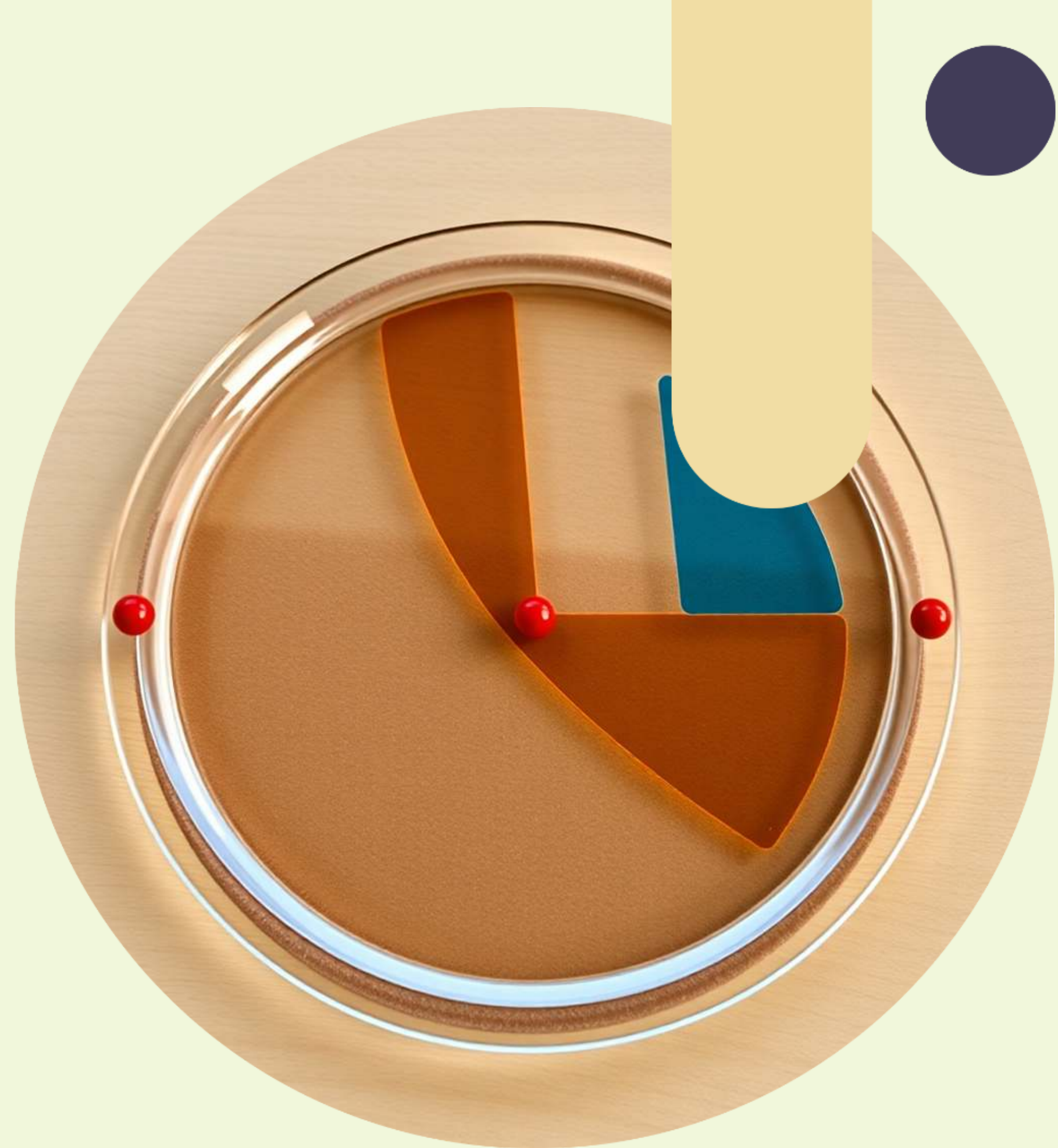


Централь ные и вписанные углы в окружнос ти

Как связаны дуга, угол
и окружность?





Углы в окружности вокруг нас

Часы, колёса, спортивные разметки и чертежи постоянно показывают окружность. В таких задачах важно быстро понимать, какой угол дан и с какой дугой он связан. Это делает тему удобной и полезной для геометрии.

Основные элементы окружности



Центр

Это точка внутри окружности, от которой до любой точки на линии окружности расстояние одинаково. Именно от центра удобно отсчитывать радиусы и строить центральные углы.



Радиус

Радиус соединяет центр окружности с любой её точкой. Все радиусы одной окружности равны, поэтому они помогают сравнивать части фигуры и находить длины в задачах.



Диаметр

Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он состоит из двух радиусов, поэтому всегда вдвое больше любого радиуса этой же окружности.



Хорда

Хорда соединяет две точки окружности, но не обязана проходить через центр. Из хорд строят вписанные углы, а по их положению часто определяют нужную дугу.



Дуга

Дуга — это часть окружности между двумя точками. Именно с дугой сравнивают градусную меру центрального и вписанного углов, поэтому её нужно уметь точно находить.

Центральный угол и его дуга



Вершина в центре

Центральный угол образуют два радиуса, поэтому его вершина находится в центре окружности. Такой угол всегда связан с дугой, на которую он опирается.

Равенство дуге

Градусная мера центрального угла совпадает с градусной мерой соответствующей дуги. Если дуга измеряется в 120° , то и угол имеет ту же величину.

Как узнать угол

Когда на рисунке отмечена дуга, достаточно посмотреть, какой угол ей соответствует. Для центрального угла не нужно делить значение пополам: берётся сама дуга.

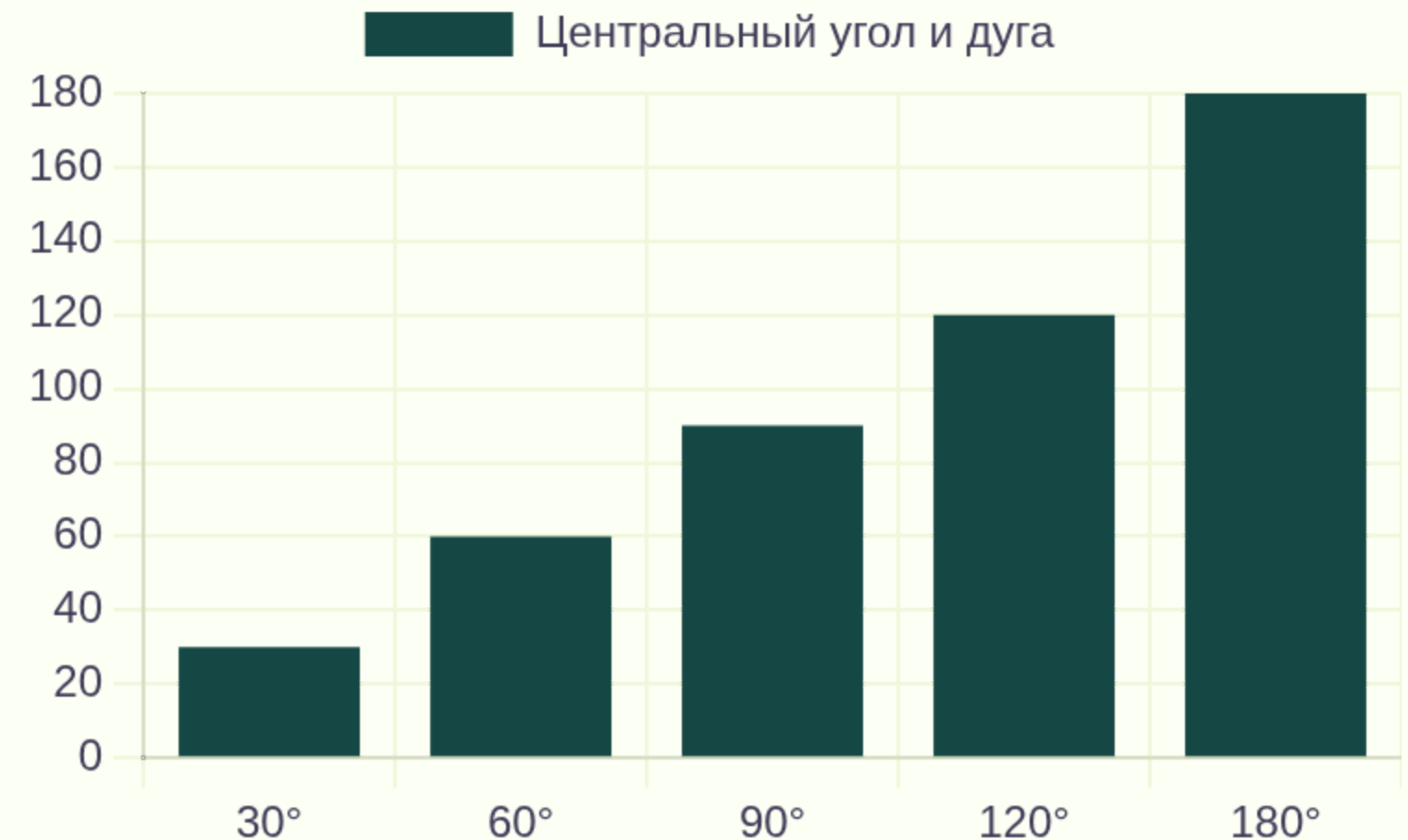
Полезная проверка

Если ответ не совпадает с размером дуги, значит, в решении допущена ошибка. Это простое правило помогает быстро проверить вычисления в тетради.

Связь центрального угла с дугой

На каждой паре значений видно прямое совпадение: центральный угол повторяет размер дуги.

Если дуга увеличивается, центральный угол меняется на ту же величину и сохраняет равенство.



Свойство центрального угла и дуги в школьной геометрии.

50°

**получается, если дуга
равна 100° и угол
берётся как её половина**

Вписанный угол всегда удобно находить через дугу: его величина вдвое меньше соответствующей дуги. Это помогает быстро решать задачи и проверять ответ по рисунку.

Сравнение центрального и вписанного углов

Признак	Центральный	Вписанный
Вершина	центр	окружность
Стороны	2 радиуса	2 хорды
Мера	равна дуге	половина дуги

Основные свойства углов
в окружности.

Таблица показывает, чем
отличаются эти углы и что у них
общего.

Один и тот же участок
окружности задаёт разные углы
в зависимости от положения
вершины.

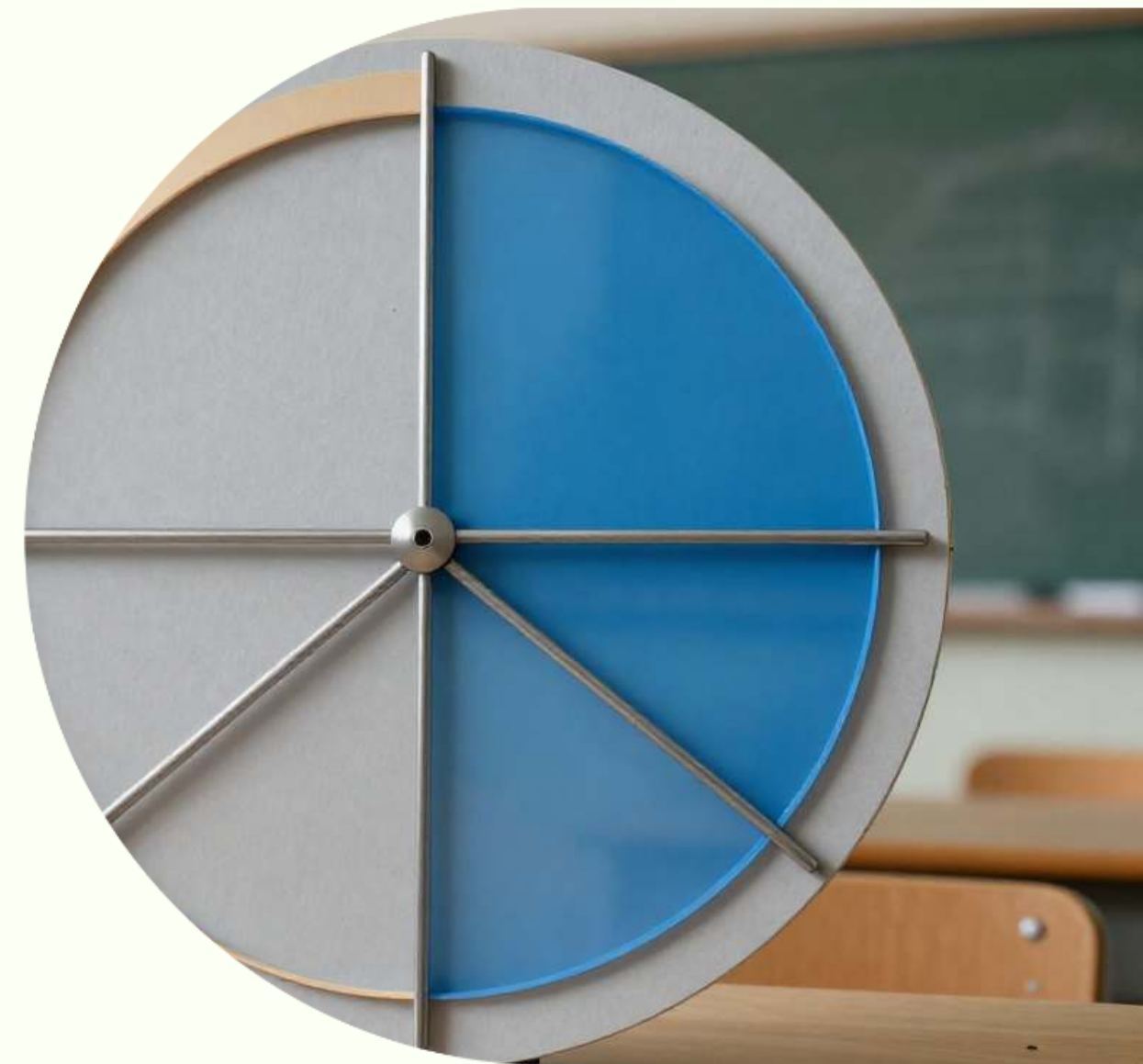
Одна дуга — два разных угла

1 Центральный угол

Если оба угла опираются на одну дугу, центральный угол всегда показывает её величину полностью. Поэтому он вдвое больше вписанного и удобен для быстрого сравнения.

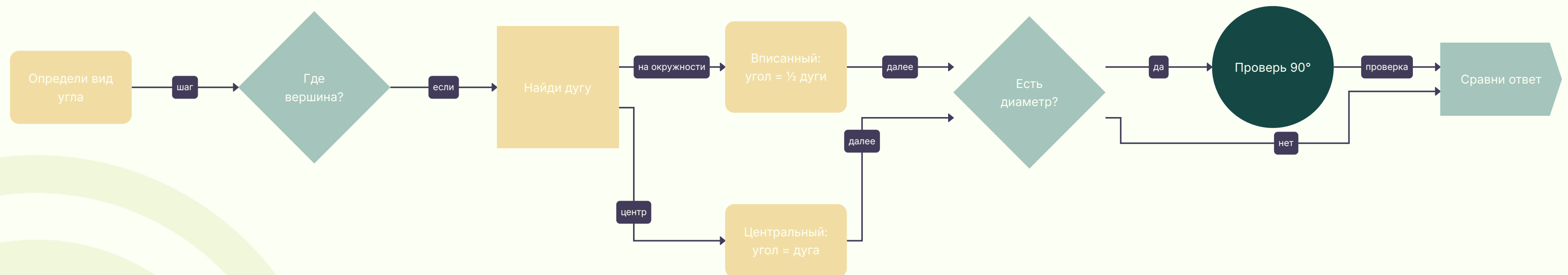
2 Вписанный угол

Вписанный угол берёт только половину той же дуги. Значит, по известной дуге можно сразу найти его значение и проверить, правильно ли построен чертёж.

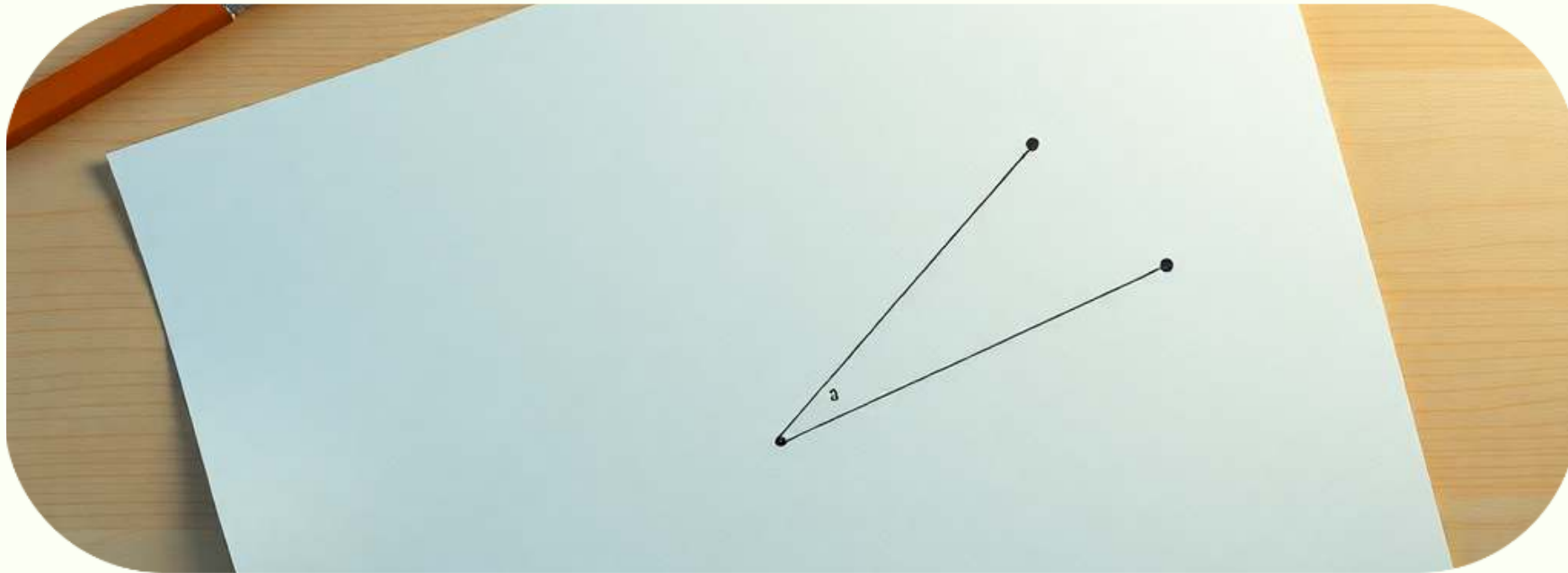


Алгоритм решения задач на углы окружности

Последовательность действий по свойствам центрального и вписанного углов

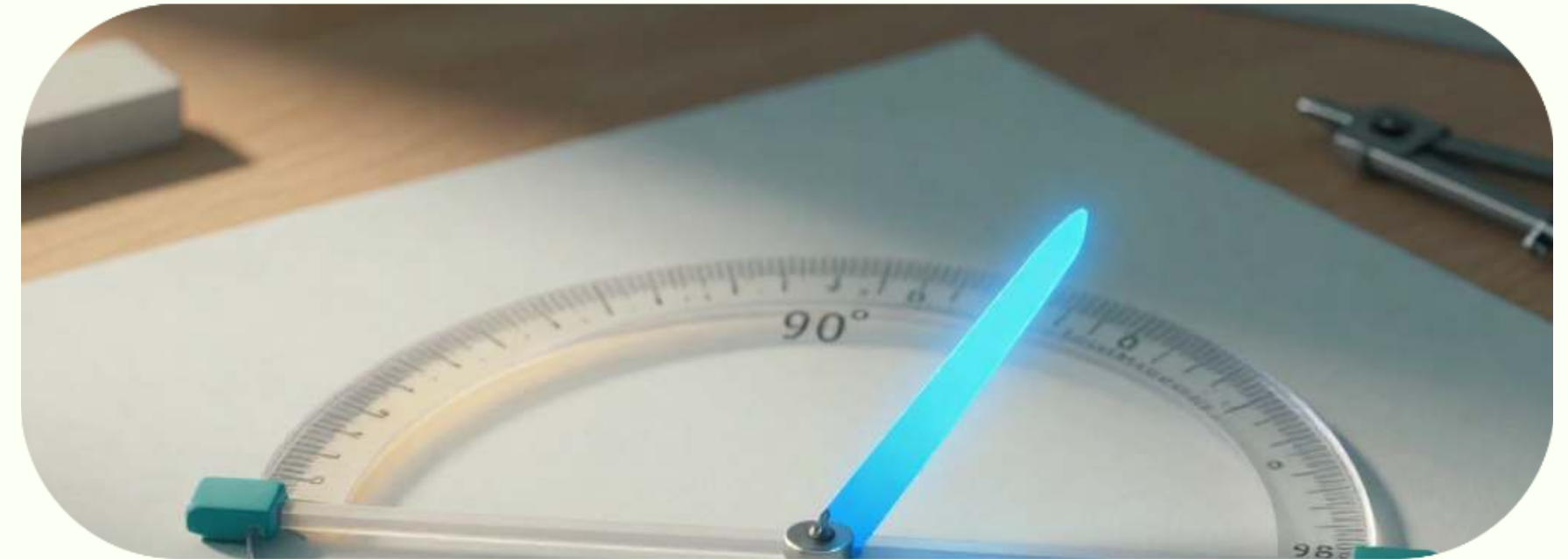


Вписанный угол, опирающийся на диаметр



Когда линия становится диаметром

На чертеже диаметр можно узнать по двум точкам окружности, соединённым через центр. Если вершина вписанного угла лежит на окружности, а его стороны проходят через концы диаметра, угол обязательно прямой. Это удобно запоминать как проверку для задач и рисунков.



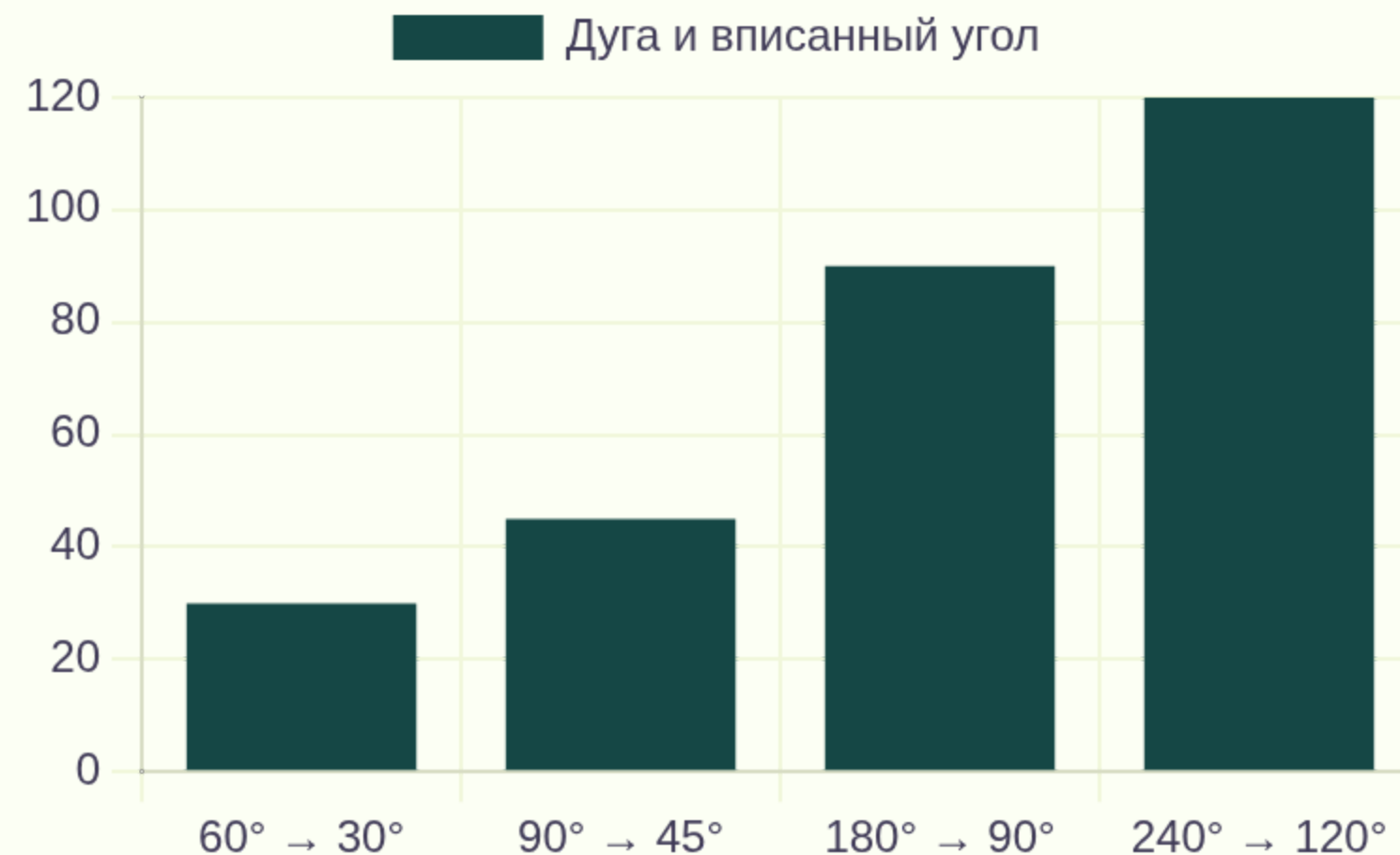
Почему получается прямой угол

Полуокружность имеет меру 180° , а вписанный угол, опирающийся на неё, равен половине дуги. Поэтому результат всегда составляет 90° . Это свойство часто помогает быстро находить неизвестный угол без длинных вычислений и замечать ошибки в готовом решении.

Числовые примеры для закрепления правила

Во всех примерах вписанный угол меньше соответствующей дуги в два раза, независимо от величины самой дуги.

Данные подтверждают устойчивое правило: вписанный угол всегда равен половине дуги, на которую он опирается.



Составлено по правилу вписанного угла, 2024

Обратные задачи по окружности

1

Если дан вписанный угол

Сначала умножьте его градусную меру на два, чтобы получить дугу. Затем, если нужно, по этой же дуге сразу найдите центральный угол, потому что он равен дуге.

2

Если дан центральный угол

Его мера совпадает с дугой, на которую он опирается. После этого вписанный угол на той же дуге находится делением на два, без лишних построений.

3

Проверяйте тип угла

В обратных задачах важнее всего не число, а вид угла на рисунке. Ошибка возникает тогда, когда вместо центрального угла используют правило для вписанного или наоборот.

Типичные ошибки при решении задач

Ошибка	Причина	Как правильно
Хорда вместо радиуса	Путают отрезки	Смотреть на центр
Не та дуга	Несколько дуг	Выбирать нужную
Угол на диаметре	Забывают правило	Ответ 90°

Таблица помогает быстро увидеть, где чаще всего возникает неточность и как исправить рассуждение.

Большинство ошибок связано не с вычислениями, а с невнимательным чтением рисунка и неверным выбором дуги.

Термины темы на одной схеме



Круг, где всё связано

На схеме легко увидеть центр, радиус и диаметр как основу окружности. От центра к точке на окружности идет радиус, а хорда соединяет две точки без прохождения через центр.



Дуги и углы рядом

По краю окружности отмечена дуга, на которую опираются два разных угла. Центральный расположен в центре, а вписанный — на окружности, поэтому один и тот же участок выглядит по-разному.

Свойства углов в одном круге

● Одна дуга — равные углы

Если два вписанных угла опираются на одну и ту же дугу, их меры совпадают. Это позволяет быстро находить неизвестный угол без дополнительных построений.

● Диаметр дает прямой угол

Вписанный угол, опирающийся на диаметр, всегда равен 90° . Это удобно проверять на чертеже, особенно когда в задаче есть полуокружность.

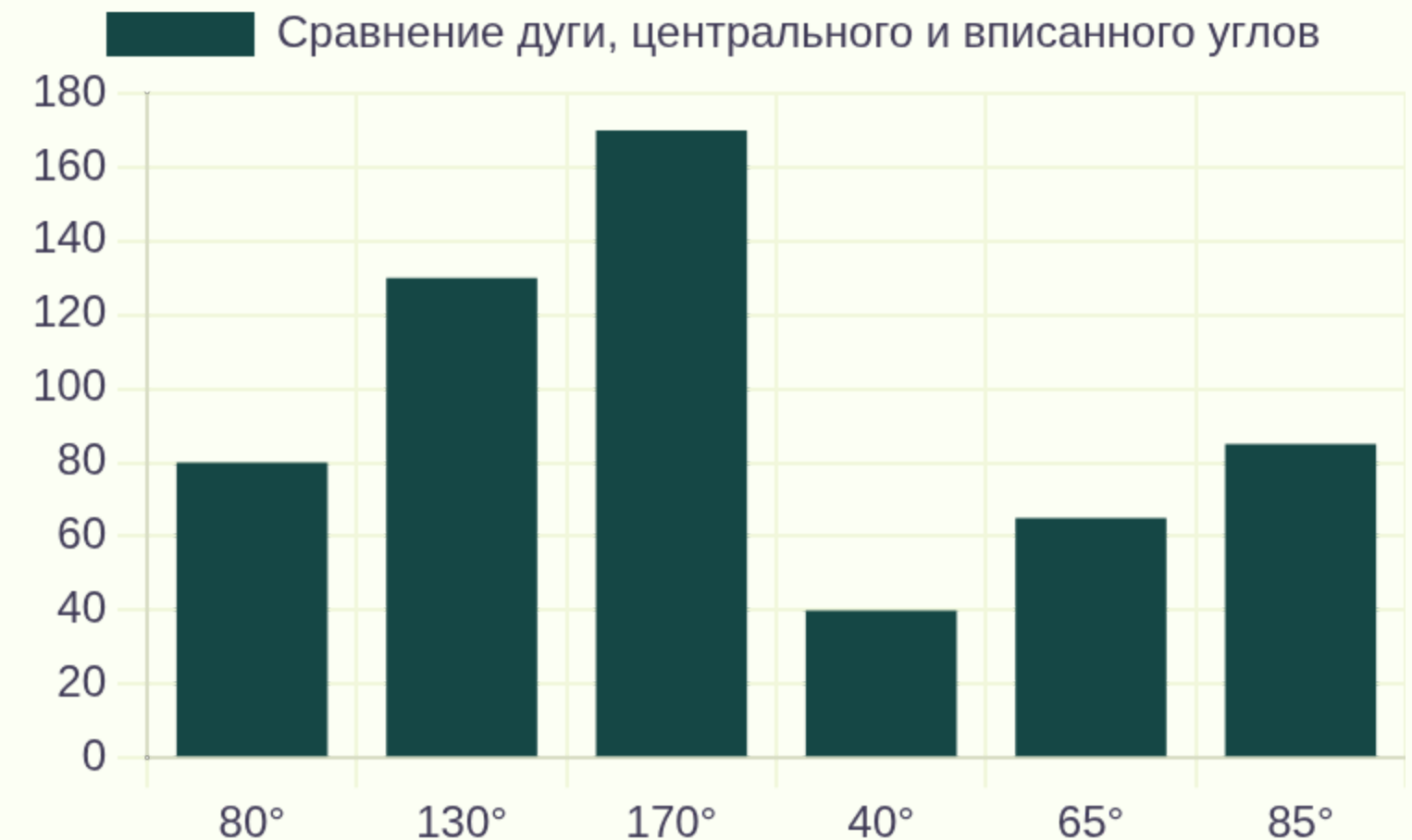
● Центральный угол больше

Для одной и той же дуги центральный угол всегда в два раза больше вписанного. Такое сравнение помогает сразу оценить правильность ответа и увидеть ошибку.

Сравнение формул на нескольких примерах

На рисунке удобно сопоставлять значения для одной и той же дуги и сразу видеть, как меняются оба угла.

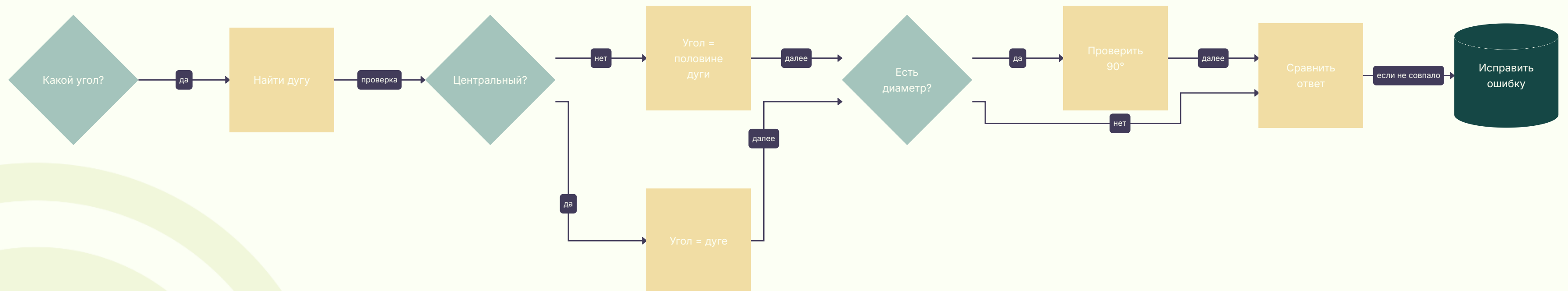
Центральный угол совпадает с дугой, а вписанный стабильно составляет её половину, независимо от выбранного числа.



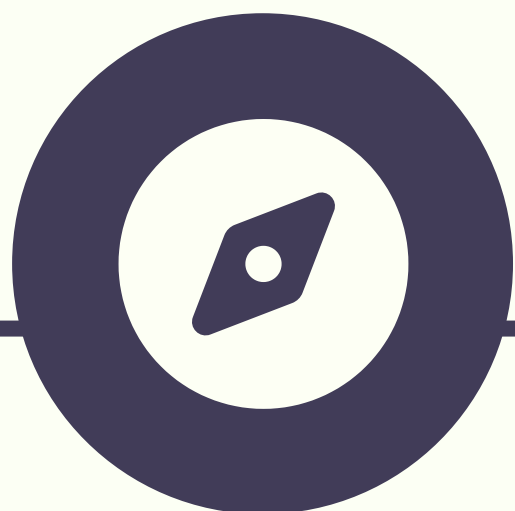
Составлено по правилам
центрального и вписанного углов, 2024

Как проверить правильность решения

Пошаговая проверка по рисунку и правилу дуги



Применение темы в задачах и реальной жизни



Навигация

На картах и схемах углы помогают понимать направление и строить поворот по дуге. Это особенно полезно при чтении чертежей и маршрутных обозначений.



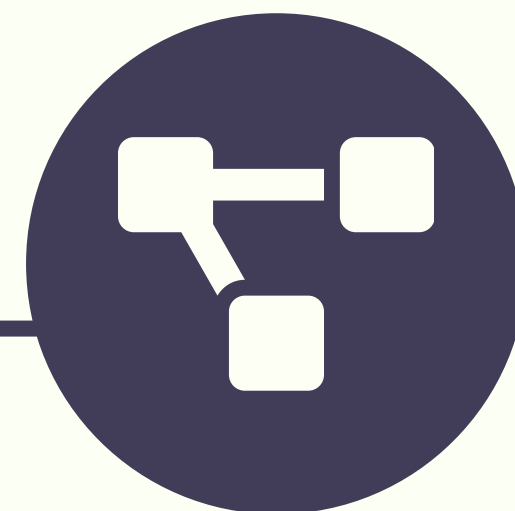
Архитектура

В арках, куполах и круглых элементах зданий используют окружности и дуги. Умение находить углы помогает точнее читать проект и понимать форму конструкции.



Черчение

При построении окружностей, деталей и эскизов нужно точно отмечать хорды, дуги и углы. Ошибка в одном значении меняет весь чертеж.



Школьные задачи

Чаще всего требуется найти неизвестный угол или дугу по уже известным данным. Тема учит аккуратно читать рисунок и работать с числами без спешки.

Краткая памятка по теме

Ситуация	Соотношение	Результат
Центральный и дуга	равны	угол = дуге
Вписанный и дуга	половина	угол вдвое меньше
На диаметре	полуокружность	90°
Одна дуга	общая дуга	вписанные равны

Основные свойства углов
в окружности, 2024

Памятка собирает самые важные соотношения в одном месте и помогает быстро вспомнить правило перед решением задачи.

Эти четыре правила покрывают большинство школьных задач на окружность и позволяют быстро выбрать нужную формулу.



Главное правило окружности

Запомнить нужно два соотношения:
центральный угол равен дуге, а вписанный —
её половине. Эти правила делают задачи
на окружность понятными и проверяемыми
по рисунку.