

Расстояние между двумя точками, заданными координатами

Научимся находить длину отрезка по координатам точек.

Координаты помогают измерять

01

Координатная плоскость позволяет определить положение точки числами, а затем вычислить расстояние между точками без линейки. Это соединяет геометрию с алгеброй и делает задачу точной и удобной.

Как задаются две точки на плоскости

Запись точки

Каждая точка задаётся парой чисел: сначала абсцисса, затем ордината. Для точки А пишут $A(x_1; y_1)$, а для точки В — $B(x_2; y_2)$, не меняя порядок координат.

Горизонталь и вертикаль

Абсцисса показывает смещение вправо или влево, а ордината — вверх или вниз. Поэтому по координатам сразу видно, как расположена точка относительно осей.

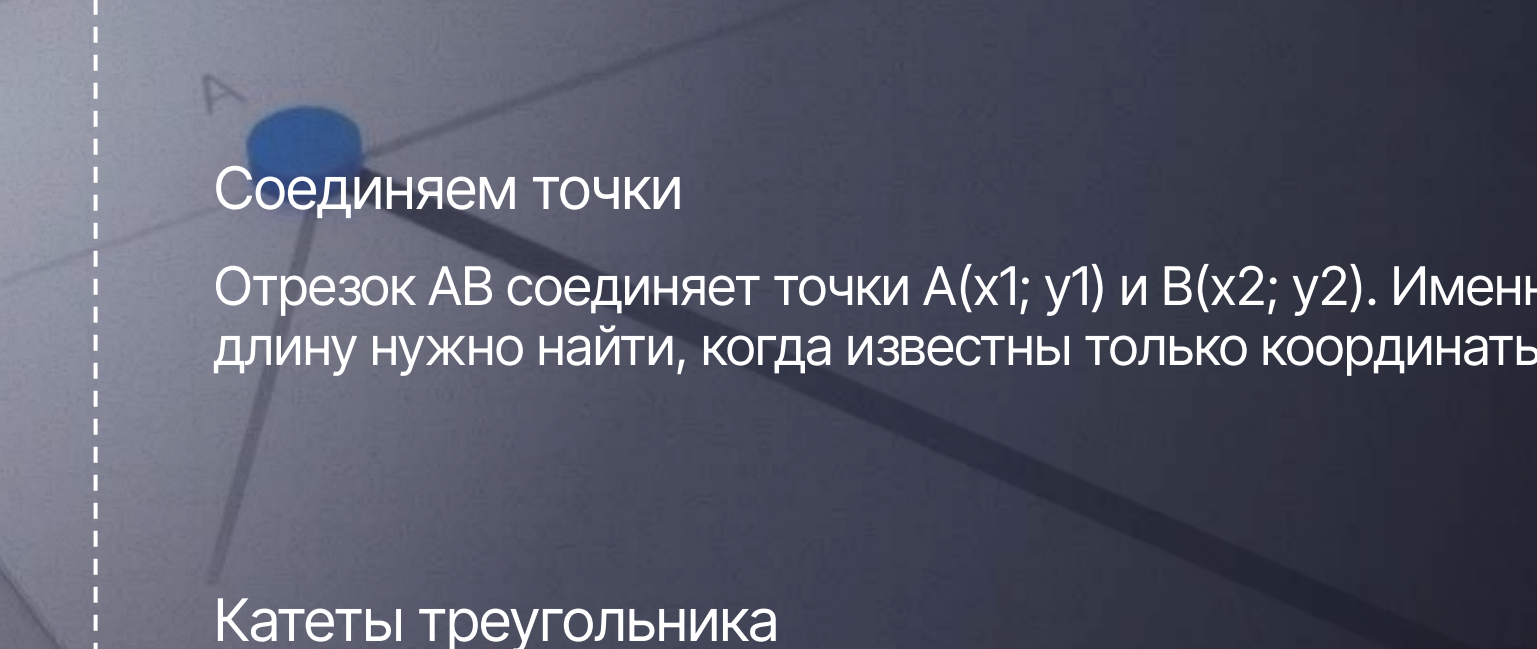
Работа на сетке

Если точки отметить на координатной сетке, между ними можно мысленно или на рисунке провести отрезок АВ. Это помогает увидеть, какие измерения потребуются для расчёта.

Точность записи

Перед вычислениями важно аккуратно выписать координаты каждой точки и не перепутать x и y . Даже одна ошибка в записи приведёт к неверному ответу.

Геометрический смысл расстояния между точками



Соединяем точки

Отрезок АВ соединяет точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Именно его длину нужно найти, когда известны только координаты концов.

Катеты треугольника

Катеты этого треугольника равны $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$. Эти значения показывают, насколько точки разошлись по горизонтали и по вертикали.

Строим вспомогательные линии

Через точки проводят прямые, параллельные осям Ox и Oy . Они помогают выделить прямоугольный треугольник, в котором легче измерять стороны.

Гипотенуза как ответ

Сам отрезок АВ становится гипотенузой. Поэтому его длина выражается через два катета, а не находится прямым измерением на рисунке.

Как находят расстояние между точками

Алгоритм вычисления по координатам $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$



2

**координаты каждой точки
входят в расчёт длины
отрезка**

Формула расстояния между двумя точками на координатной плоскости

Две координаты каждой точки дают полный набор данных для вычисления расстояния на плоскости.

Связь с теоремой Пифагора

01

Построение треугольника

Если из точек провести линии, параллельные осям, получится прямоугольный треугольник. Его удобно использовать, потому что длина искомого отрезка становится стороной треугольника.

02

Катеты по разностям

Одна сторона треугольника равна $|x_2 - x_1|$, другая — $|y_2 - y_1|$. Эти отрезки показывают реальные смещения по горизонтали и вертикали между точками.

03

Применение правила

Для прямоугольного треугольника выполняется $c^2 = a^2 + b^2$. Здесь гипотенуза — это АВ, а катеты — разности координат, поэтому можно сразу записать нужную формулу.

04

Почему появляется корень

Сначала находят сумму квадратов катетов, а потом извлекают квадратный корень. Так получают длину отрезка, а не квадрат длины.

Частные случаи формулы расстояния

В простых ситуациях общая формула даёт привычные результаты и помогает быстро проверить вычисления.

Если точки лежат на одной линии или совпадают, общая формула упрощается до более короткой записи.

Ситуация	Результат	Пример
Горизонталь	$ x_2 - x_1 $	$y_1 = y_2$
Вертикаль	$ y_2 - y_1 $	$x_1 = x_2$
Совпадение	0	$A = B$
Диагональ квадрата	$a\sqrt{2}$	$(0; 0), (a; a)$

Частные случаи формулы расстояния на координатной плоскости

Как разности координат влияют на длину отрезка



На диаграмме показаны длины для нескольких пар разностей координат. Значения записаны как результаты формулы расстояния.

Чем больше обе разности, тем длиннее отрезок; вклад одной оси нельзя заменить увеличением только другой.

Расчёт по формуле $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, учебные примеры

Почему используются модули и квадраты



Разность может быть отрицательной

Если из меньшего числа вычесть большее, получится отрицательное значение. В задаче это не проблема, потому что дальше разность всё равно возводят в квадрат.



Квадрат убирает знак

После возведения в квадрат отрицательное число превращается в положительное. Поэтому в формуле расстояния знак разности не влияет на итог.



Ответ не может быть отрицательным

Расстояние — это длина отрезка, а длина не бывает меньше нуля. Формула автоматически даёт неотрицательный результат, как и должно быть.



Модуль в частных случаях

Если точки лежат на одной горизонтали или вертикали, удобно записывать ответ через модуль. Он показывает только величину смещения, без направления движения.

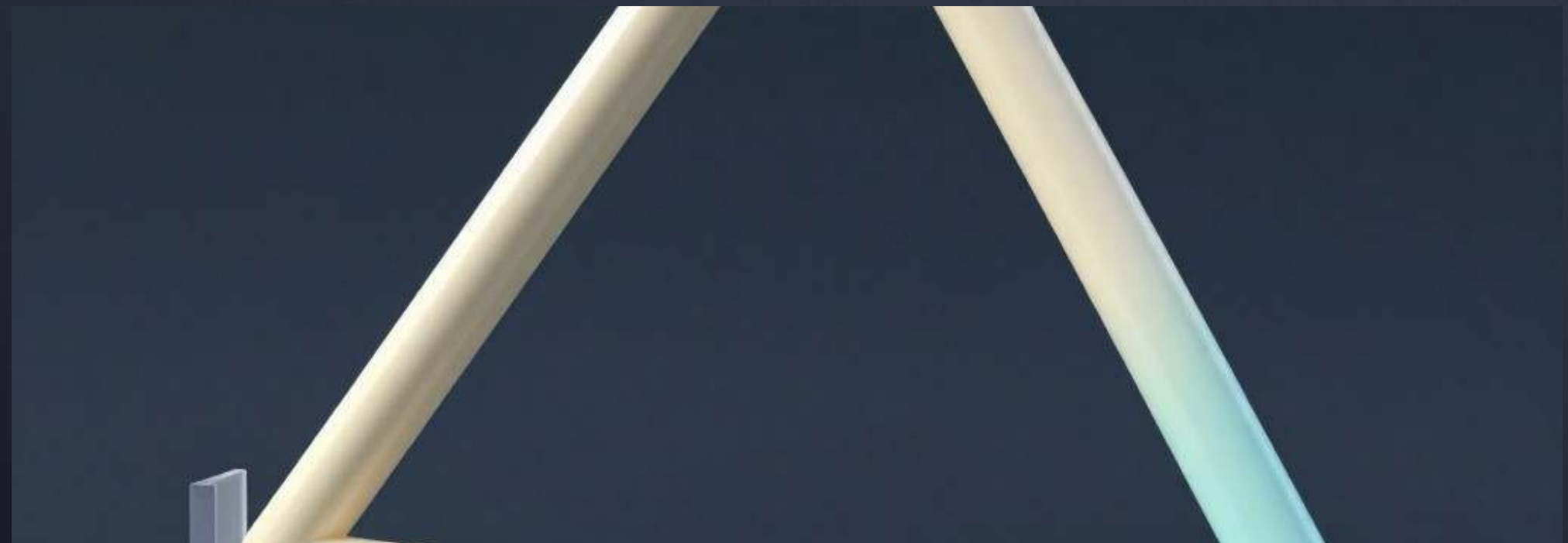
Пример вычисления с целыми координатами

Точки на сетке

На координатной плоскости отмечают точки $A(1; 2)$ и $B(5; 5)$, затем соединяют их отрезком. По клеткам видно, что горизонтальное смещение равно 4, а вертикальное — 3. Именно эти значения станут катетами вспомогательного прямоугольного треугольника.

Классический результат

После подстановки в формулу получаем $AB = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5$. Это наглядный пример треугольника 3–4–5, поэтому на рисунке удобно подписать длину отрезка и показать прямой угол между вспомогательными линиями.



7,21

**единицы — примерно такова
длина отрезка CD между
точками с отрицательной
и положительной
координатами.**

Расчёт по формуле $AB = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ для точек C(-2; 1) и D(4; -3)

Отрицательные координаты не мешают вычислению:
важно правильно найти разности по осям и затем
применить формулу расстояния.

Сравнение ответов для разных пар точек

Точки	Разности	AB
(0; 0) и (0; 7)	0 и 7	7
(2; 1) и (6; 1)	4 и 0	4
(−1; −1) и (2; 3)	3 и 4	5
(3; 4) и (−1; 4)	4 и 0	4

Вычисления по формуле расстояния между двумя точками

В таблице показано, как одна и та же формула работает для точек в разных положениях на координатной плоскости.

Во всех примерах итог зависит только от разностей координат. Частные случаи подтверждают общий способ и помогают быстро проверять ответ.

Типичные ошибки при вычислении расстояния

Путают координаты

Часто абсциссу принимают за ординату и наоборот. Из-за этого разности получаются неверными, а весь дальнейший расчёт теряет смысл, даже если действия выполнены аккуратно.

Складывают вместо вычитания

Некоторые ученики подставляют в формулу сами координаты или складывают их между собой. Нужно работать именно с разностями, потому что расстояние строится на изменении положения точки.

Забывают квадрат

Если не возвести разности в квадрат, знак минус может исказить результат. Квадрат убирает направление и оставляет только величину отрезка по каждой оси.

Пропускают корень

Сумма квадратов ещё не равна длине отрезка. После сложения обязательно извлекают квадратный корень, иначе ответ будет больше реального расстояния на плоскости.

Не сверяют ответ

Полезно мысленно сравнить результат с рисунком. Отрезок не может быть короче каждого из катетов, а при совпадении точек расстояние должно быть равно нулю.

Проверка решения по шагам

Последовательность вычисления и быстрая проверка результата по рисунку и частным случаям.



Применение на карте и в чертеже

План города

На карте координаты позволяют найти прямое расстояние между двумя объектами без лишних измерений. Это удобно, когда нужно сравнить кратчайший путь между домом, парком или остановкой.

Чертёж и проект

В чертежах формула нужна для проверки размеров деталей и расстояний между элементами. Она помогает избежать ошибок, когда линейкой нельзя сразу измерить нужный прямой отрезок.

Школьная схема

На схеме спортплощадки или кабинета координаты помогают точно указать положение точек. Отрезок между ними показывает расстояние в условных единицах, а масштаб переводит его в реальные метры.

Практический смысл

Главное преимущество метода — точный результат по числам, а не по визуальной оценке. Поэтому формулу используют там, где важен именно кратчайший прямой путь между двумя точками.

Место темы среди других разделов геометрии

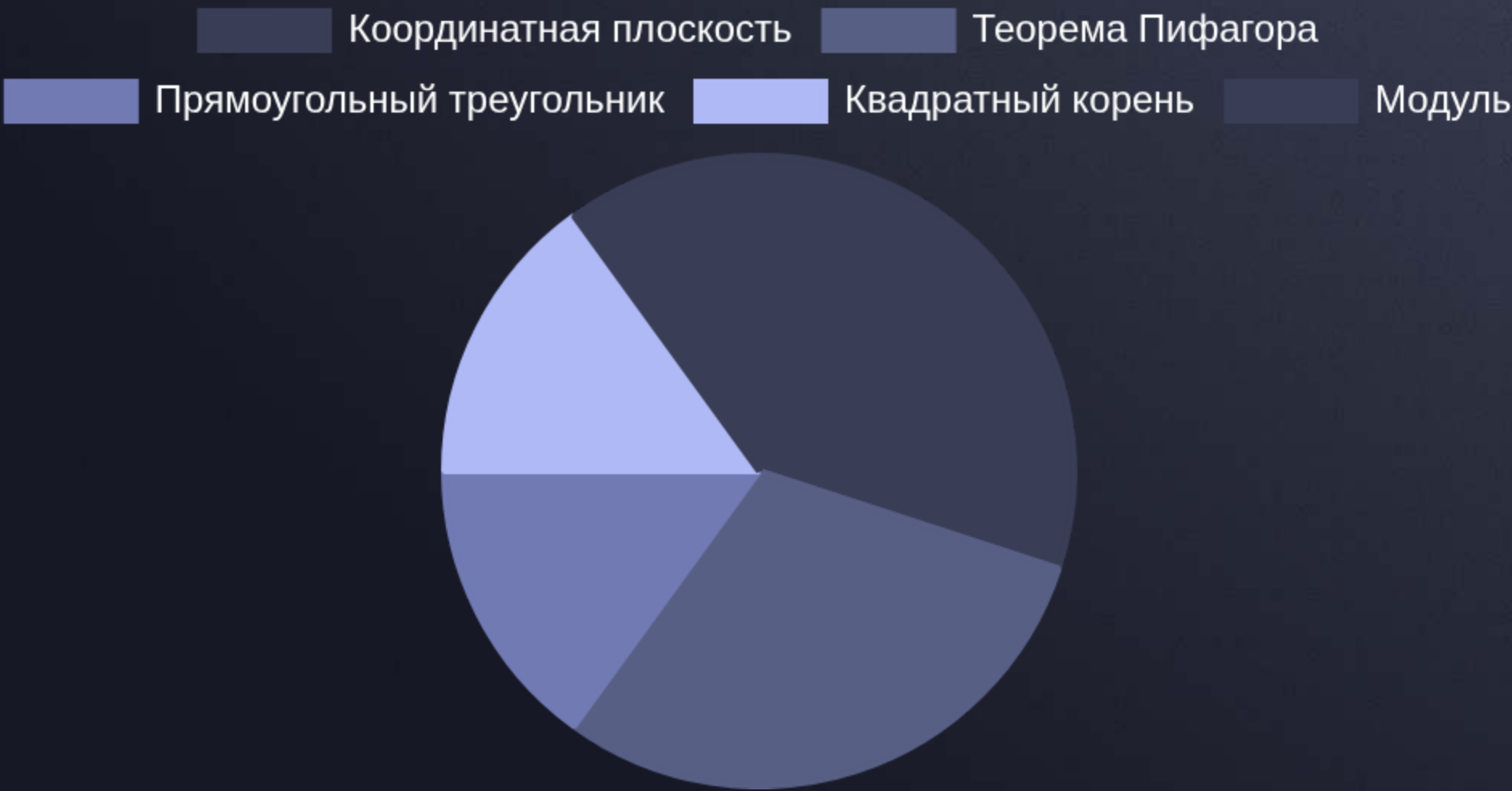


Диаграмма показывает, что тема опирается сразу на несколько математических идей. Особенно важны координатная плоскость и теорема Пифагора.

Формула расстояния соединяет геометрию и алгебру: сначала строится фигура, затем выполняются вычисления. Поэтому тема полезна для решения многих задач на плоскости.

Учебный материал по теме «Расстояние между двумя точками, заданными своими координатами»

Задания для закрепления материала

01

Одна вертикаль

Найдите расстояние между двумя точками с одинаковой абсциссой. Проверьте, совпадает ли ответ с модулем разности ординат и соответствует ли он рисунку на координатной сетке.

02

Одна горизонталь

Вычислите расстояние между точками с одинаковой ординатой. Сравните результат с модулем разности абсцисс и убедитесь, что формула даёт тот же ответ.

03

Диагональ квадрата

Проверьте формулу на вершинах квадрата, например на точках $(0; 0)$ и $(a; a)$. Такой пример помогает увидеть, почему появляется множитель $\sqrt{2}$.

04

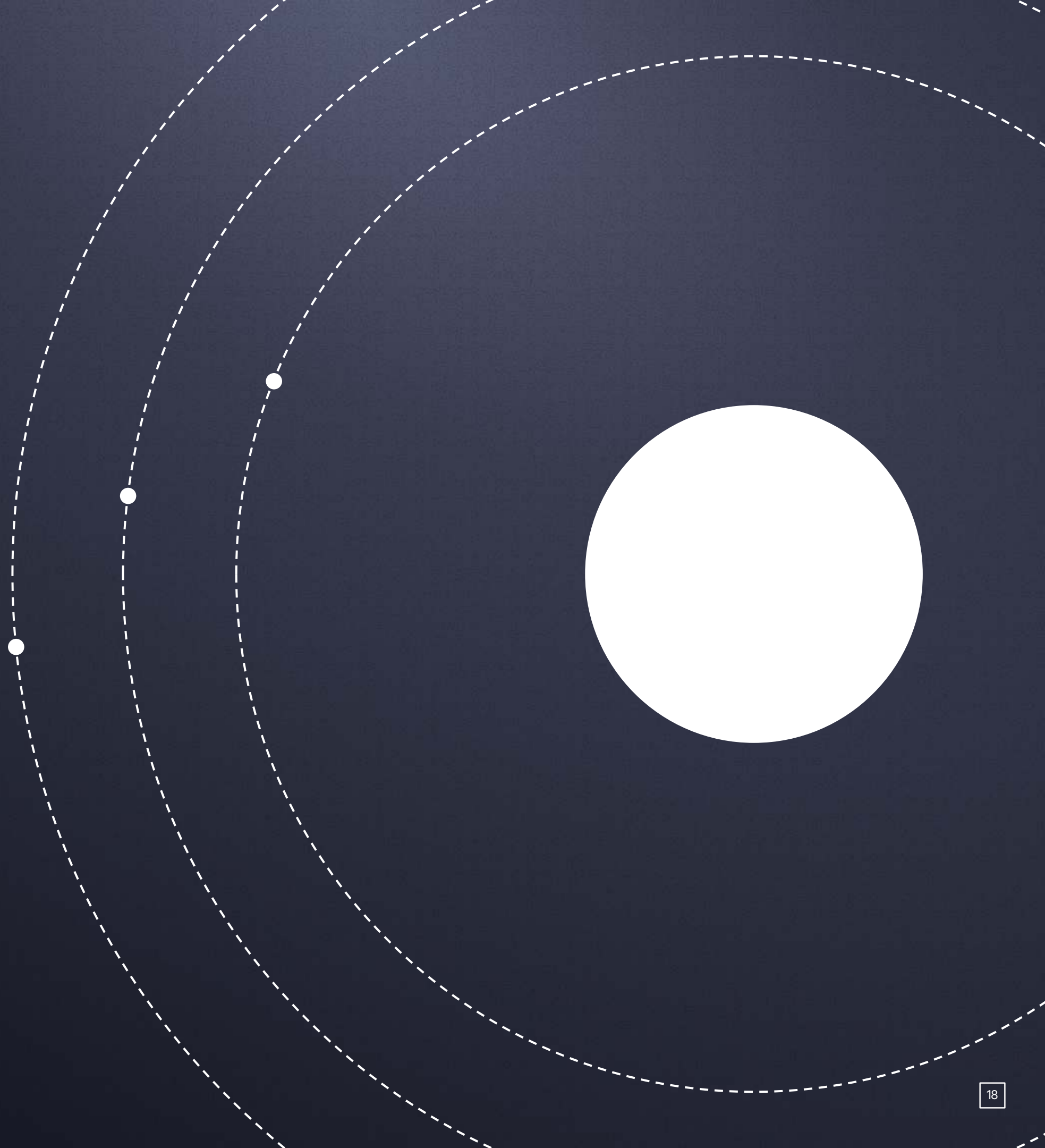
Отрицательные координаты

Решите задачу с точками, у которых есть отрицательные координаты. Главное — аккуратно найти разности, а затем выполнить все действия в правильном порядке.

05

Проверка по рисунку

После вычисления сравните ответ с длиной отрезка на сетке. Такая проверка помогает заметить ошибку, если результат явно не согласуется с изображением.



Памятка по формуле расстояния

Таблица помогает быстро вспомнить формулу, частные случаи и простой способ проверки результата перед записью ответа.

Если помнить порядок действий и частные случаи, вычисление становится быстрым и надёжным. Формула работает для любых точек на плоскости.

Часть	Что помнить	Как проверить
Формула	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	Подставить точки
Вертикаль/горизонталь	Модуль одной разности	Сверить с рисунком
Алгоритм	Разности, квадраты, сумма, корень	Ответ неотрицателен
Итог	Одна формула для всех точек	Сравнить с частным случаем

Обобщение правил темы «Расстояние между двумя точками»

Итог урока

Мы научились находить расстояние между двумя точками по их координатам, опираясь на теорему Пифагора. Эта формула удобна, универсальна и помогает уверенно решать геометрические задачи на плоскости.

