

---

# Решение систем уравнений методом подстановки

Выражаем, подставляем, проверяем —  
и находим пару решений.

# Системы и способ подстановки

Метод подстановки особенно удобен, когда одна переменная легко выражается через другую. Тогда две зависимости превращаются в одно уравнение, которое решается привычными школьными приёмами.



# Какие системы решает метод подстановки

01

## Два уравнения

Система  $2 \times 2$  состоит из двух уравнений и двух неизвестных, чаще всего  $x$  и  $y$ . Её ответом является не отдельное число, а пара значений.

02

## Пара подходит сразу

Решение должно одновременно удовлетворять обоим уравнениям. Если хотя бы одно равенство нарушается, пара чисел не подходит и не может считаться ответом системы.

03

## Удобные примеры

Метод подстановки особенно полезен в уравнениях вида  $x+y=7$  и  $x-y=1$  или  $2x+3y=12$  и  $x-y=1$ , когда одну переменную легко выразить.

# Что считается решением и как его проверить

Проверка помогает убедиться, что найденная пара чисел действительно подходит обеим строкам системы.

Если оба уравнения верны, решение найдено правильно; если нет, нужно пересчитать.

| Что делаем            | Зачем                      |
|-----------------------|----------------------------|
| Подставляем $x$ и $y$ | Проверяем первое уравнение |
| Повторяем подстановку | Проверяем второе уравнение |
| Сверяем равенства     | Ищем ошибку                |

Алгоритм проверки решения системы линейных уравнений

# Главная идея метода подстановки



## Удобная форма

Сначала выбирают уравнение, где одну переменную можно выразить особенно просто. Чем короче запись, тем меньше вычислений и тем ниже риск ошибиться.



## Подстановка

Затем полученное выражение подставляют во второе уравнение вместо выбранной переменной. Так исходная система исчезает, а остаётся одно уравнение с одним неизвестным.

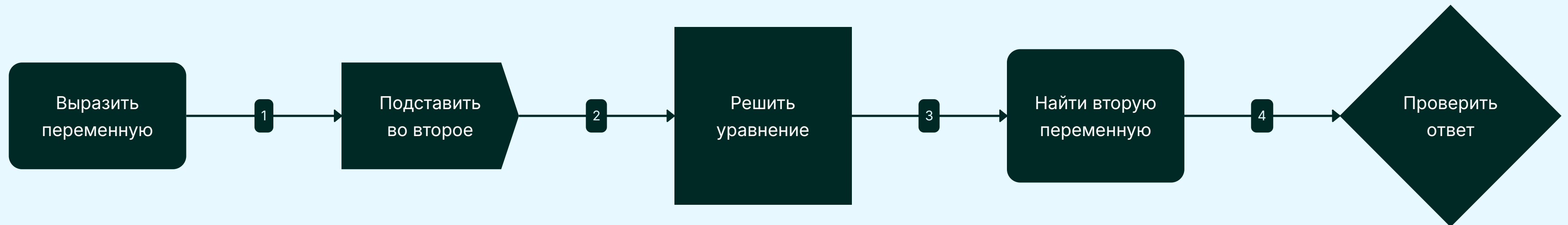


## Обратный шаг

После нахождения первой переменной возвращаются назад и вычисляют вторую. В конце обязательно проверяют ответ в обоих уравнениях, чтобы убедиться в правильности решения.

# Метод подстановки: 4 шага

Последовательность шагов показывает, как система с двумя переменными превращается в обычное уравнение.



# Пример 1: самая простая система

## 01 Условие задачи

Возьмём систему  $y=x+1$  и  $x+y=9$ .  
Здесь сразу видно, что  $y$  уже  
выражено через  $x$ , поэтому  
первый шаг получается особенно  
коротким и понятным.

## 02 Почему так удобно

Подставлять удобнее именно это  
выражение, потому что не нужно  
ничего дополнительно  
преобразовывать. Мы сразу  
переходим к работе со вторым  
уравнением и одним неизвестным.

## 03 Что покажет пример

В этом примере важно увидеть  
саму логику метода: одно  
уравнение помогает заменить  
переменную, а второе  
подсказывает, какое значение она  
должна иметь.

# Пример 1: подстановка и ответ

## Делаем подстановку

Подставляем  $y=x+1$  во второе уравнение и получаем  $x+(x+1)=9$ . Теперь система превратилась в обычное уравнение с одним неизвестным, которое легко решить.

## Находим $x$

Собираем похожие слагаемые:  $2x+1=9$ . После этого находим  $x=4$ , не забывая выполнить простые преобразования аккуратно и без пропуска шагов.

## Находим $y$

Теперь возвращаемся к первому уравнению:  $y=4+1=5$ . Это значение подходит, потому что мы использовали найденный  $x$  и сохранили исходную связь между переменными.

## Проверяем ответ

Проверяем оба уравнения:  $4+5=9$  и  $5=4+1$ . Ответ записываем парой чисел  $(4; 5)$ , потому что именно пара решает систему целиком.

# Пример 2: коэффициенты и скобки

01

## Записываем систему

Рассмотрим систему  $2x+y=11$  и  $x-y=1$ . Здесь во втором уравнении легко выразить  $y$ , а затем использовать это выражение в первом уравнении.

02

## Выражаем $y$

Из  $x-y=1$  получаем  $y=x-1$ . Такой вид удобен для подстановки, потому что в первом уравнении сразу остаётся только одна переменная.

03

## Подставляем аккуратно

Подставляем выражение в первое уравнение:  $2x+(x-1)=11$ . Скобки обязательно сохраняем, чтобы правильно учесть знак минуса перед единицей.

04

## Готовим решение

Дальше уравнение упрощается до  $3x-1=11$ . После решения можно вернуться назад и найти  $y$ , а затем обязательно проверить оба равенства.

# Пример 2: аккуратные вычисления



## Выражаем $y$

Из второго уравнения получаем  $y = x - 1$ . Это удобно, потому что теперь оба выражения можно аккуратно объединить в первом уравнении и свести задачу к одному неизвестному.



## Находим $y$

Теперь подставляем  $x$  в  $y = x - 1$ :  $y = 4 - 1 = 3$ . Так мы получаем вторую координату ответа без лишних преобразований и промежуточных вычислений.



## Находим $x$

Подстановка даёт  $2x + (x - 1) = 11$ . После раскрытия скобок получаем  $3x - 1 = 11$ , затем  $3x = 12$  и  $x = 4$ . Здесь особенно важно не потерять знак минуса.



## Проверяем ответ

Проверка подтверждает ответ:  $2 \cdot 4 + 3 = 11$  и  $4 - 3 = 1$ . Пара чисел  $(4; 3)$  подходит обоим уравнениям, значит система решена верно.

# Когда удобно выражать $x$ , а не $y$

## 01 | Ищем удобное выражение

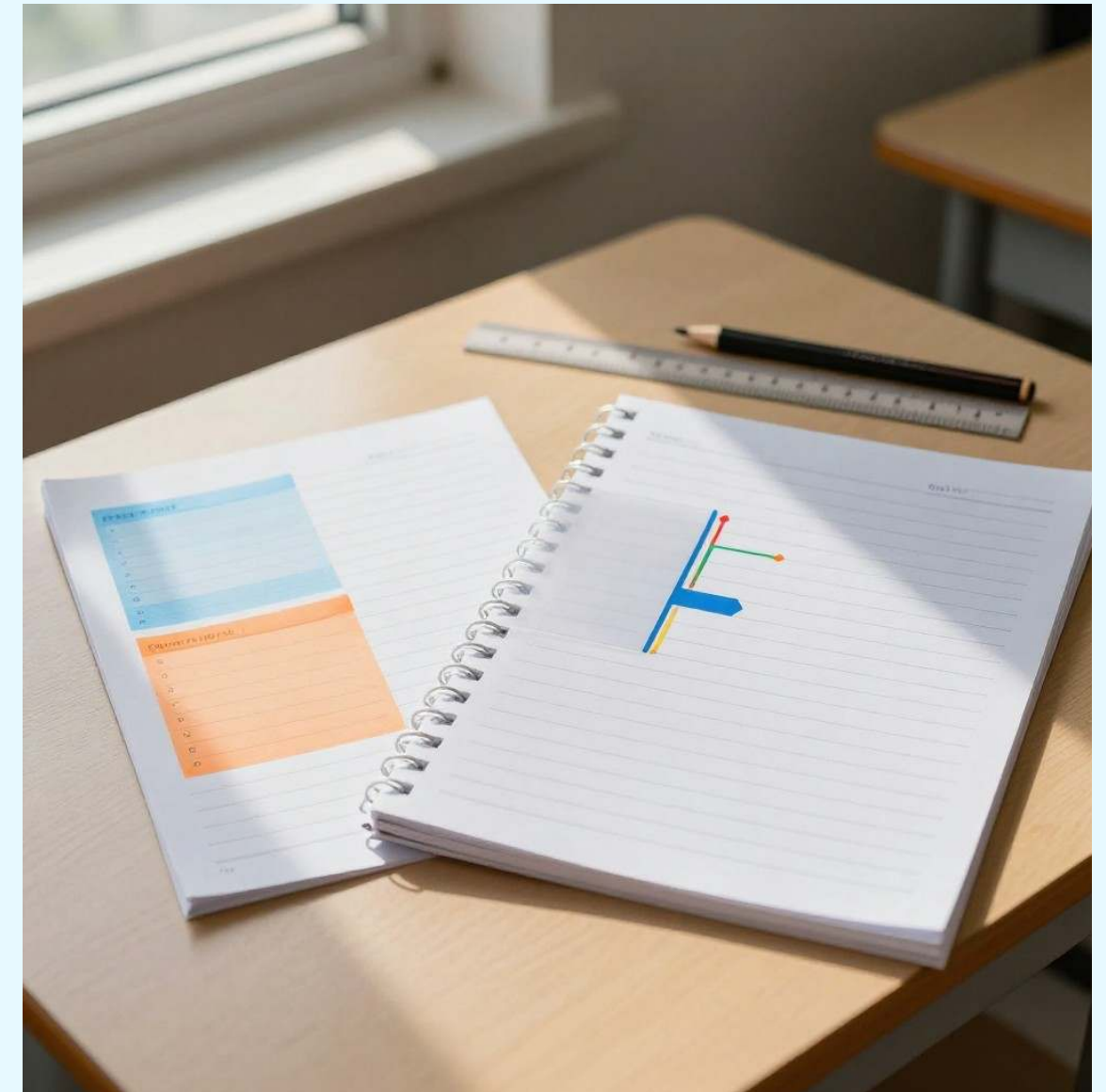
Если в уравнении уже записано  $x=3-y$ , это удобно использовать сразу. Такой ход экономит время и помогает превратить систему в одно уравнение с  $y$ .

## 02 | Подставляем в другое уравнение

Подставляя  $x$  в другое уравнение, мы работаем с уже готовой записью, а не выводим новое выражение заново. Главное — аккуратно перенести все члены.

## 03 | Выбираем самый простой ход

Метод подстановки не зависит от того, какую переменную выражают первой. Важен только более простой путь к однопеременному уравнению без лишних преобразований.



# Почему важно следить за знаками

## Минус влияет на всё

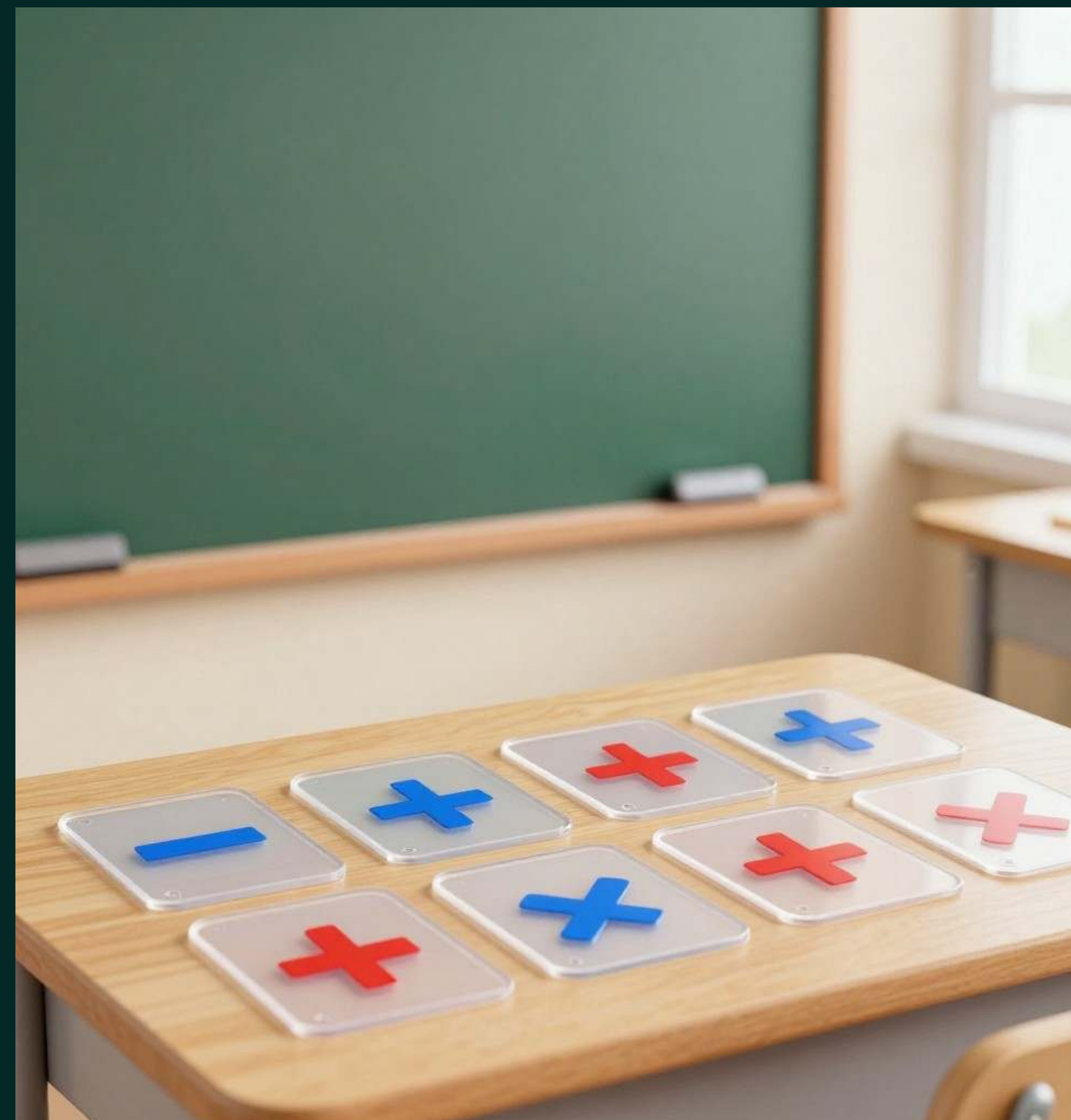
При подстановке каждый знак сохраняет свою силу. Если перед выражением стоит минус, он меняет знаки всех слагаемых внутри скобок после раскрытия.

## Раскрываем скобки полностью

Запись  $3(2-x)$  превращается в  $6-3x$ , потому что число 3 умножается на оба слагаемых. Нельзя пропускать скобки или менять порядок действий.

## Проверяем преобразования

Даже одна неверная деталь в знаке приводит к другому уравнению и неверному ответу. Поэтому после вычислений стоит ещё раз перепроверить преобразования.



# Пример 3: система без решений

01

Выражаем переменную

Сначала удобно выразить одну переменную из первого уравнения, например  $y=4-x$ . Это значение нужно подставить во второе уравнение системы.

02

Получаем противоречие

После подстановки получаем  $x+(4-x)=7$ . Левые части сокращаются, и остаётся верное, но невозможное для системы равенство  $4=7$ .

03

Делаем вывод

Такой результат означает, что общих решений нет. Прямые на координатной плоскости не пересекаются, поэтому одна пара чисел не подходит сразу к двум уравнениям.



# Когда решений бесконечно много

## Одна и та же прямая

Тождество показывает, что оба уравнения описывают одну прямую. Любая точка этой прямой удовлетворяет системе, поэтому решений не одно, а много.

## Получаем тождество

После подстановки уравнения могут полностью совпасть. Тогда все преобразования ведут к верному тождеству, например  $0=0$ , а не к одному ответу.

## Бесконечно много решений

В ответе записывают бесконечное множество решений. В школьных задачах это означает, что система не задаёт единственную пару чисел.

# Короткая тренировка 1: первый шаг

01 | Подставляем выражение

Начните с подстановки  $y=10-2x$  во второе уравнение  $3x+y=16$ . Так система сразу превращается в одно уравнение только с переменной  $x$ .

02 | Упрощаем выражение

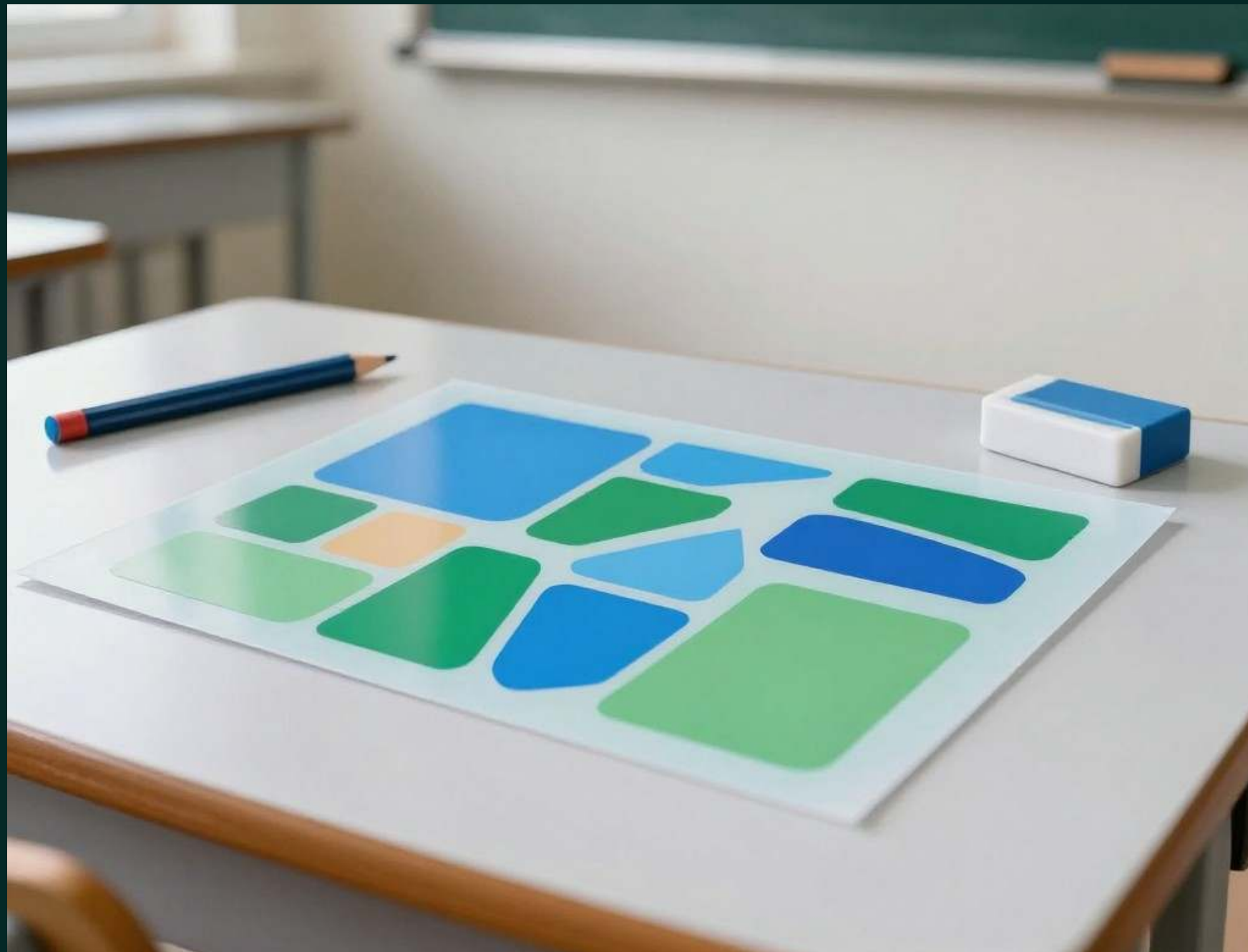
Затем аккуратно раскройте скобки и приведите подобные слагаемые. Здесь важно не пропустить минус перед  $2x$  и не перепутать порядок действий.

03 | Находим и проверяем

После нахождения  $x$  подставьте его в формулу для  $y$  и получите вторую координату. В конце обязательно проверьте оба уравнения, чтобы убедиться в правильности ответа.



# Короткая тренировка 2: упрощение после подстановки



## Делаем подстановку

Подставьте  $x=5-y$  во второе уравнение  $x+y=9$ . Уже на этом шаге видно, что одинаковые слагаемые могут сократить выражение почти до ответа.

## Сокращаем одинаковые части

После записи  $(5-y)+y=9$  нужно внимательно убрать скобки и собрать похожие части. Здесь легко заметить, что  $-y$  и  $+y$  взаимно уничтожаются.

## Смотрим на результат

Остаётся простое равенство  $5=9$ , если допущена ошибка, или верное уравнение, если всё записано правильно. Такой пример учит быстро замечать упрощение.

# Частые ошибки при решении

| Ошибка          | Что не так           | Чем опасно                   |
|-----------------|----------------------|------------------------------|
| Не то уравнение | Подставляют в первое | Сбивается ход решения        |
| Нет скобок      | Теряется знак        | Меняется выражение           |
| Нет проверки    | Ответ не сверяют     | Ошибка остаётся незамеченной |

На основе типичных ошибок при решении систем методом подстановки.

В таблице собраны самые частые промахи при решении методом подстановки и их последствия. Она помогает быстро вспомнить, где чаще всего появляется неверный ответ.

Большинство ошибок связано не с самим методом, а с невнимательностью при записи знаков, скобок и результата проверки.

# Закрепление: три задания для тренировки

## Упражнение 1

Решите систему  $x+y=8$ ,  $y=2x$ . Сначала выразите  $y$  через  $x$  и подставьте во второе уравнение, чтобы получить обычное уравнение с одной переменной.

## Упражнение 2

Для системы  $3x+y=13$ ,  $x-y=1$  удобно выразить  $x$  или  $y$  из более простого уравнения. После подстановки останется только одно неизвестное.

## Упражнение 3

В примере  $x=4-y$ ,  $2x+y=7$  подстановка уже готова в первом уравнении. Остаётся аккуратно раскрыть скобки и найти вторую переменную.

## Проверьте себя

Попробуйте сначала решить каждую систему самостоятельно, а затем проверьте себя подстановкой ответа в оба уравнения. Это лучший способ закрепить алгоритм.



# Чеклист проверки решения

Чеклист помогает не пропустить ни одного важного шага при решении системы. Если все пункты выполнены, вероятность ошибки заметно ниже.

Если хотя бы один шаг пропущен, ответ может оказаться неверным, даже если вычисления выглядят правильными.

| Шаг | Что сделать          | Итог           |
|-----|----------------------|----------------|
| 1   | Выразить переменную  | Есть формула   |
| 2   | Подставить во второе | Одно уравнение |
| 3   | Проверить ответ      | Верная пара    |

Порядок действий метода подстановки.

# Итог: что запомнить о методе подстановки

Метод подстановки особенно удобен, когда одна переменная легко выражается через другую. Запомните цепочку: выразить, подставить, решить, проверить — и не забывать о случаях без решений и с бесконечным множеством решений.