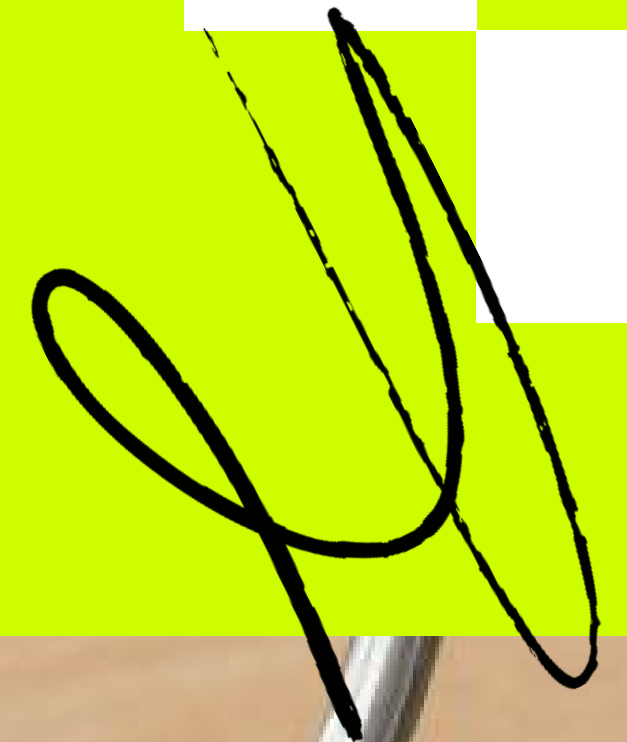


Геометрия круга: основные понятия, формулы и задачи

Окружность, круг и их свойства в одной теме.



Почему круг важен в геометрии

Круг помогает понять измерения, пропорции и симметрию, а ещё учит работать с формулами. Эти знания нужны не только на уроках, но и в задачах про реальные предметы и конструкции.



Окружность и круг: основное различие

1. Окружность

Окружность — это линия, все точки которой равноудалены от центра. Она задаёт границу фигуры и позволяет измерять её длину, но сама не содержит внутренней области.

2. Круг

Круг — это часть плоскости внутри окружности вместе с её границей. У круга можно находить площадь, а у окружности — только длину, поэтому эти понятия не следует смешивать.

3. Радиус и диаметр

Радиус соединяет центр с точкой окружности, а диаметр проходит через центр и состоит из двух радиусов. Именно они связывают между собой длину окружности и площадь круга.



Элементы окружности на чертеже

Центр

Центр — это точка, от которой отсчитывают все одинаковые расстояния до точек окружности. Без него невозможно правильно построить круг и обозначить его основные элементы.

Радиус

Радиус соединяет центр с любой точкой окружности. На чертеже его удобно показывать коротким отрезком, потому что от его длины зависят почти все формулы темы.

Диаметр

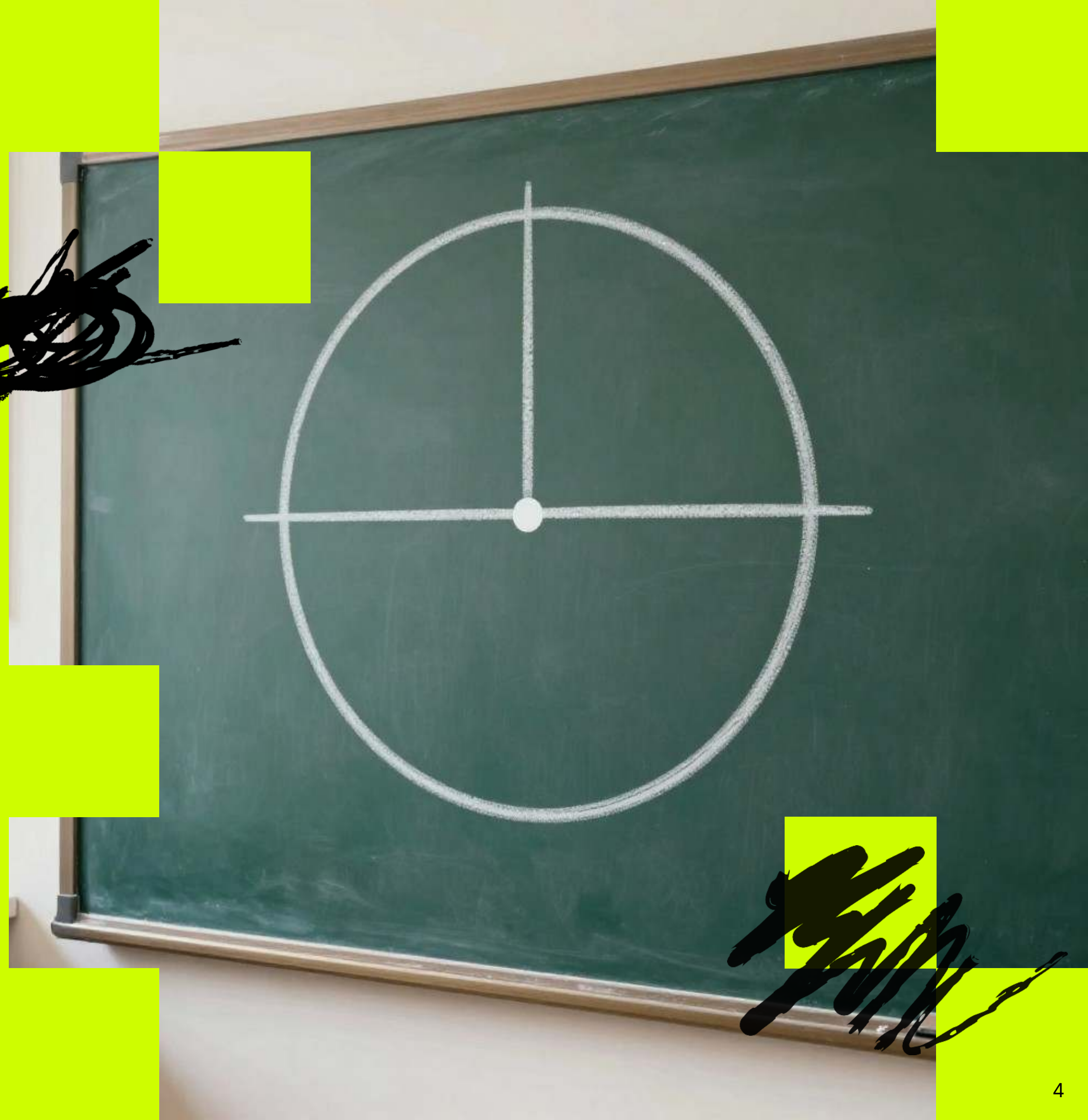
Диаметр проходит через центр и соединяет две точки окружности. Он всегда в два раза больше радиуса и является самой длинной хордой фигуры.

Хорда и дуга

Хорда соединяет две точки окружности, а дуга — это часть самой окружности между ними. Эти элементы часто появляются в задачах на сравнение отрезков и углов.

Касательная

Касательная касается окружности только в одной точке. В этой точке радиус перпендикулярен касательной, и это свойство особенно полезно при построениях и решении задач.



Радиус, диаметр и хорда

1.

Связь радиуса и диаметра

Диаметр всегда равен двум радиусам, поэтому по известному радиусу можно сразу найти диаметр. Это одно из самых простых и часто используемых соотношений в теме.

2.

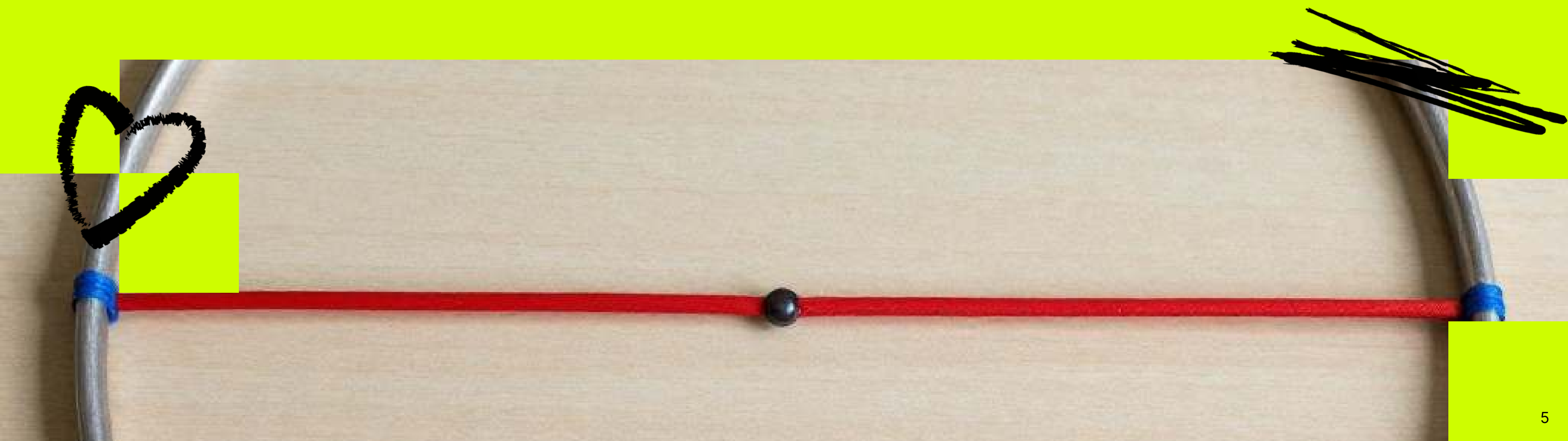
Ограничение для хорды

Любая хорда не может быть длиннее диаметра. Если хорда проходит через центр окружности, она превращается в диаметр и достигает наибольшей возможной длины.

3.

Положение хорды

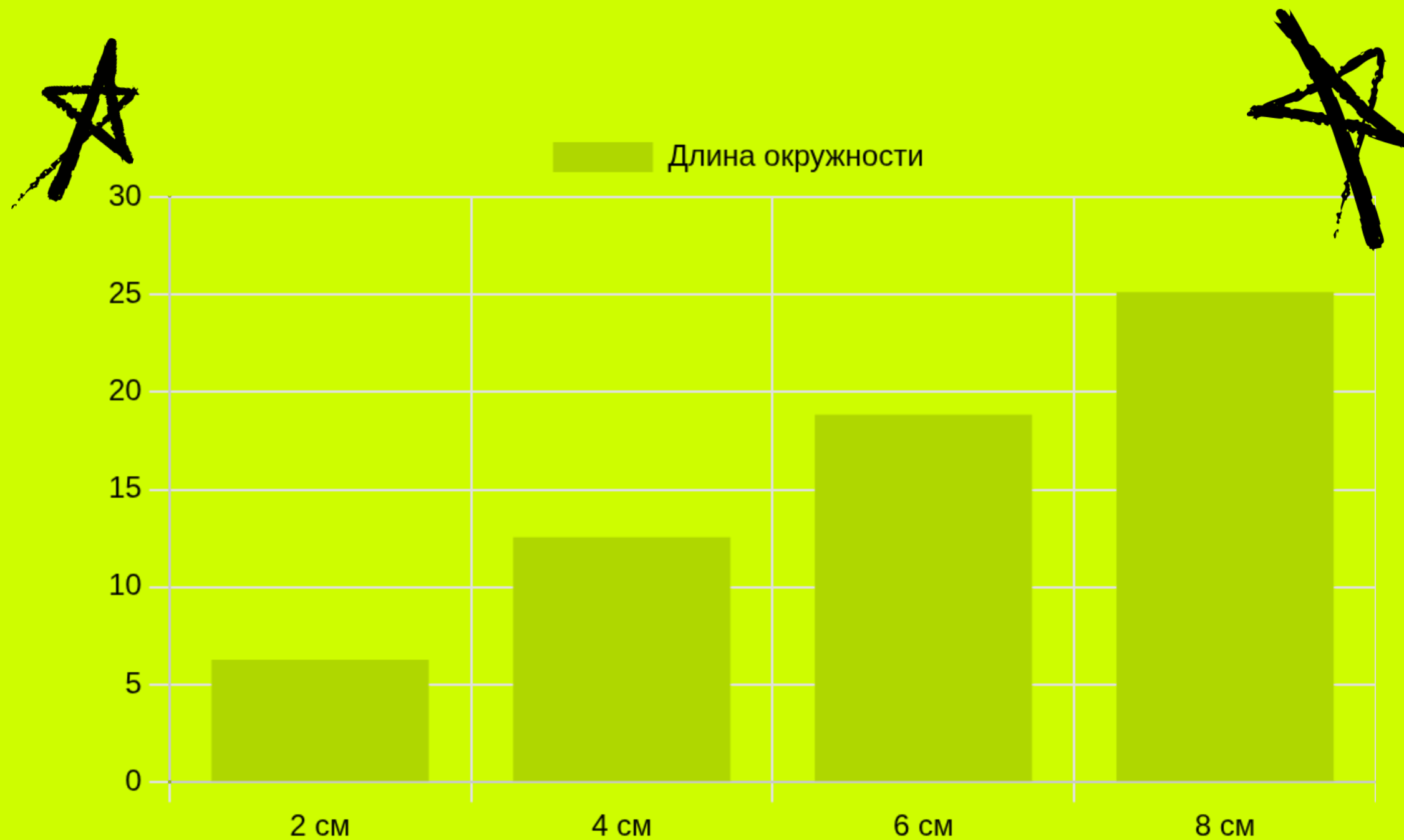
Чем ближе хорда расположена к центру, тем она длиннее. Это свойство помогает сравнивать отрезки на чертеже и выбирать удобный способ решения задач на построение.



Как длина окружности зависит от диаметра

При увеличении диаметра растёт и длина окружности, причём в одинаковой пропорции для всех значений.

Отношение длины окружности к диаметру остаётся постоянным и равно π , что подтверждает линейную зависимость.

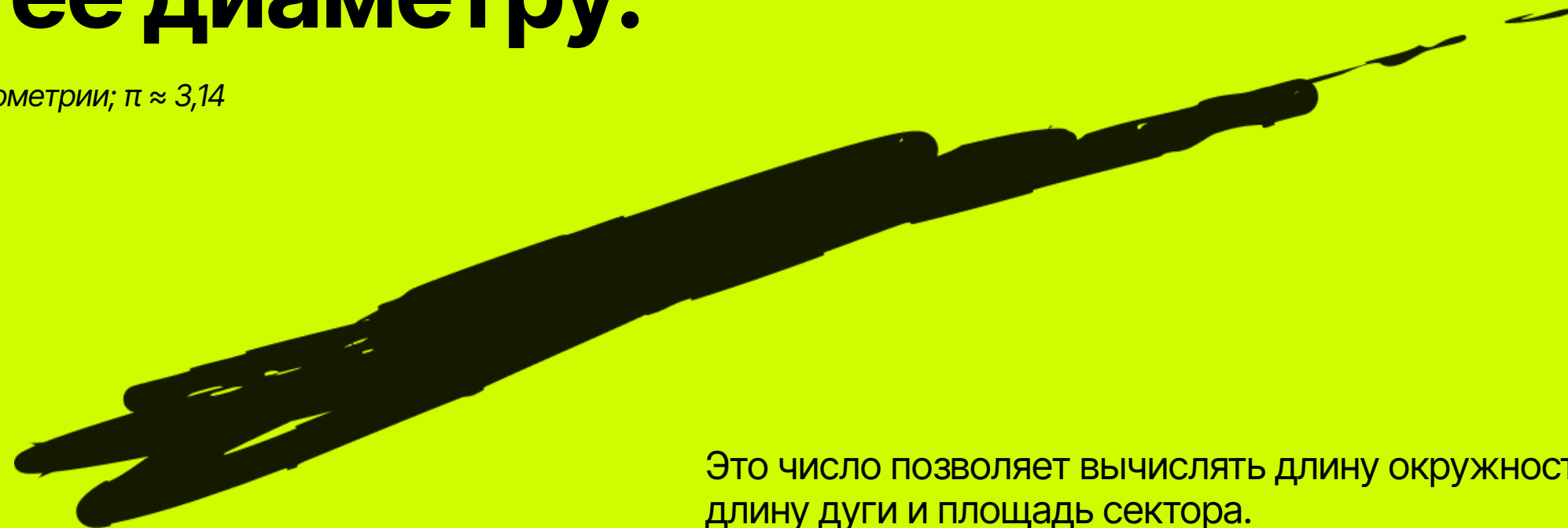


Расчёты по формуле $C = \pi d$, $\pi \approx 3,14$

3,14

— приближённое значение
отношения длины
окружности к её диаметру.

Школьный курс геометрии; $\pi \approx 3,14$



Это число позволяет вычислять длину окружности, площадь круга, длину дуги и площадь сектора.

Основные формулы круга и окружности

Ключевые величины выражаются через радиус, а часть формул дополнительно использует центральный угол.

Если известен радиус, можно найти почти все основные характеристики круга и его частей.

Величина	Формула	Смысл
Длина окружности	$C = 2\pi r$	или через d
Площадь круга	$S = \pi r^2$	основная площадь
Длина дуги	$l = 2\pi r \cdot \alpha / 360^\circ$	часть окружности
Площадь сектора	$S = \pi r^2 \cdot \alpha / 360^\circ$	часть круга

Как измеряют окружность на практике



Радиус и диаметр

Их измеряют линейкой или по чертежу, потому что это отрезки. Зная один из них, можно сразу перейти к формулам и найти остальные характеристики круга.



Длина окружности

Её удобно измерять гибкой лентой, ниткой или рулеткой. Если обернуть нить вокруг круглого предмета, получится приближённая длина его окружности.



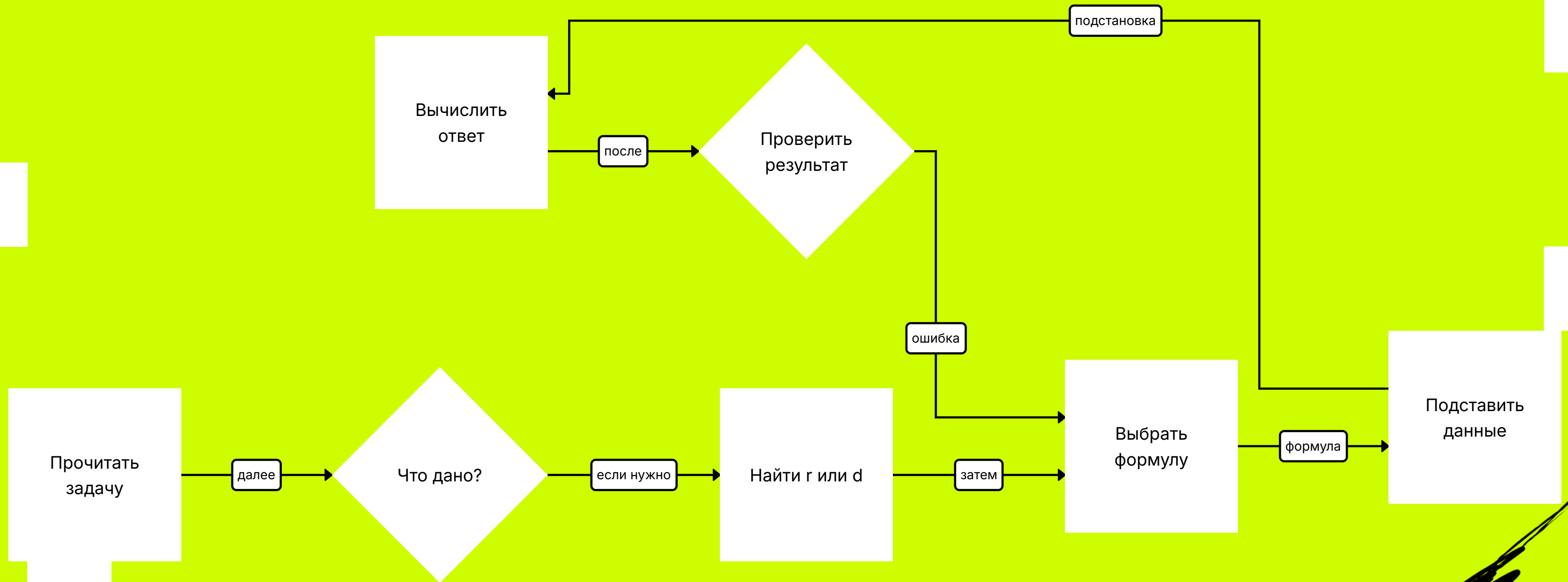
Проверка π

Если разделить измеренную длину окружности на диаметр, получится число, близкое к π . Такой опыт показывает, что это отношение одинаково для любых кругов.



Алгоритм решения задач на круг

Последовательность действий для задач на длину, площадь, дугу и сектор.



Диаметр и хорда: как увидеть разницу на чертеже

Один отрезок — особая роль

Диаметр — это хорда особого вида: она обязательно проходит через центр окружности. Поэтому на рисунке он выглядит как самый «сильный» отрезок, который сразу делит фигуру на две равные части и задаёт главную ось круга.



Хорды разной длины

Остальные хорды могут располагаться выше или ниже центра и иметь разную длину. Чем ближе хорда проходит к центру, тем она длиннее, поэтому на схеме удобно показать несколько параллельных хорд как нарастающий ряд.



Предельный случай

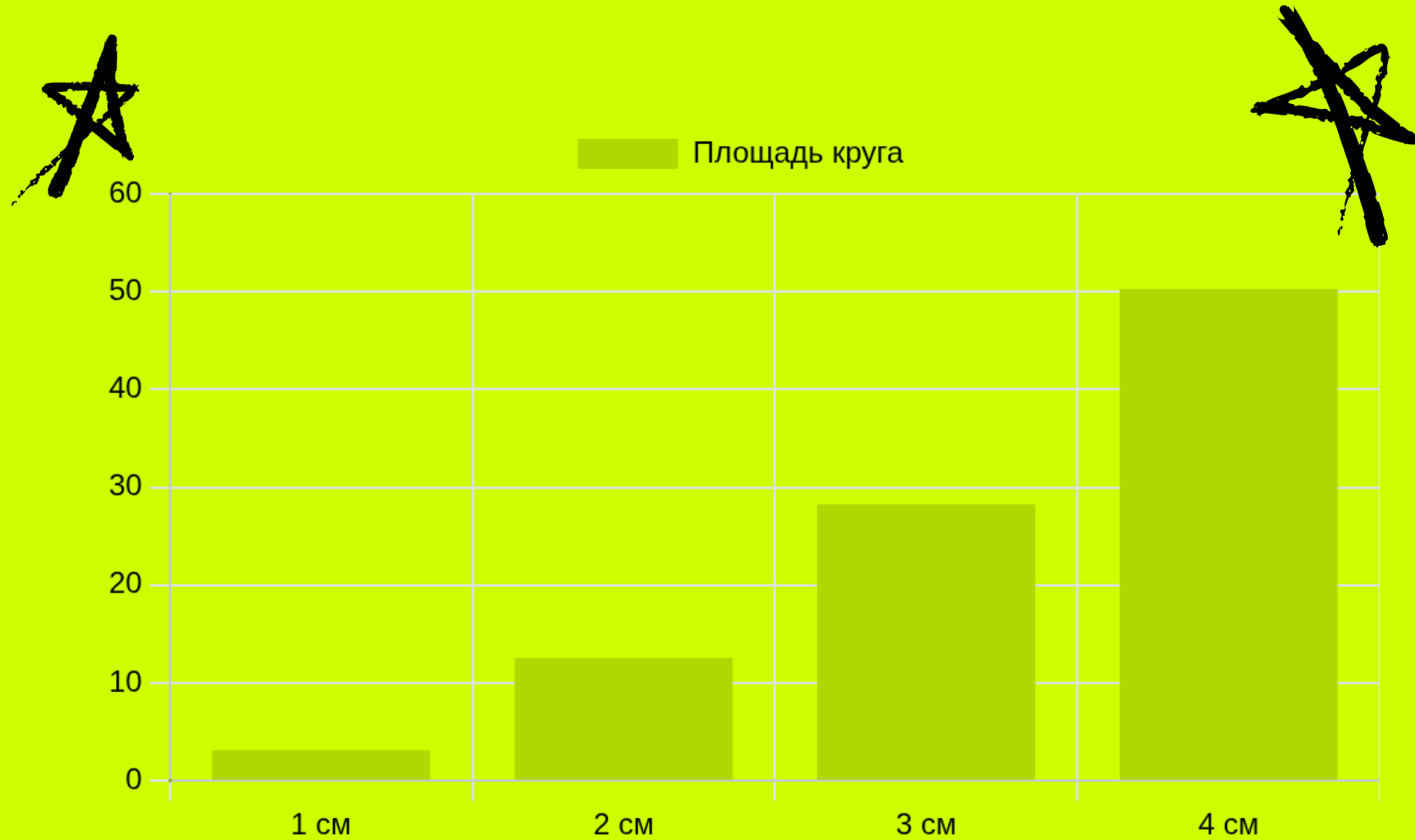
Если хорда проходит через центр, она превращается в диаметр и достигает наибольшей длины. Такое сравнение помогает быстро понять, почему не каждая хорда равна диаметру, но любая из них может к нему приблизиться на чертеже.



Как меняется площадь круга при росте радиуса

Площадь растёт неравномерно: каждый новый сантиметр радиуса даёт всё больший прирост, потому что в формуле радиус возводится в квадрат.

Увеличение радиуса ускоряет рост площади.
При удвоении радиуса площадь возрастает в четыре раза, а не в два.



По формуле $S = \pi r^2$; расчёты для $r = 1, 2, 3, 4$ см.

Как устроены сектор и дуга



Дуга

Дуга — это часть окружности между двумя отмеченными точками. Она не имеет площади сама по себе, но задаёт границу более крупных фигур и помогает измерять их протяжённость по окружности.



Сектор

Сектор образуют два радиуса и дуга между ними. Его размер зависит от центрального угла: чем он больше, тем шире «клин» внутри круга и тем больше площадь этой части.



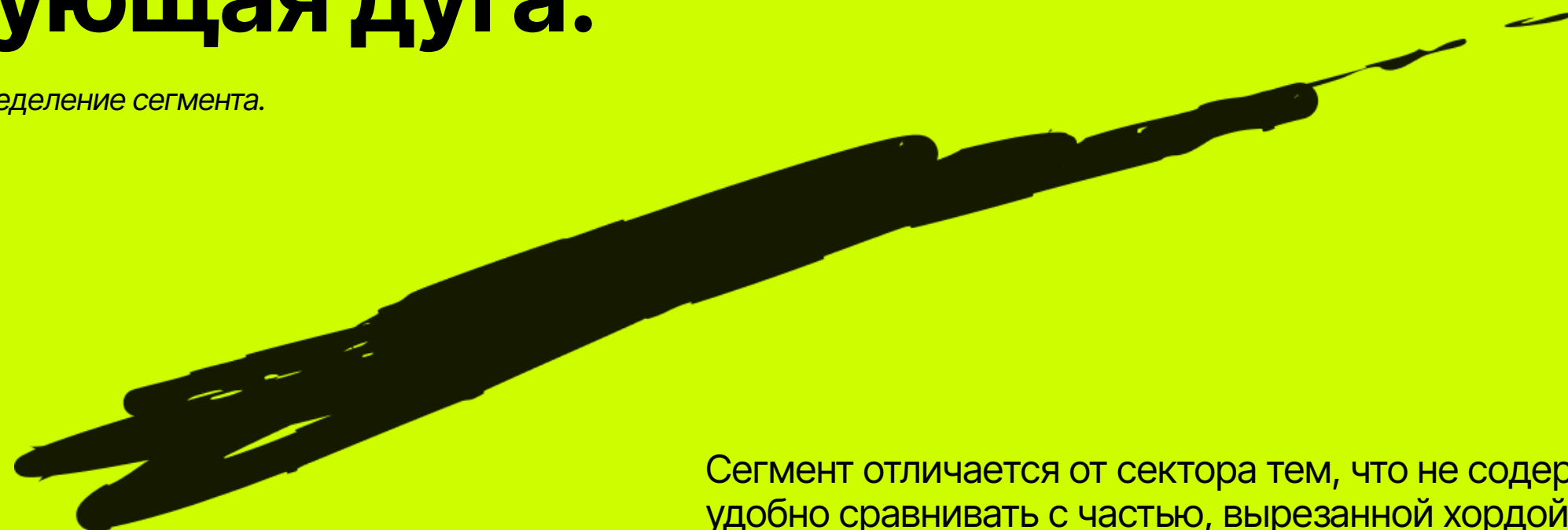
Полукруг

При угле 180° сектор становится полукругом и занимает ровно половину круга. Это удобный пример, потому что здесь легко увидеть связь между углом, дугой и площадью без лишних вычислений.

2

**элемента образуют его
границу: хорда
и соответствующая дуга.**

Геометрия круга, определение сегмента.



Сегмент отличается от сектора тем, что не содержит двух радиусов. Его удобно сравнивать с частью, вырезанной хордой из круга.



Касательная и её свойства

Точка касания

Касательная касается окружности только в одной точке, поэтому она не проходит через внутреннюю область круга. Это делает её удобной для построений и для анализа взаимного положения прямой и окружности.

Перпендикулярный радиус

Радиус, проведённый в точку касания, всегда образует прямой угол с касательной. Это свойство часто используют, когда нужно найти углы или доказать, что прямая действительно касается окружности.

Примеры вокруг нас

В жизни касание легко заметить там, где колесо соприкасается с дорогой или мяч касается пола. В этих точках поверхность и окружность соприкасаются без пересечения.



Части круга и их признаки



Часть	Границы	Признак
Сектор	2 радиуса + дуга	Угол
Сегмент	Хорда + дуга	Отсечённая часть
Кольцо	2 окружности	Область между ними
Дуга	Часть окружности	Без площади

Определения из школьного курса геометрии

Сравним основные части круга по границам и по главному признаку, чтобы не путать их в задачах.

У каждой части круга свои границы, поэтому формулы площади и способы построения тоже различаются. По признакам легко отличить сектор, сегмент, дугу и кольцо.



Круг в координатной плоскости

1. Уравнение окружности

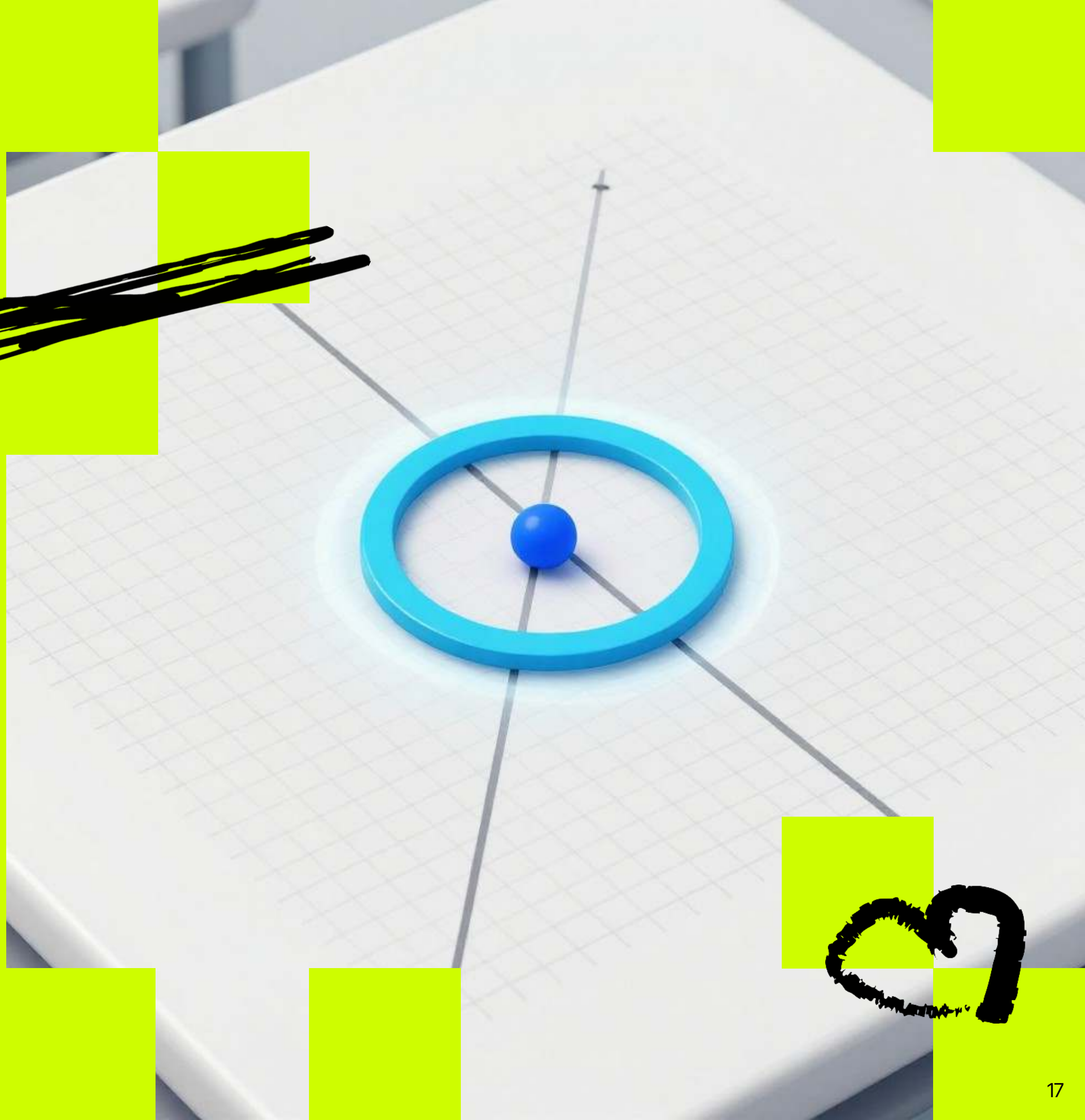
Если центр окружности находится в начале координат, её точки удовлетворяют равенству $x^2 + y^2 = r^2$. Это означает, что расстояние от любой точки до центра одинаково и равно радиусу.

2. Сдвинутый центр

Когда центр окружности не в начале координат, в уравнении появляются его координаты. Так можно описывать окружность в любой части плоскости и решать задачи на построение и поиск точек.

3. Связь с алгеброй

Запись окружности через координаты соединяет геометрию и алгебру. Она помогает проверять, лежит ли точка на окружности, и находить пересечения с другими графиками.



Симметрия круга

Много осей

Любая прямая, проходящая через центр круга, делит его на две одинаковые части. Поэтому у круга бесконечно много осей симметрии, и каждая из них проходит через центр.

Центральная симметрия

Если отразить круг относительно его центра, он полностью совпадёт сам с собой. Это происходит потому, что все точки окружности одинаково удалены от центра, а форма остаётся неизменной.

Поворот без изменений

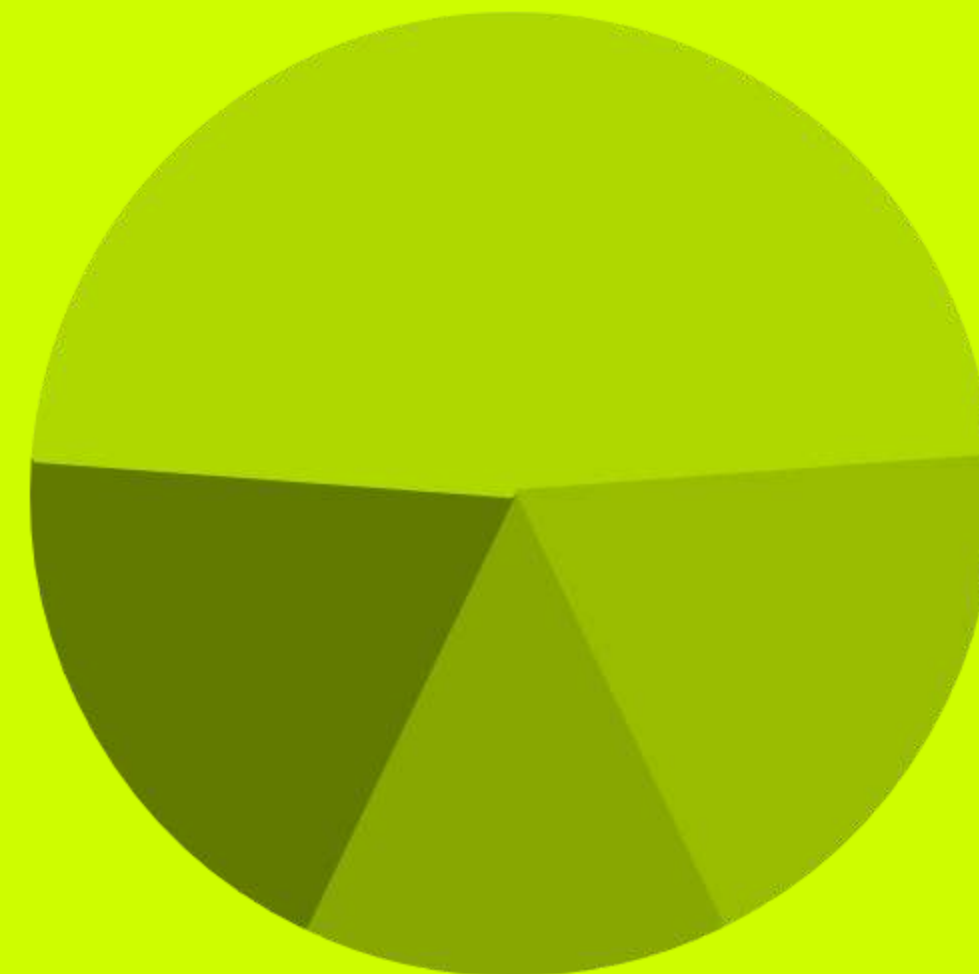
Круг не меняется при повороте вокруг центра на любой угол. Такое свойство делает его одной из самых удобных фигур для чертежей, орнаментов и технических деталей.



Где встречается круг в окружающем мире

Круглая форма помогает предметам вращаться, равномерно распределять нагрузку и удобно вписываться в конструкции самых разных размеров.

Круг особенно часто встречается там, где важны движение, устойчивость и точность: от колёс и часов до куполов и дисков.



Обобщение типичных примеров из повседневной жизни и техники.





Круг: одна фигура — много важных идей

Геометрия круга объединяет основные понятия и формулы школьной планиметрии.
Если уверенно различать радиус, диаметр, хорду, дугу и части круга, задачи становятся понятнее и решаются быстрее.

