

Степень степени, произведения и дроби: три важных правила

Три правила, которые делают степени короче, понятнее и удобнее.



Почему правила степеней важны в 7 классе

Степени помогают упрощать выражения, решать уравнения и быстрее считать. Когда в записи появляются скобки, одинаковые основания или дроби, правильное правило сразу снижает риск ошибки и экономит время.



Что такое степень числа

Повторное умножение

Степень показывает, сколько раз одно и то же число умножают само на себя. Например, 3^4 означает $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$, поэтому запись короче, чем длинное произведение.

Основание степени

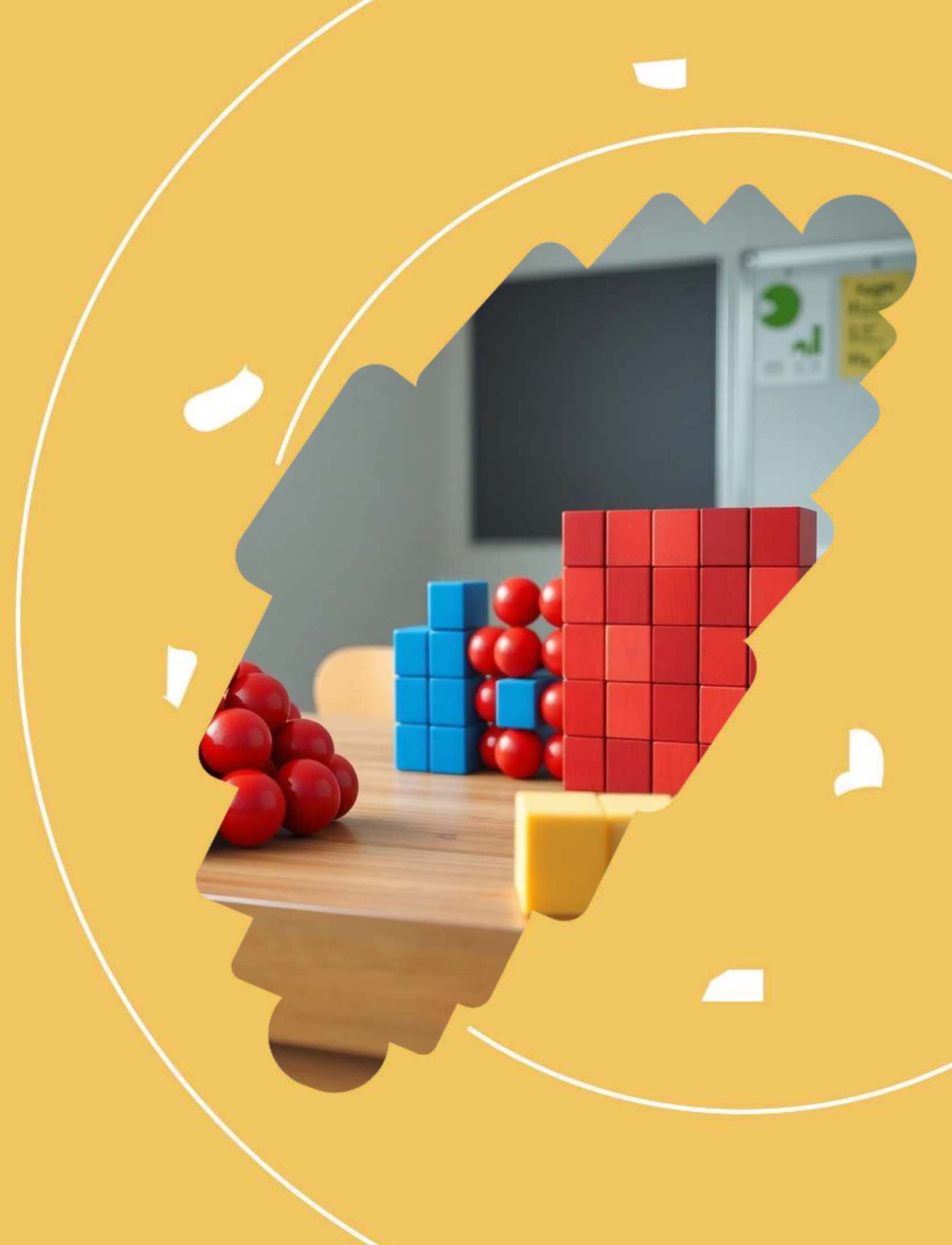
Основание — это число, которое повторяется в умножении. Именно оно остается главным числом в записи степени, а все изменения связаны только с показателем.

Показатель степени

Показатель показывает число повторений основания. Если он равен 4, число умножается четыре раза; если 1, записывается одно число без лишних действий.

Квадрат и куб

Вторая степень называется квадратом, а третья — кубом. Записи 5^2 и 2^3 часто встречаются в задачах, потому что показывают простые и наглядные примеры степеней.



Степень степени: показатели перемножаются

Главное правило

Когда степень возводят в степень, основание не меняется. Меняются только показатели: они перемножаются, поэтому $(a^m)^n$ превращается в $a^{(m \cdot n)}$.

Пример с буквой

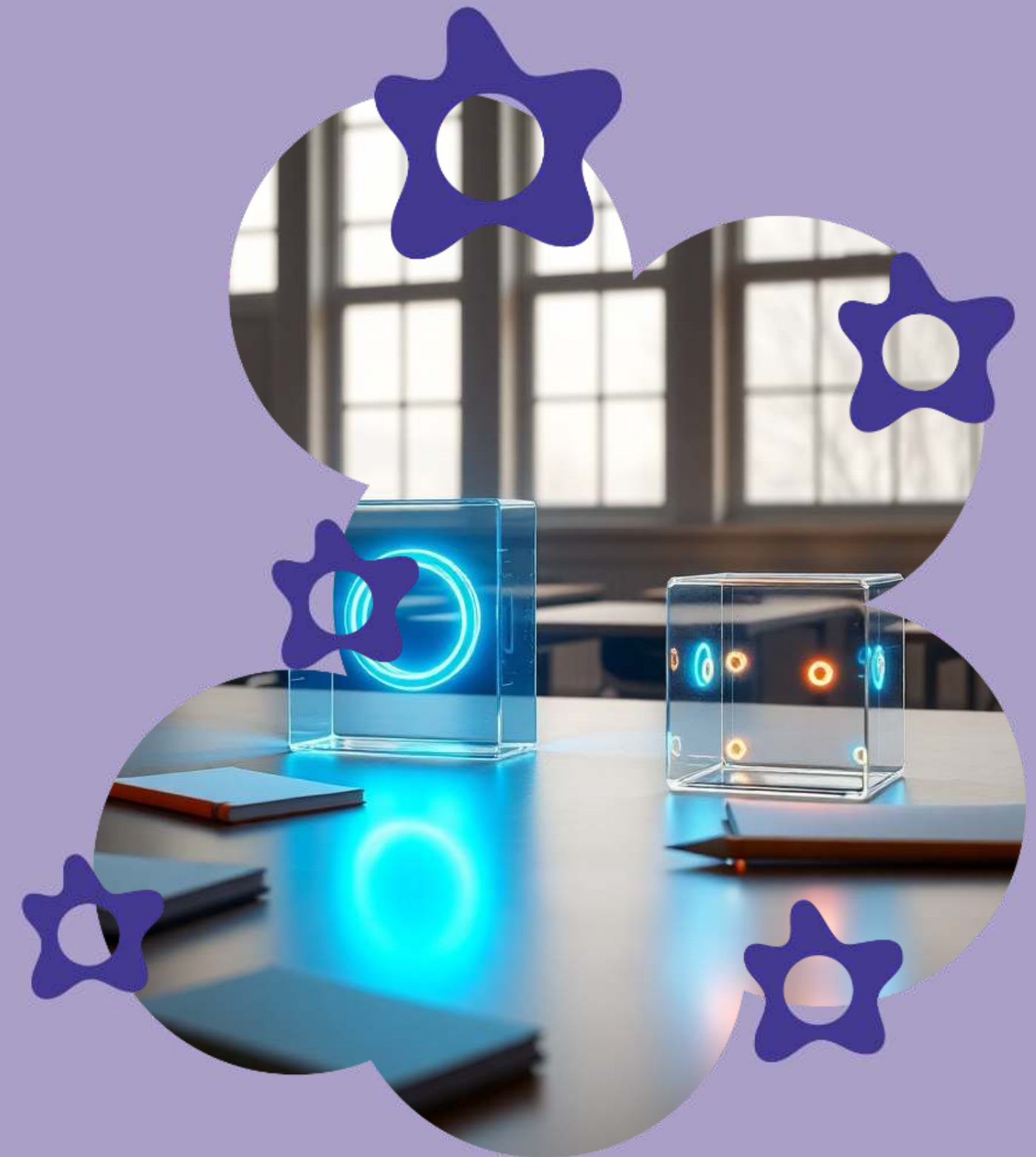
В записи $(x^4)^3$ внешний показатель равен 3, значит, 4 нужно умножить на 3. Итоговая степень становится x^{12} , а основание x остается прежним.

Пример с числами

Выражение $(2^3)^2$ читается как «три двойки в кубе, взятые два раза». После применения правила получается 2^6 , а не 2^5 и не 2^8 .

Частая ошибка

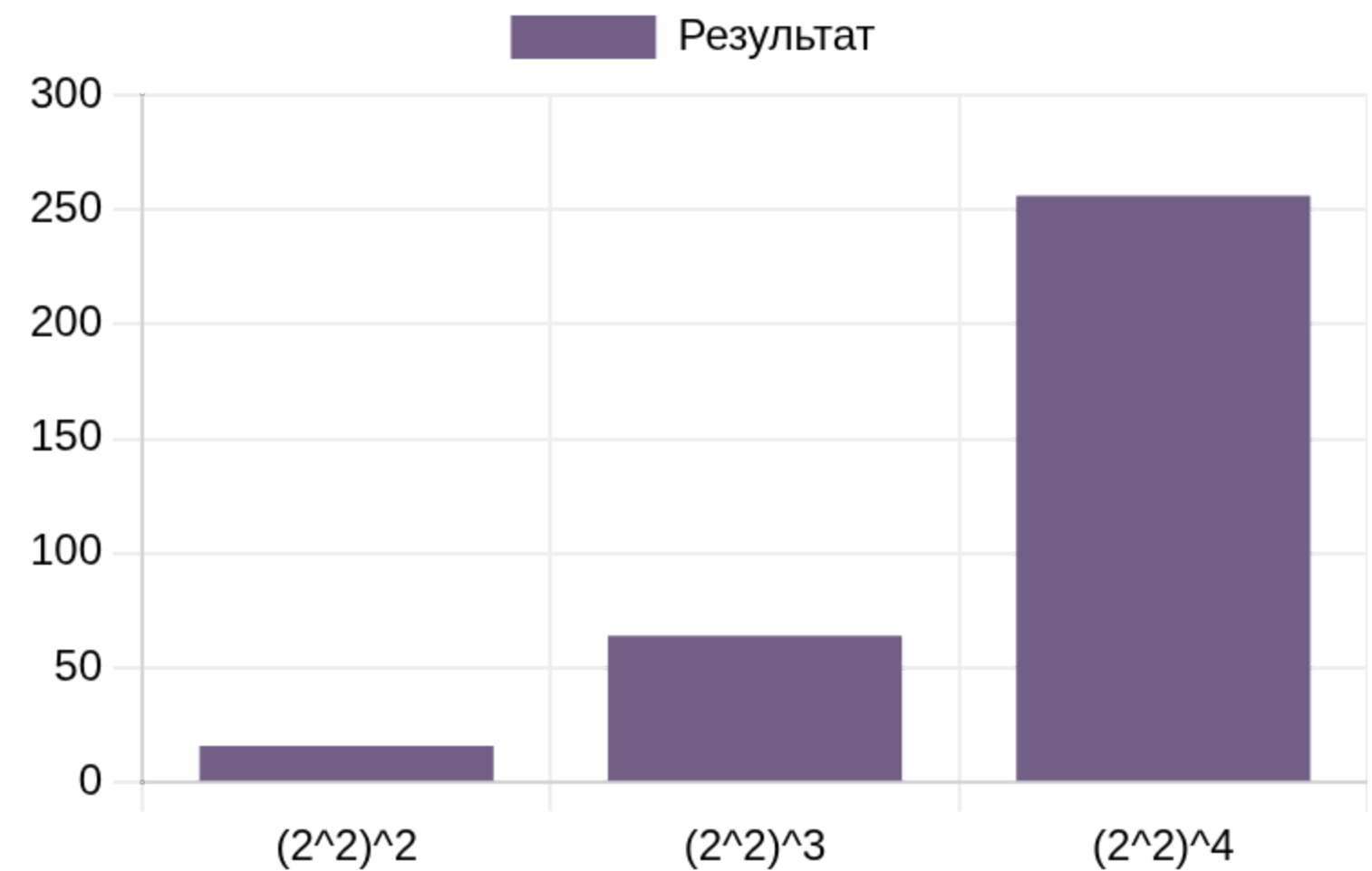
Самая распространенная путаница — складывать показатели вместо умножения. Это неверно, потому что в такой записи речь идет не о произведении степеней, а о повторном возведении в степень.



Как быстро растет показатель при степени степени

Одинаковое основание 2^2 показывает, как сильно влияет внешний показатель на итоговую степень.

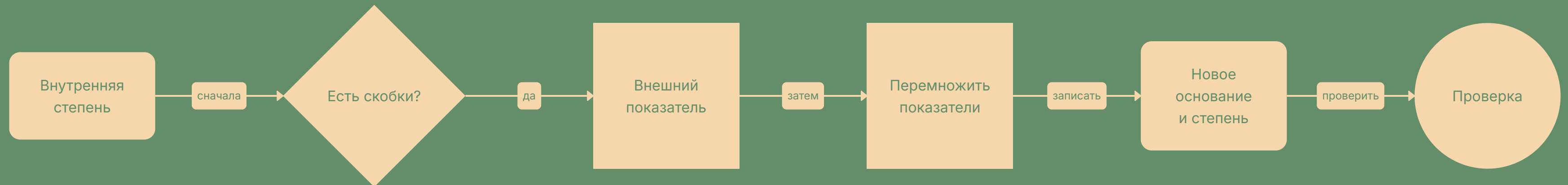
При увеличении внешнего показателя результат растет очень быстро: 16, 64 и 256.



Иллюстративные значения по правилам степеней, 7 класс

Алгоритм вычисления степени степени

Пошаговая схема применения правила $(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$.



Произведение степеней с одинаковым основанием

1

Складываем показатели

Если основания одинаковые, степени можно объединить в одну запись. Тогда показатели складываются: $a^m \cdot a^n = a^{(m+n)}$, потому что множители с одинаковым основанием повторяются.

3

Пример с буквой

Запись $y^7 \cdot y^1$ выглядит длинно, но правило делает ее короче. После сложения показателей выходит y^8 , потому что число повторений просто объединяется.

2

Пример с числом

В выражении $5^2 \cdot 5^3$ основание 5 одно и то же, значит, нужно сложить 2 и 3. Получаем 5^5 , а не отдельное произведение двух степеней.



Сравнение двух правил со степенями

В таблице показано, как по виду записи выбрать нужное правило и быстро получить ответ.

Если основания одинаковые, показатели складываются; если степень возводят в степень, показатели перемножаются.

Правила действий со степенями, 7 класс

Выражение	Правило	Результат
$a^2 \cdot a^5$	Сложить	a^7
$(b^3)^4$	Умножить	b^{12}
$7^2 \cdot 7^1$	Сложить	7^3
$(x^2)^3$	Умножить	x^6

Степень произведения: каждый множитель возводится в степень



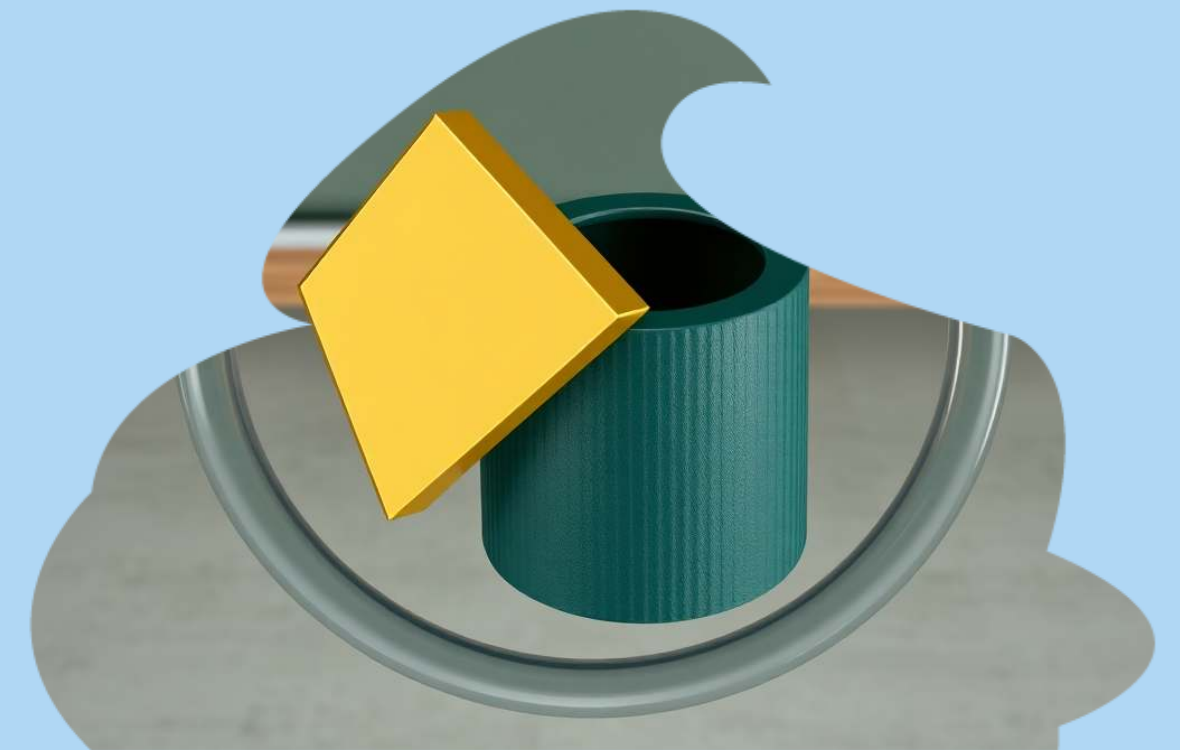
Одна степень для двух множителей

Иногда в скобках стоит не одно число, а произведение. Тогда степень распределяется на каждый множитель отдельно: $(ab)^n$ превращается в $a^n b^n$, и оба множителя сохраняются в записи.



Пример с буквой и числом

В выражении $(2x)^3$ число 2 и буква x находятся в одних скобках. После возведения в степень получается $2^3 x^3$, потому что каждый множитель получает тот же показатель.

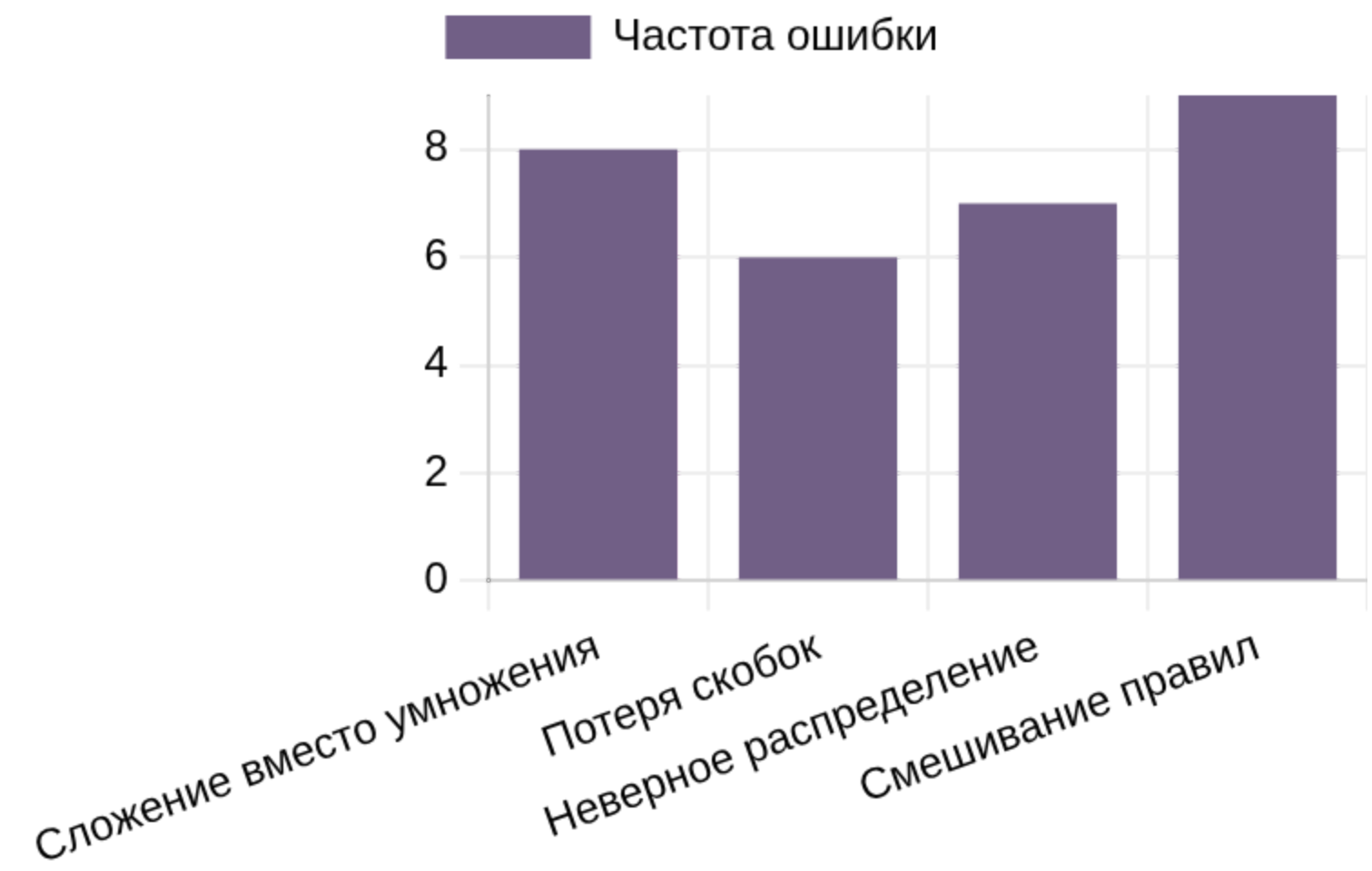


Пример с двумя буквами

Типичные ошибки при работе со степенями

Ошибки легче заметить, если сравнивать не только ответ, но и сам вид выражения с правилами.

Чаще всего путают степень произведения и степень степени, поэтому важно сначала определить скобки и тип выражения.



Иллюстративная оценка типичных ошибок при разборе упражнений, 7 класс

Степень дроби

1

Правило для дроби

Если дробь возводят в степень, показатель относится к обеим её частям. Числитель и знаменатель нужно возвести отдельно, а затем записать результат в виде новой дроби.

3

Проверка и сокращение

После вычисления можно сократить дробь, если это возможно. Например, результат иногда удобно записать в более простом виде, но правило остаётся тем же: степень применяется к числителю и знаменателю.

2

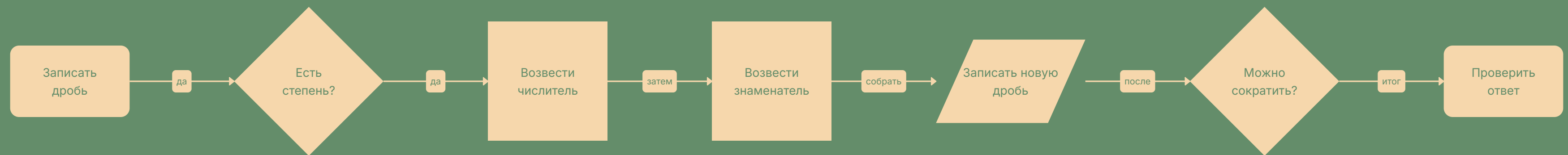
Простой пример

В выражении $(\frac{2}{3})^2$ получаем $\frac{2^2}{3^2}$, то есть $\frac{4}{9}$. Такой способ показывает, что степень не изменяет порядок дроби, а действует одинаково на верхнюю и нижнюю части.



Как возводить дробь в степень

Алгоритм по учебному правилу для дроби в степени.



Примеры возведения дробей в степень

Таблица показывает, как одно и то же правило работает в нескольких примерах с разными дробями и степенями.

Во всех строках степень действует одинаково на числитель и знаменатель; это помогает быстро получать правильный ответ без лишних шагов.

Учебные примеры для 7 класса

Выражение	Вычисление	Ответ
$(\frac{1}{2})^3$	$1^3/2^3$	$1/8$
$(\frac{3}{4})^2$	$3^2/4^2$	$9/16$
$(\frac{2}{5})^2$	$2^2/5^2$	$4/25$
$(\frac{4}{3})^2$	$4^2/3^2$	$16/9$

Нулевой и отрицательный показатель степени

1

Нулевая степень

Если основание не равно нулю, то любая ненулевая степень с показателем 0 равна 1. Это удобно помнить при упрощении выражений и проверке ответов.

2

Отрицательный показатель

Отрицательный показатель означает, что число нужно взять в обратном виде: $a^{-n} = 1/a^n$. Поэтому такие записи часто превращаются в дроби и требуют аккуратного вычисления.

3

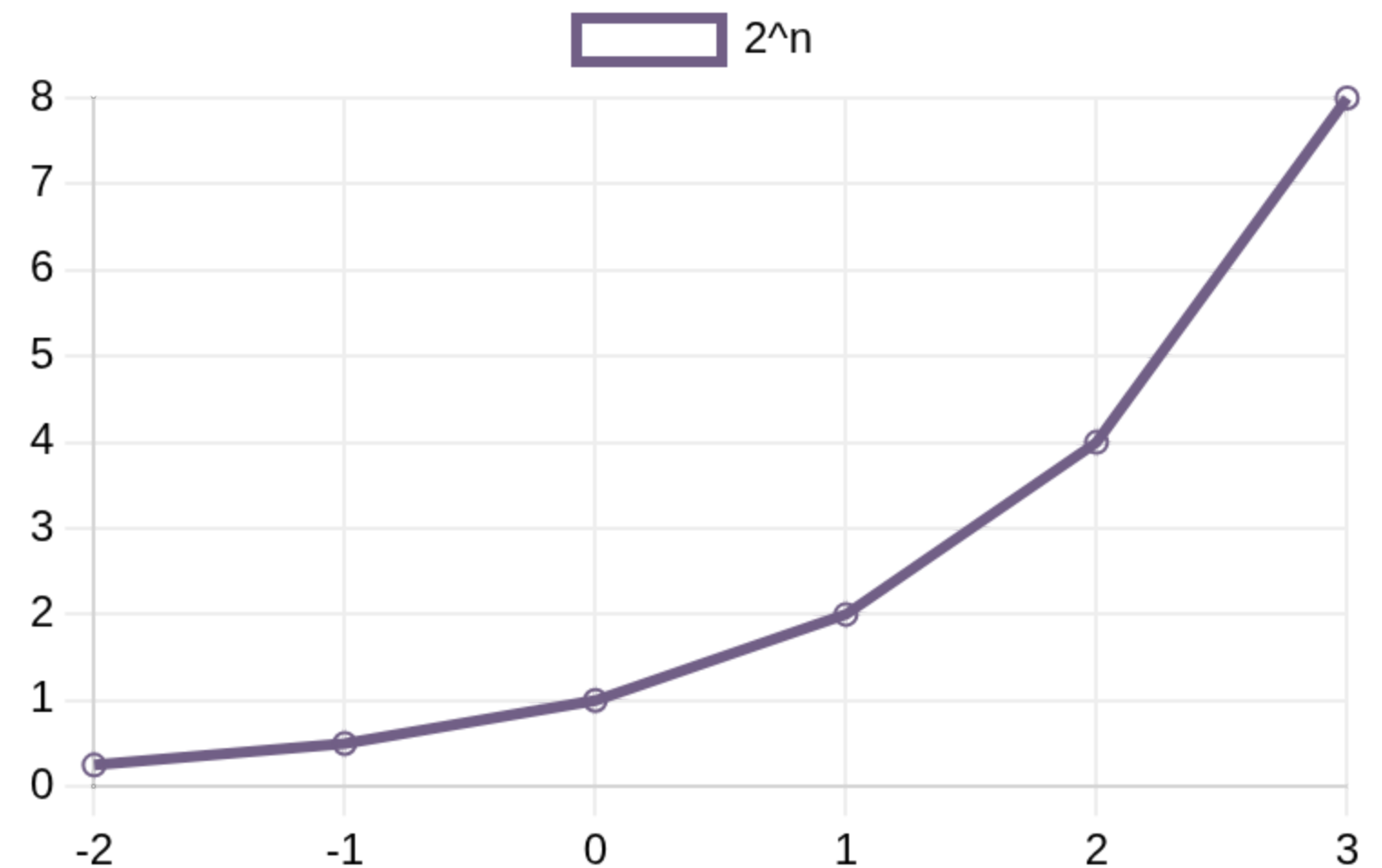
Связь с дробями

Примеры $5^0 = 1$ и $2^{-3} = 1/8$ показывают, что степени помогают переходить между целыми числами и дробями. Эти правила полезны в более сложных выражениях.

Как меняются значения степеней при разных показателях

На графике виден переход от дробей к целым числам при росте показателя. Это помогает запомнить, как работают нулевая и отрицательная степени.

Значения 2^n быстро увеличиваются при положительных n , а при отрицательных превращаются в дроби. Нулевая степень служит точкой перехода.



Расчёты по правилу степеней; значения для n = -2, -1, 0, 1, 2, 3

Короткая проверка ответа в выражениях со степенями

1

Сначала скобки

Если в выражении есть скобки, начинайте с того, что находится внутри них. Это помогает не перепутать, какое именно правило нужно применить к записанному выражению.

2

Одинаковое основание

Когда основания одинаковые, показатели складывают. Перед ответом полезно проверить, что речь идёт именно о произведении степеней, а не о возведении степени в степень.

3

Степень степени

Если одна степень возводится в другую, показатели перемножаются. Основание при этом не меняется, поэтому важно не добавлять лишние числа и не изменять саму основу.

4

Произведение в скобках

Если в скобках записано произведение, степень распределяется на каждый множитель. Так удобно избежать пропуска одного из множителей и получить полную запись ответа.

5

Дробь в степени

Если в степени стоит дробь, в степень возводят и числитель, и знаменатель. После этого ответ можно проверить на сокращение и правильность вычислений.

Верные записи и распространенные ошибки

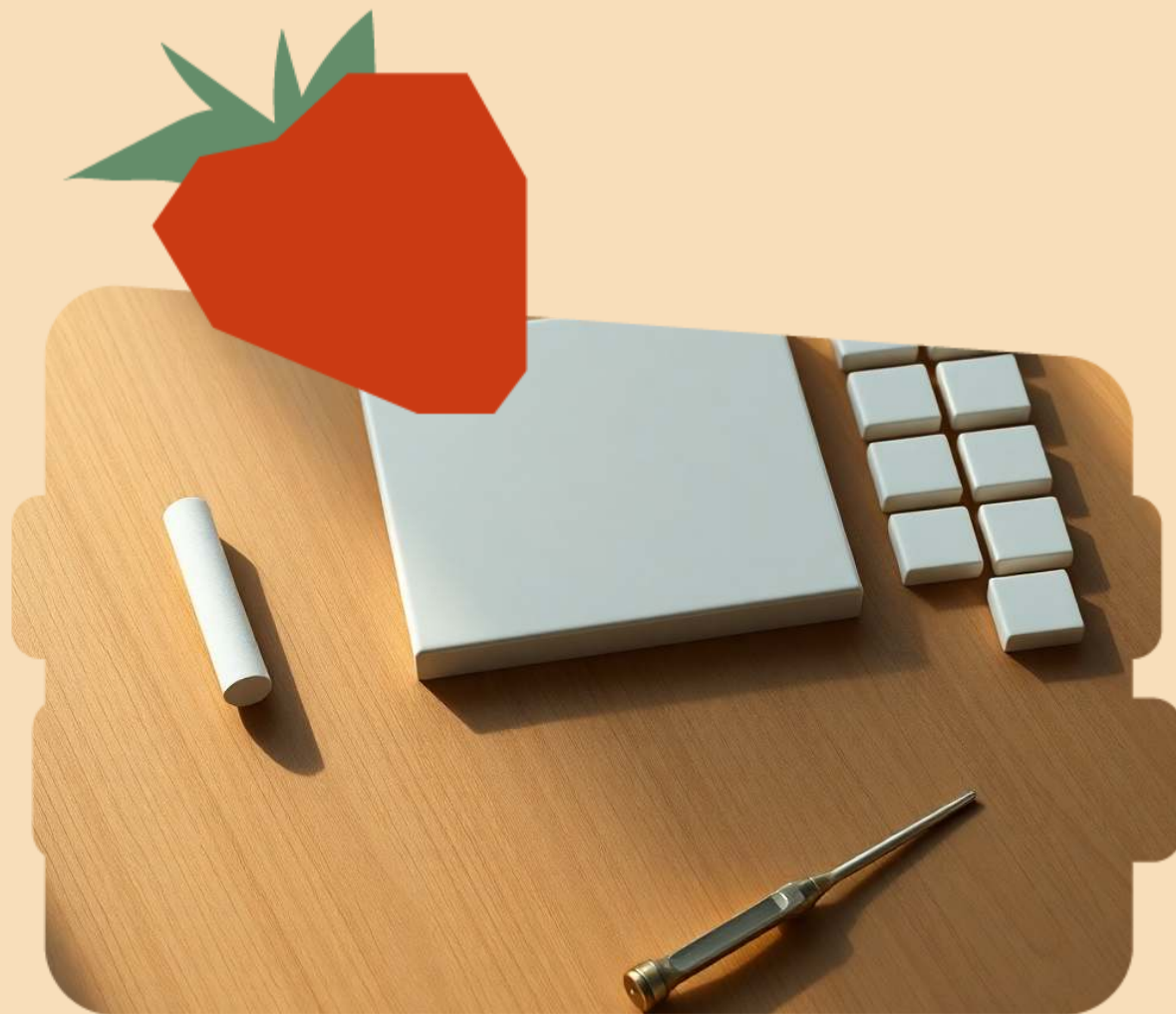
В таблице сопоставлены типичные ошибки и правильные записи, чтобы легче запомнить, какое правило применять в каждом случае.

Скобки и структура записи определяют правило: при одинаковом основании складывают показатели, а при степени произведения или дроби действуют на все части выражения.

Правила действий со степенями для 7 класса

Ситуация	Ошибка	Верно
Степень степени	x^5	x^6
Сумма степеней	$x^2 \cdot x^3$	x^5
Дробь в степени	a^2/b	a^2/b^2
Произведение в степени	ab^2	a^2b^2

Где встречаются степени и дроби в жизни



Площадь и повторяющиеся действия

Степени часто появляются в геометрии, когда считают площадь квадрата: сторона умножается сама на себя. Такие записи помогают быстрее работать с формулами и видеть, как повторное умножение превращается в короткую запись.

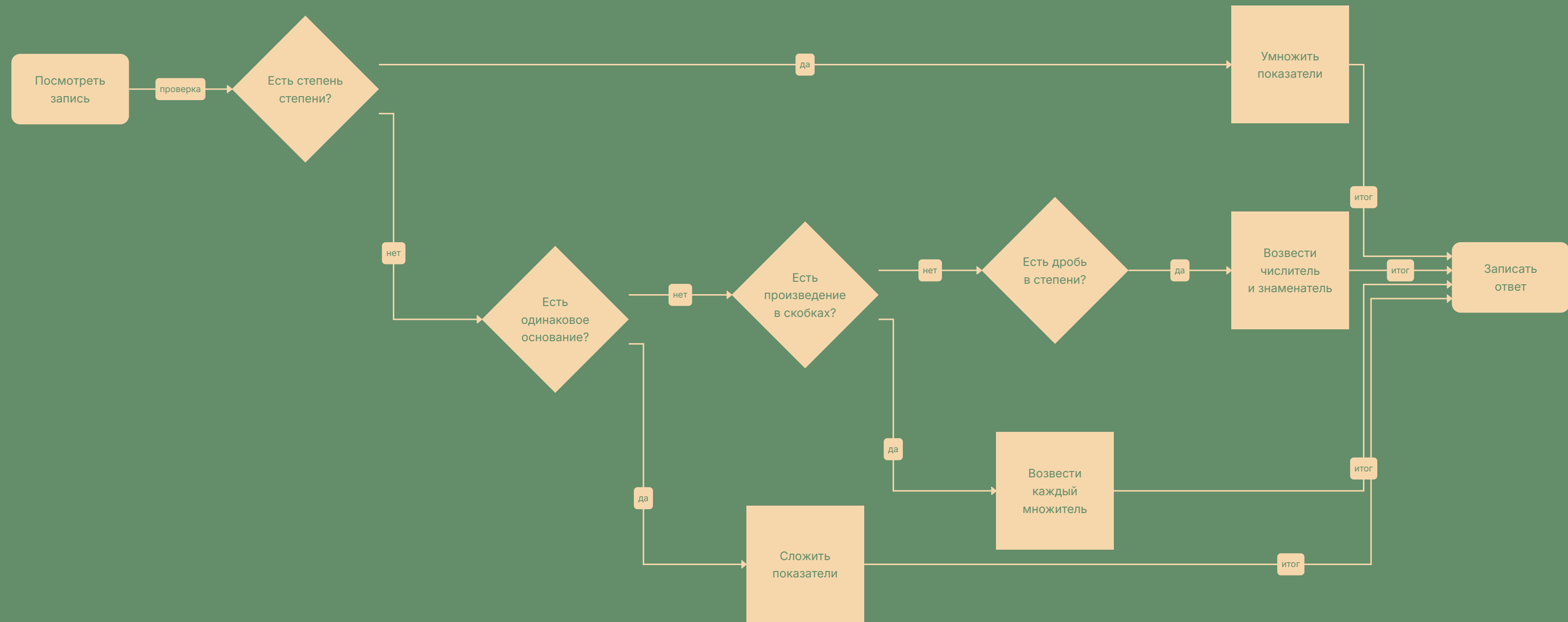


Рецепты, измерения и доли

Дроби окружают нас в рецептах, делении времени и измерениях. Они показывают, какая часть целого нужна, поэтому умение возводить дроби в степень полезно не только на уроках, но и при работе с реальными данными.

Как выбрать нужное правило по виду выражения

Выбор правила зависит от скобок, одинакового основания и наличия дроби или произведения.



Итоги урока: три главных правила степеней

Сегодня мы разобрали три главных правила и научились узнавать их по скобкам, основанию и виду записи. Эти формулы делают вычисления короче, а ответы — надёжнее.

