

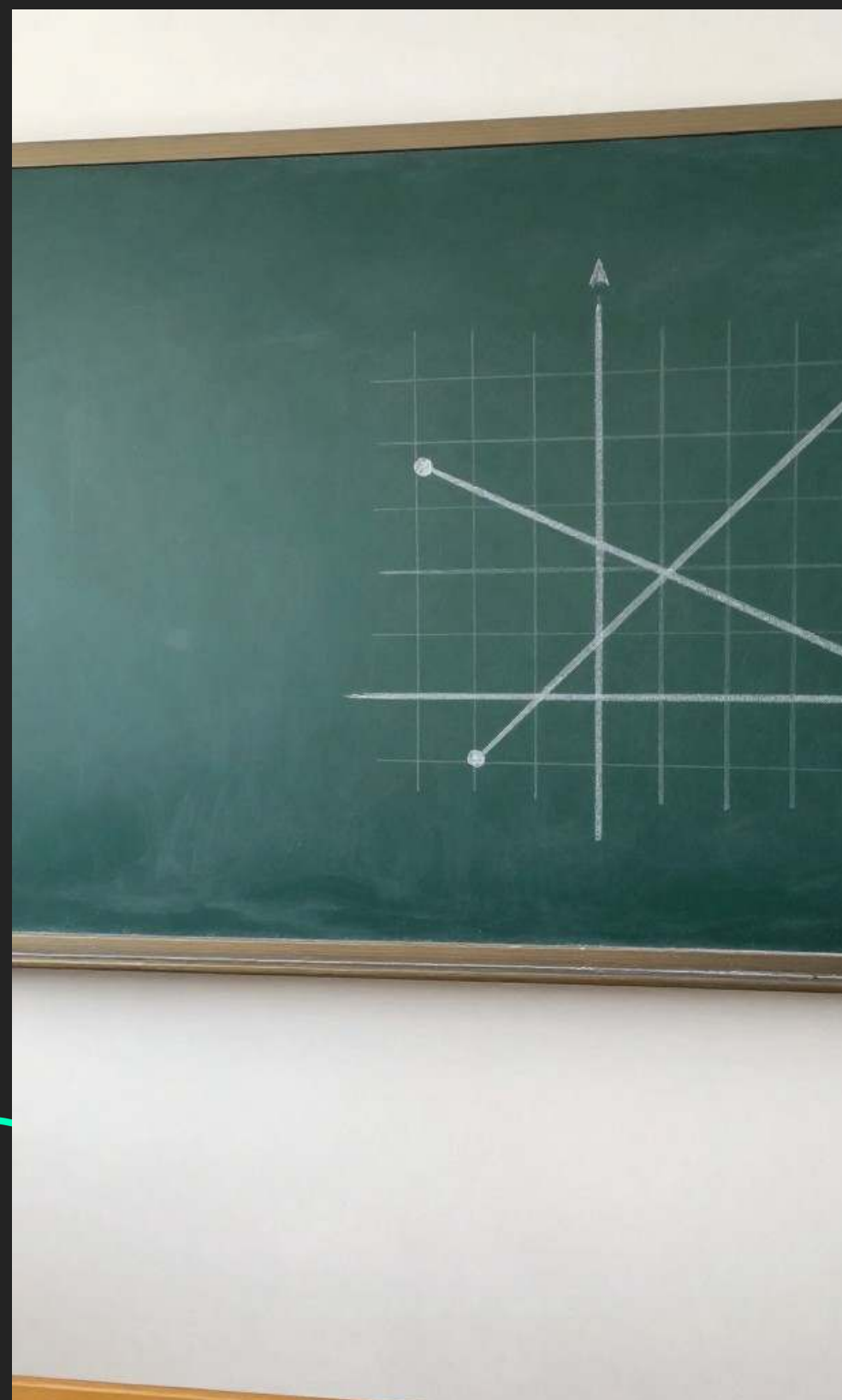


Координаты позволяют находить
длины и центры отрезков без
линейки — по точным формулам.



Расстояние между двумя точками и координаты середины отрезка

Координатная плоскость как основа решения задач



Оси Ox и Oy , начало координат O и единичный отрезок задают «адреса» точек. Каждая точка описывается парой $(x; y)$: абсцисса и ордината. В 9 классе это помогает точно проверять построения и вычислять длины.

Как записываются координаты точки



x — сдвиг по горизонтали

Первая координата x показывает, на сколько клеток или единиц точка смещена вправо или влево. Чем больше $|x|$, тем дальше точка от оси Oy по горизонтали.



y — сдвиг по вертикали

Вторая координата y задаёт положение по вертикали: вверх или вниз от оси Ox . Точки с одинаковым y лежат на одной горизонтальной линии.



Порядок координат важен

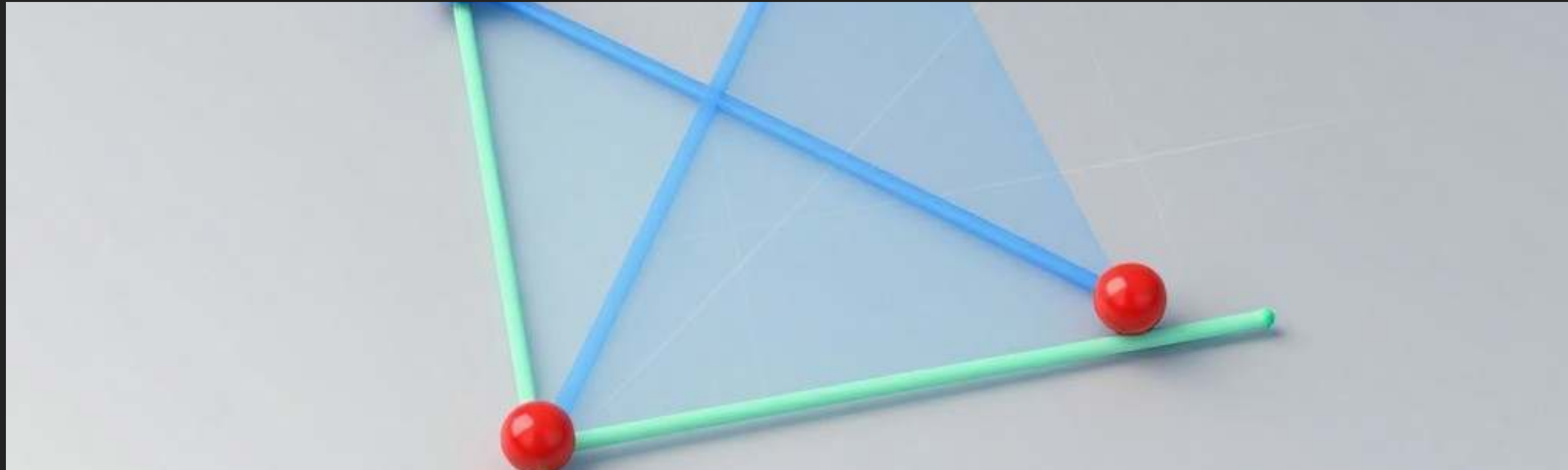
Запись $(x; y)$ строго фиксирована: $A(2; 5)$ — не то же самое, что $A(5; 2)$. Изменение местами координат меняет положение точки на плоскости.



Знаки помогают «узнать» четверть

Знак координат сразу показывает четверть: в I обе координаты положительные, во II x отрицателен, y положителен, в III обе отрицательные, в IV x положителен, y отрицателен.

Геометрический смысл расстояния между точками



Длина отрезка через разности координат

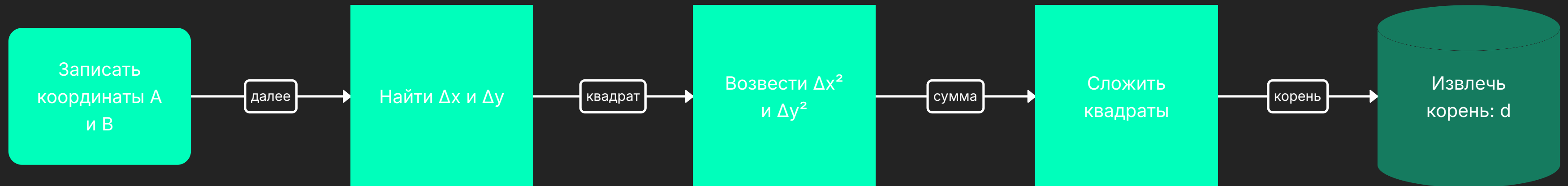
Расстояние между точками $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ — это длина отрезка AB . Если на плоскости соединить точки, удобнее рассмотреть прямоугольный треугольник, который «собирается» из разностей координат.

Почему появляется прямоугольный треугольник

Катеты треугольника равны $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$. Отрезок AB становится гипотенузой, поэтому к нему напрямую применяется теорема Пифагора. На рисунке полезно выделить проекции на оси и прямой угол между катетами.

Шаги, чтобы найти расстояние по координатам

Данные: $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Логика опирается на прямоугольный треугольник и теорему Пифагора.



Если точки имеют одинаковую ординату, расстояние равно $|x_2 - x_1|$. Если одинаковую абсциссу — $|y_2 - y_1|$. Модуль нужен, чтобы длина оставалась неотрицательной.



Эта формула даёт длину отрезка в общем случае по двум разностям координат.

Школьный курс геометрии, формула расстояния на координатной плоскости.

Примеры вычисления расстояния между точками

Случай	Точки	d
1	A(0;0), B(3;4)	5
2	A(-1;2), B(2;2)	3
3	A(5;1), B(5;6)	5
4	A(-2;-1), B(1;3)	5

Сравните ответы для разных положений точек: в том числе при отрицательных координатах.

Во всех случаях работает одна и та же идея: расстояние зависит от разностей координат, независимо от четверти и знаков.

Школьная формула расстояния на координатной плоскости.

Что такое середина отрезка



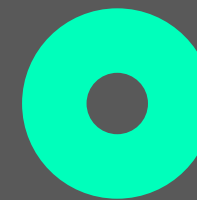
Точка-пополам

Середина отрезка — это точка, которая делит АВ на две равные части. Если точку обозначить М, то АМ и МВ имеют одинаковую длину.



Средние арифметические координат

Для $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ координаты середины находятся как средние. По абсциссе берётся $(x_1 + x_2)/2$, по ординате — $(y_1 + y_2)/2$.

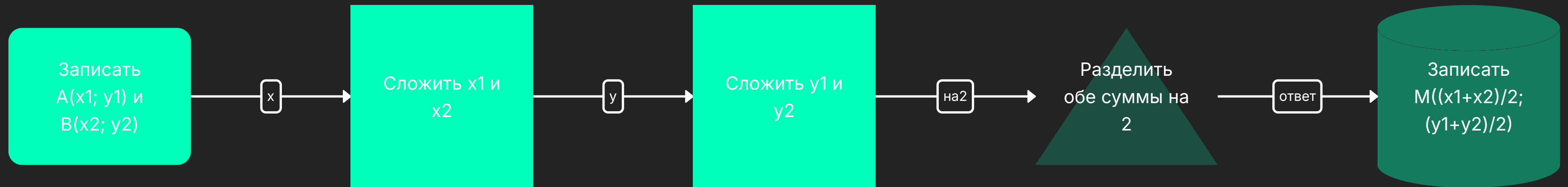


Всегда лежит на самом отрезке

Точка М находится ровно посередине между концами. На координатной плоскости её положение согласуется с рисунком: она не выходит за границы отрезка АВ.

Алгоритм нахождения координат середины

Используются координаты концов $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$; деление выполняется только на 2.



Середина отрезка на координатной плоскости



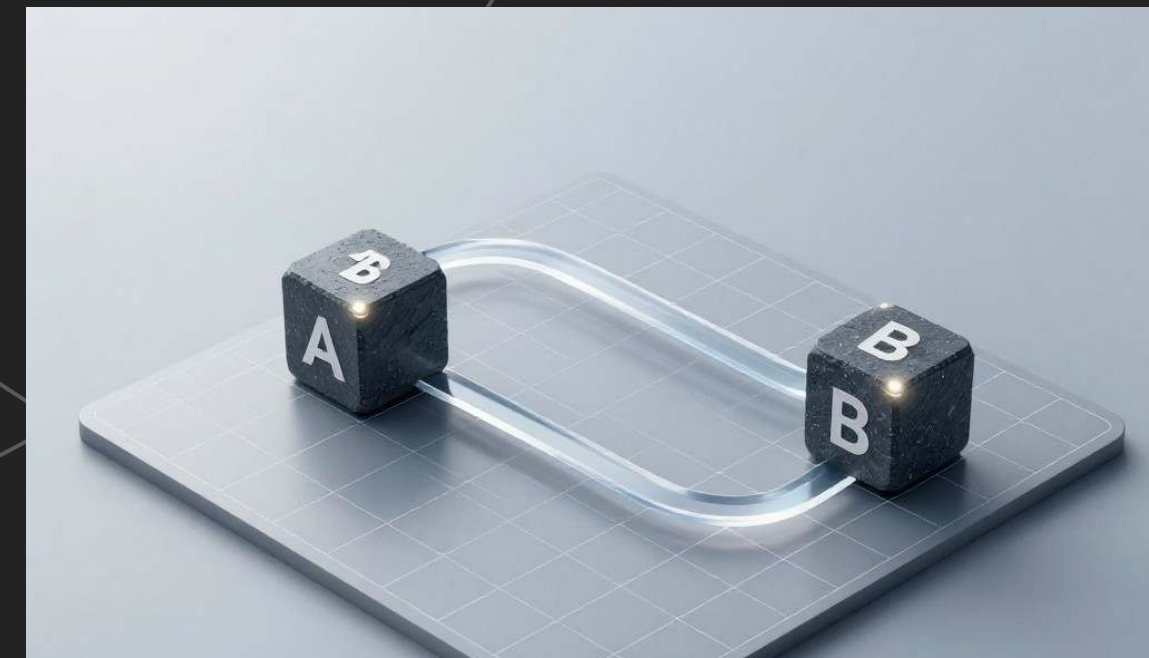
**М середина: «центр»
между двумя адресами**

Представьте, что у отрезка АВ есть два конца — две опорные точки. Точка М ставится ровно между ними так, чтобы отрезок разделился на две равные части. Её координаты получаются средними значениями x и y .



**Проверка по горизонтали и
вертикали**

Если АВ горизонтальный, то ордината середины остаётся той же, что и у концов. Если АВ вертикальный, неизменной остаётся абсцисса середины. По рисунку это особенно легко заметить и быстро проверить расчёт.



**Средние значения как
«геометрический
навигатор»**

Когда вы находите $(x_1 + x_2)/2$ и $(y_1 + y_2)/2$, вы фактически переносите середину на плоскость без измерений. Такое умение пригодится в задачах на симметрию и векторы, где точность особенно важна.

Сравнение длины отрезка и его половин



Для отрезка с концами $A(1; 1)$ и $B(7; 5)$ середина M делит его так, что AM и MB равны по длине, хотя координаты не являются «просто половинками».

Диаграмма подтверждает: равенство частей по длине обеспечивается формулой середины, а не интуитивным делением разностей координат.

Расчёт по формулам расстояния и середины, школьная геометрия, 9 класс.

Связь с теоремой Пифагора



Квадрат расстояния равен сумме квадратов катетов

Теорема Пифагора даёт связь для длины: $d^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$. Модули можно убрать, потому что квадрат одинаков для положительных и отрицательных значений.



Прямоугольный треугольник по разностям координат

Если точки $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$ соединить отрезком, то разности координат образуют прямоугольные катеты: $|x_2 - x_1|$ и $|y_2 - y_1|$, а сам отрезок AB становится гипотенузой.



Алгебраическая формула превращает геометрию в вычисления

Записав d как $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, можно точно находить длины на координатной плоскости. Это упрощает построения и проверку ответов в задачах.

01

Часто путают порядок координат: берут разность как $(x_1 - x_2)$, а затем применяют её небрежно в квадрате или в модуле. Важно каждый раз использовать $(x_2 - x_1)$ и $(y_2 - y_1)$ последовательно.

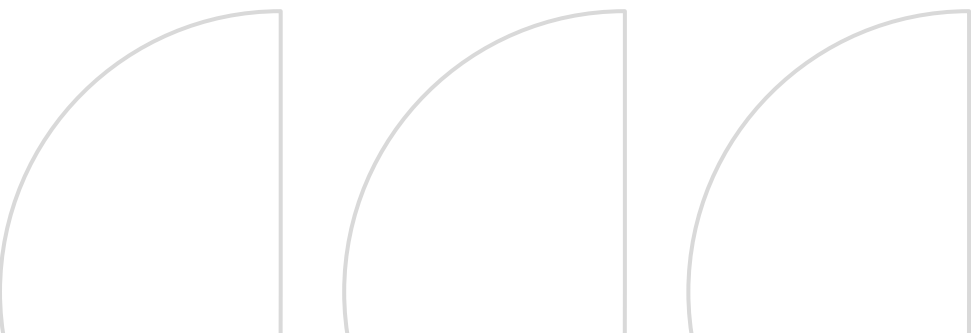
02

Проверяйте скобки: выражение $(x_2 - x_1)^2$ означает квадрат всей разности. Ошибка возникает, когда возводят в квадрат только число или забывают скобки, из-за чего меняется итоговая сумма под корнем.

03

При нахождении середины нередко забывают делить на 2 обе координаты или складывают «несовпадающие» значения, например x_1 с y_2 . Отдельная проблема — потеря минуса у отрицательных координат при вычислениях.

Типичные ошибки при вычислениях



Проверка формул на простых примерах

Подставьте координаты концов в формулы расстояния и середины. Сравните результаты с тем, что получается на рисунке: горизонтальные пары дают простую разность абсцисс, вертикальные — разность ординат.

Точки А и В	Расстояние d	Середина М
A(-3; 4), B(1; 4)	4	(-1; 4)
A(2; -2), B(2; 6)	8	(2; 2)
A(0; 0), B(6; 8)	10	(3; 4)

По трём случаям видно: горизонталь и вертикаль дают «одну» разность, а диагональный вариант требует корня. Результаты хорошо проверяются по чертежу.

Формулы координатной геометрии: расстояние и середина отрезка (школьный курс, 9 класс).



Где применяются эти формулы в жизни

Координаты точек и расстояния нужны, когда требуется точно описать положение: на картах и в навигации, в компьютерной графике, в чертежах и при построениях в задачах на планировку.

Середина отрезка помогает найти центр участка, середину экрана, точку симметрии фигуры и положение объекта между двумя ориентирами. В практических заданиях важны точность координат и выбранный масштаб.



Как меняется расстояние при изменении координат



На примерах видно: когда меняется только одна координата (dx или dy), расстояние равно модулю этой разности; при изменении обеих — требуется корень из суммы квадратов.

Чем больше различия по оси Ox и/или Oy , тем больше длина отрезка. Одинаковое «изменение одной оси» даёт один тип результата, а двум осям соответствует иной масштаб.

Расчёт по формуле расстояния для пар из примеров: $A(-3;4)-B(1;4)$, $A(2;-2)-B(2;6)$, $A(0;0)-B(6;8)$.

Порядок решения задач в тетради

1. Запись данных

Сначала выпишите координаты точек $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$. Сделайте короткий чертёж или отметьте точки на координатной плоскости, чтобы видеть расположение и знаки.

2. Выбор формулы

Для расстояния используйте $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$, а для середины — $M((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$. Проверьте, что формула соответствует требуемой величине.

3. Подстановка и вычисления

Подставьте координаты и аккуратно вычислите разности, затем квадраты и сумму под корнем. Для середины сложите соответствующие координаты и разделите обе суммы на 2.

4. Проверка ответа

Убедитесь, что расстояние получилось положительным числом. Для середины проверьте по рисунку, что точка находится между концами отрезка и совпадает с нужной «серединой» линией.

01

Формула расстояния напрямую используется в темах про окружность: радиус — это расстояние от центра до точки окружности. Без неё сложно находить уравнения и характеристики фигур на координатной плоскости.

02

Связь середины отрезка с симметрией помогает решать задачи, где требуется найти центр или восстановить недостающую точку по условию равенства. Это же переносится на координаты диагоналей фигур.

03

В дальнейшем эти идеи встречаются вместе с векторами: длины и направления удобно выражать через координаты. Понимание средней точки становится базой для работы с половинами диагоналей и отрезков.

04

В геометрии 9 класса такие формулы экономят время и снижают число ошибок: вы проверяете построения вычислениями, а не только «на глаз», что особенно важно в контрольных и задачах.

Почему эти формулы нужны дальше

Памятка по основным формулам

Случай	Формула	Название
Общее	$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$	расстояние
Одна горизонталь	$d = x_2 - x_1 $	по абсциссам
Одна вертикаль	$d = y_2 - y_1 $	по ординатам
Середина	$M((x_1 + x_2)/2; (y_1 + y_2)/2)$	середина отрезка

Коротко повторите, что нужно подставлять при типовых заданиях. Обе формулы работают с любыми координатами, включая отрицательные, а модули возникают только в частных случаях.

Если вы узнаете расположение точек (горизонталь/вертикаль), формула упрощается. Во всех остальных случаях применяйте общий вид через разности координат.

Школьный курс геометрии, 9 класс:
координатная геометрия.

Итог: расстояние и середина через координаты

Расстояние между точками находится по формуле, связанной с теоремой Пифагора, через разности координат. Середина отрезка — это средние арифметические соответствующих координат концов, что помогает точно решать задачи 9 класса.