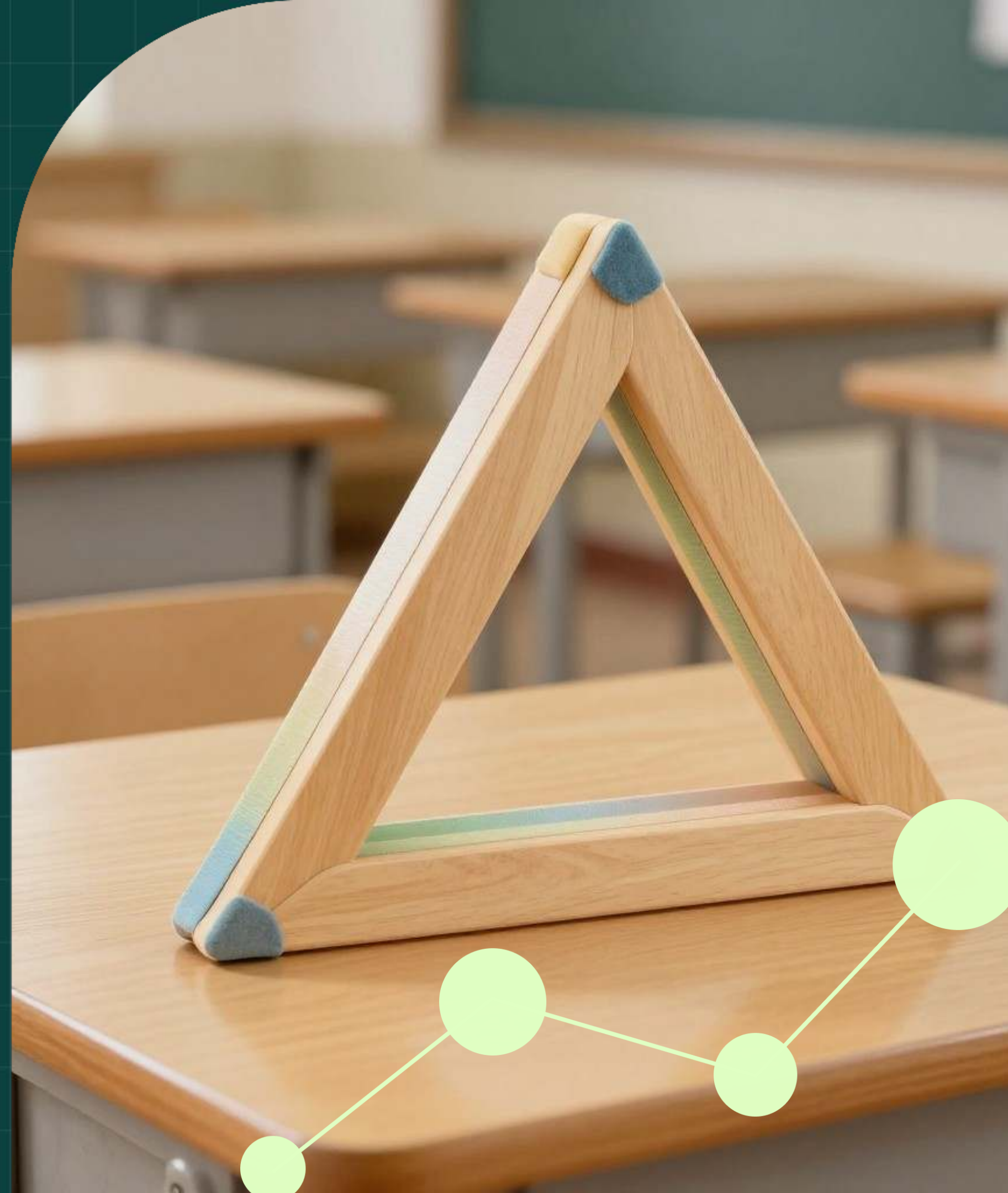




Треугольник: стороны, углы и основные свойства

Изучаем фигуру, которая
помогает решать множество
геометрических задач.



Почему треугольник важен в геометрии

Треугольник — простая, но очень полезная фигура: его свойства помогают находить углы, сравнивать стороны и проверять возможность построения. Поэтому он часто встречается в задачах и в реальных конструкциях.



Что называют треугольником

3

1

Три точки

Треугольник строят по трём точкам, которые не лежат на одной прямой. Эти точки соединяют тремя отрезками, и получается замкнутая фигура с тремя углами.

2

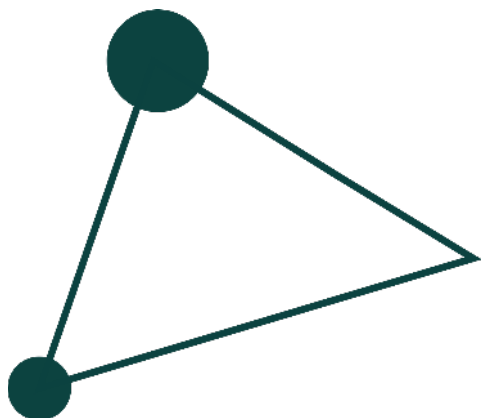
Три стороны

Каждая сторона треугольника — это отрезок между двумя вершинами. Стороны образуют границу фигуры и всегда рассматриваются попарно, потому что каждая из них связана с углом напротив.

3

Три вершины

Вершины обозначают буквами, например А, В и С. По ним удобно записывать треугольник как АВС и точно указывать, о какой фигуре идёт речь в задаче.



4

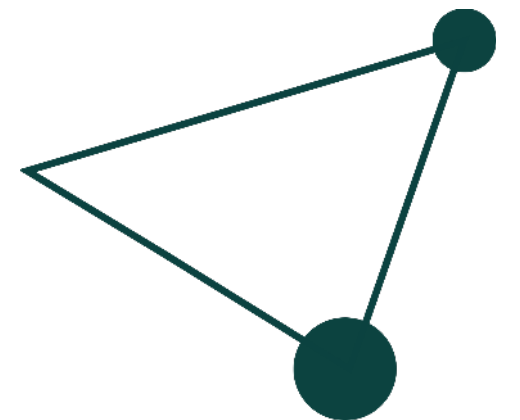
Три угла

У треугольника есть три внутренних угла. Они образуются сторонами при вершинах и помогают определять вид треугольника, а также находить неизвестные величины.

5

Обозначение и связь

В записи АВС сторона АВ лежит напротив угла С, сторона ВС — напротив угла А, а сторона СА — напротив угла В. Это правило важно при сравнении сторон и углов.



Элементы треугольника на чертеже

4

● Вершины и стороны

На чертеже обычно подписывают вершины буквами и отмечают стороны как отрезки между ними. Это помогает быстро понять, где находится каждая часть фигуры и как она обозначена.

● Внутренние углы

Углы показывают при вершинах небольшими дугами. Такие отметки нужны, чтобы видеть, какие углы равны, какие нужно сравнить и какие значения уже известны по условию задачи.

● Основание

Одну из сторон часто называют основанием, особенно в равнобедренном треугольнике. Это удобно для объяснения свойств фигуры и для построения высоты, проведённой к основанию.

● Высота, медиана, биссектриса

Эти линии проводят внутри треугольника для решения задач. Высота перпендикулярна стороне, медиана делит её пополам, а биссектриса делит угол на две равные части.

● Отметки равенства

На схемах равные элементы часто помечают одинаковыми штрихами или дугами. Такие обозначения позволяют не перепутать равные стороны, равные углы и важные связи между ними.



Виды треугольников по сторонам

Вид	Равных сторон	Признак
Равносторонний	3	Все равны
Равнобедренный	2	Две равны
Разносторонний	0	Все разные

Таблица показывает, как длины сторон помогают определить тип треугольника.

Тип треугольника по сторонам определяется только сравнением длины его сторон.

Виды треугольников по углам

Вид	Углы	Пример
Остроугольный	Все $< 90^\circ$	По 60°
Прямоугольный	Один $= 90^\circ$	$30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$
Тупоугольный	Один $> 90^\circ$	$100^\circ, 40^\circ, 40^\circ$

Таблица помогает быстро определить общий вид треугольника по одному из его углов.

Достаточно знать один характерный угол, чтобы понять, к какому виду относится треугольник.

Это правило позволяет сразу находить неизвестный угол, если известны два других. Оно используется почти в каждой задаче на углы треугольника.

Свойство суммы внутренних углов треугольника из школьного курса геометрии.

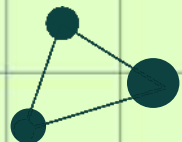


180°

**равна сумма внутренних углов
любого треугольника**

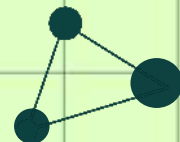
Внешний угол треугольника

8



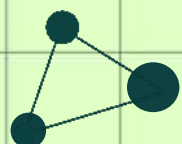
Как образуется

Внешний угол появляется, когда одну из сторон треугольника продолжают за вершину. Тогда рядом с внутренним углом возникает смежный угол, который и называют внешним.



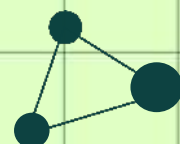
Связь со смежным углом

Внутренний и внешний углы при одной вершине смежные, поэтому их сумма всегда равна 180° . Это помогает быстро находить один угол по другому.



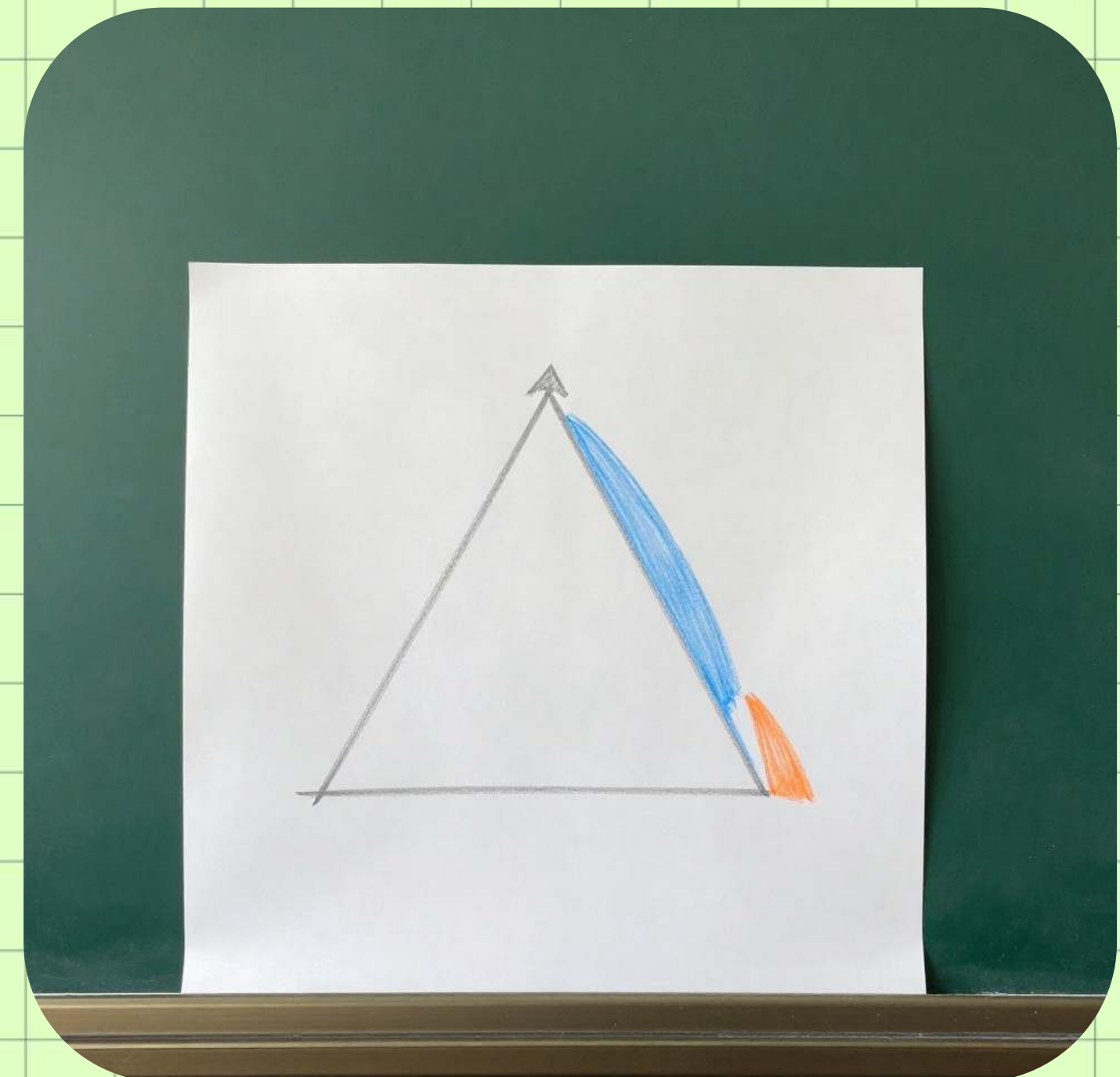
Связь с двумя удалёнными

Внешний угол равен сумме двух внутренних углов, не прилежащих к нему. Это свойство особенно удобно при решении задач на вычисление углов без лишних построений.

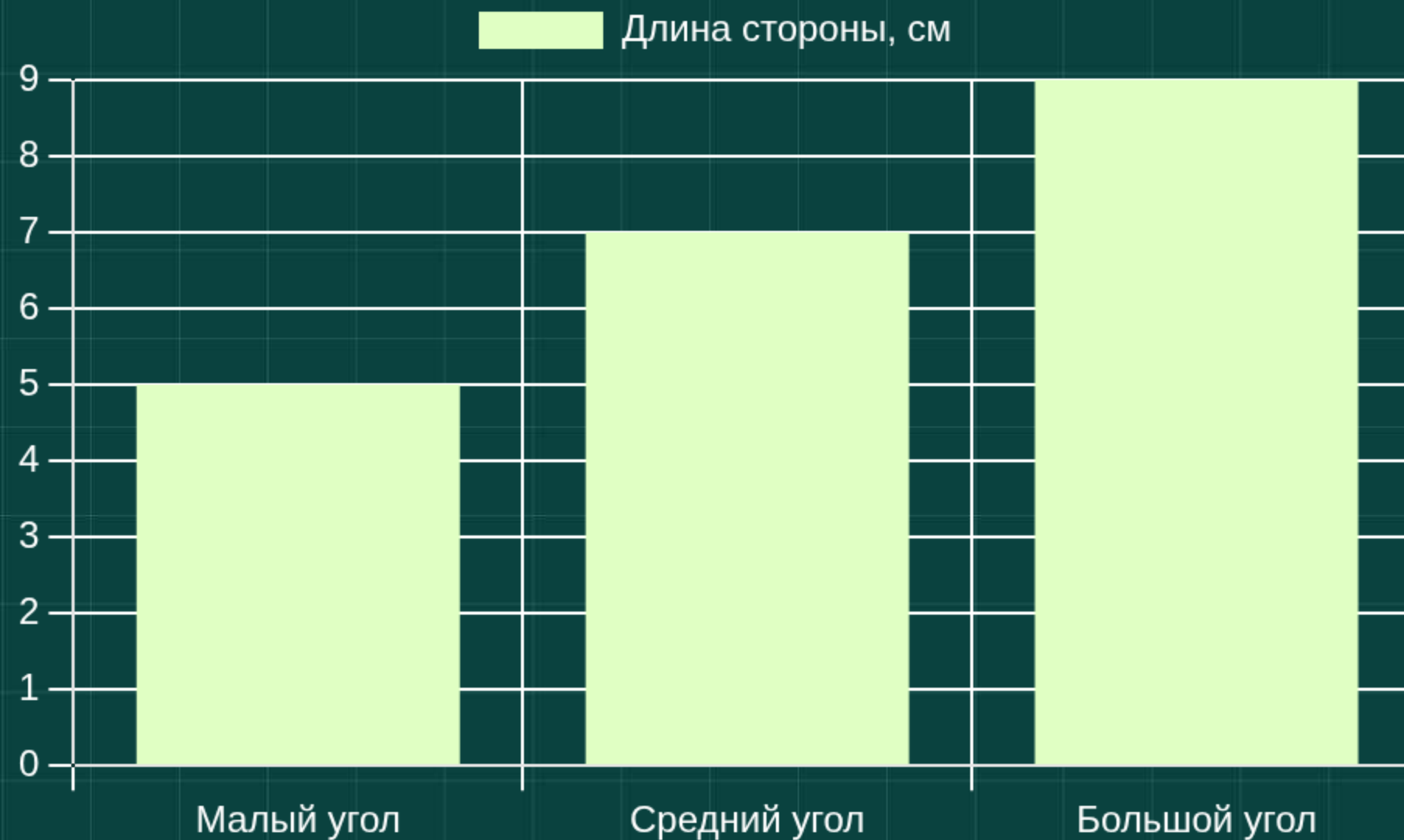


Как показывают на рисунке

На чертеже обычно изображают продолжение стороны стрелкой или дополнительным отрезком. Так сразу видно, какой угол внешний и какие внутренние углы нужно складывать.



Как соотносятся стороны и углы



В треугольнике порядок сторон и углов совпадает: чем больше угол, тем длиннее лежащая напротив сторона. Это правило удобно для сравнения элементов без измерений.

Самой большой стороне соответствует самый большой угол, а порядок остальных элементов сохраняется.



Иллюстративный пример по теме «Треугольник. Свойства его сторон и углов».

Неравенство треугольника

10

1

Главное правило

Для любого треугольника сумма длин любых двух сторон должна быть больше длины третьей стороны. Это обязательное условие существования фигуры.

2

Проверка на примере

Если даны 3 см, 4 см и 5 см, все условия выполняются: $3 + 4 > 5$, $3 + 5 > 4$, $4 + 5 > 3$. Такой треугольник построить можно.

3

Когда построение невозможно

При длинах 3 см, 4 см и 8 см условие нарушается, потому что $3 + 4$ меньше 8. Значит, такие отрезки не образуют треугольник.

4

Как действовать в задаче

Сначала сравнивают две меньшие стороны с большей, а затем проверяют все три неравенства. Если хотя бы одно не выполняется, треугольник не существует.

Проверка существования треугольника

Три заданные длины сторон сравнивают по неравенству треугольника: сумма двух меньших должна быть больше третьей.

Равнобедренный треугольник и его свойства

12

1

Две равные стороны

В равнобедренном треугольнике две стороны имеют одинаковую длину. Они называются боковыми, а третья сторона — основанием, от которого удобно отсчитывать углы и линии на чертеже.

2

Равные углы у основания

Если две стороны равны, то углы при основании тоже равны. Это свойство помогает быстро находить неизвестный угол, когда известен вершинный угол или один из углов у основания.

3

Пример с углами

При вершином угле 40° два угла при основании вместе составляют 140° . Значит, каждый из них равен 70° , потому что в треугольнике равные углы распределяются одинаково.

4

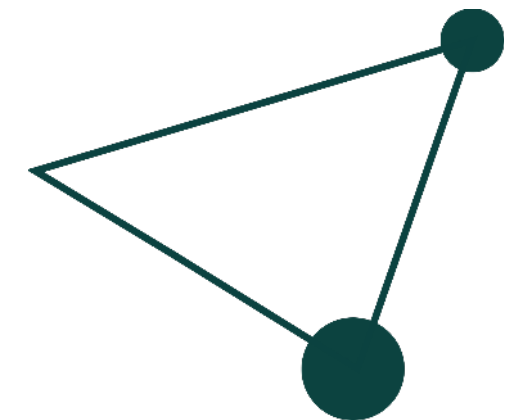
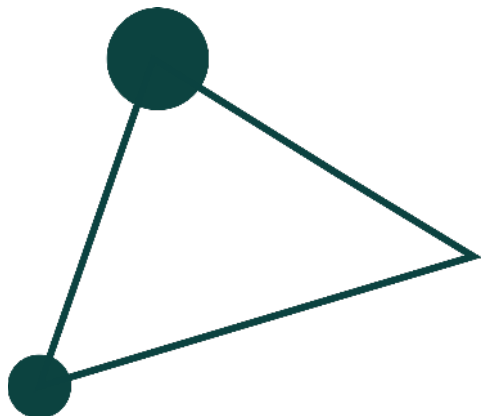
Зачем это нужно

Свойство равнобедренного треугольника часто используют в задачах на вычисление углов, доказательство равенства отрезков и проверку симметрии фигуры. Оно заметно упрощает рассуждения.

5

Главный вывод

Если в условии есть две равные стороны или два равных угла, можно сразу искать признаки равнобедренного треугольника. Это экономит время и делает решение более точным.

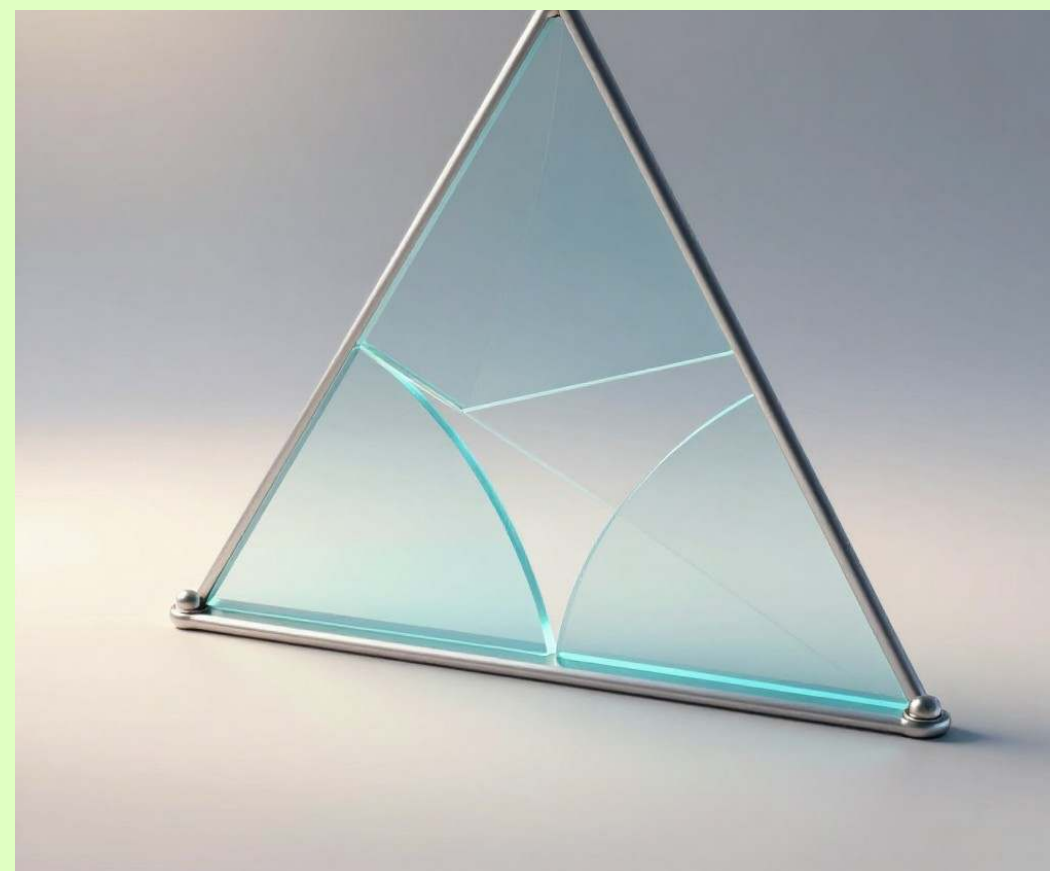


Равносторонний треугольник



Фигура с полным равенством

У равностороннего треугольника все три стороны одинаковы, поэтому он выглядит особенно симметричным. На чертеже это удобно показывать одинаковыми засечками на каждой стороне и одинаковыми дугами у всех углов.



Углы одинаковой величины

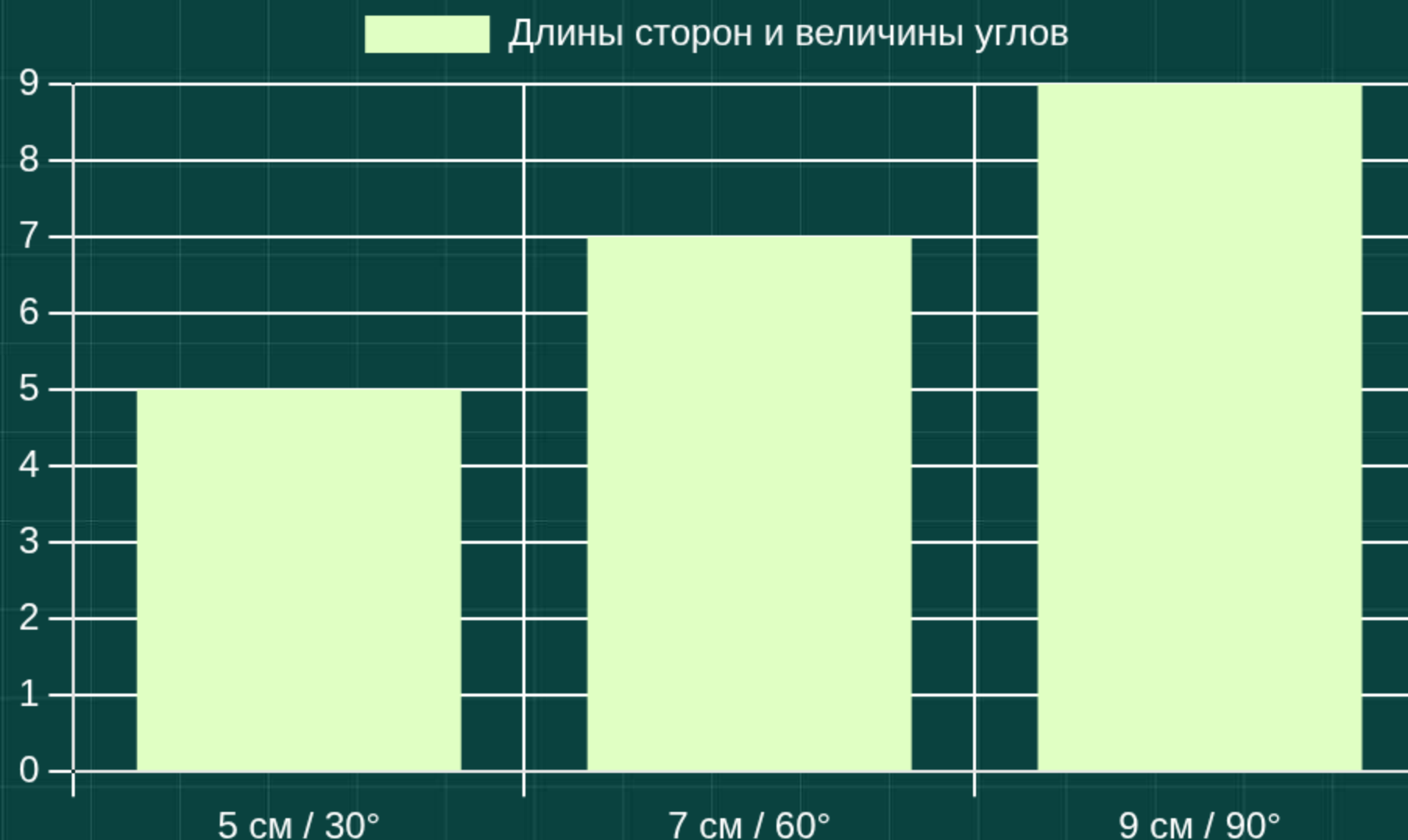
Каждый угол равностороннего треугольника равен 60° . Это следует из суммы внутренних углов треугольника, которая равна 180° . Такая простая закономерность делает фигуру удобной для задач и построений.



Симметрия в жизни

Равносторонний треугольник часто встречается в узорах, мозаиках, декоративных решётках и некоторых конструкциях. Его форма помогает создавать аккуратные и устойчивые изображения, где легко заметить оси симметрии.

Пример связи сторон и углов в одном треугольнике



На схеме видно, что порядок длин сторон и величин углов совпадает. Это помогает быстро сравнивать элементы без дополнительных вычислений.

Самой большой стороне соответствует самый большой угол, а самой маленькой — наименьший. Правило работает для любого треугольника.



Учебный пример по теме «Треугольник. Свойства его сторон и углов»

Высота, медиана и биссектриса



Высота

Высота проводится из вершины перпендикулярно к противоположной стороне. Она помогает находить площадь треугольника и показывает на чертеже прямой угол.



Медиана

Медиана соединяет вершину с серединой противоположной стороны. Она делит сторону на две равные части и часто используется в задачах на симметрию и построение.



Биссектриса

Биссектриса делит угол на две равные части. Это удобный инструмент для поиска одинаковых углов и доказательства свойств внутри треугольника.

Какие данные помогают решать задачи о треугольниках

Что дано	Свойство	Что найти
2 угла и 1 сторона	Сумма углов	3-й угол
2 равные стороны	Равнобедренный	Углы при основании
3 стороны	Неравенство	Возможность построения

Сопоставление условий задачи с нужным свойством помогает выбрать правильный способ решения и не пропустить важную проверку.

По данным условиям можно определить, какое свойство применять, а затем найти неизвестные элементы или проверить, существует ли фигура.



Систематизация свойств треугольника по материалам школьного курса геометрии

Треугольники в жизни и технике

17

● Мосты и фермы

Треугольные элементы делают конструкции жёсткими и устойчивыми. Поэтому их используют в фермах мостов и опорных решениях, где важно выдерживать нагрузку без лишней деформации.

● Дорожные знаки

На дорожных знаках треугольник служит не только для красоты, но и для хорошей заметности. Его простая форма легко распознаётся издалека и сразу привлекает внимание.

● Крыши и каркасы

В крышах домов и спортивных каркасах треугольная форма помогает распределять усилия. Такая конструкция лучше сохраняет форму и меньше «складывается» под давлением.

● Чертежи и модели

В чертежах и моделях треугольники используют для точного задания формы. У них удобно отмечать стороны, вершины и углы, поэтому они подходят для учебных и инженерных схем.



Где чаще всего встречаются задачи на треугольники

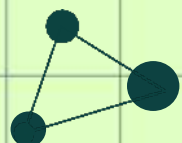


На уроках особенно часто встречаются задачи, где нужно использовать признаки равнобедренного или прямоугольного треугольника, потому что они дают короткий путь к ответу.

Самые удобные для решения случаи связаны с равнобедренным и прямоугольным треугольниками: в них легче находить углы и применять готовые свойства.

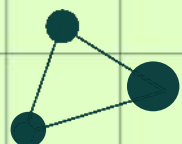


Типичные ошибки при работе с треугольниками



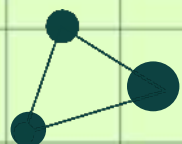
Путают углы

Часто смешивают сумму внутренних углов с внешним углом при вершине. Чтобы не ошибиться, нужно помнить: внешний угол смежен с внутренним и вместе с ним даёт 180° .



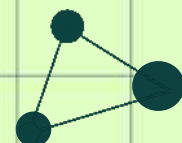
Забывают про равнобедренный

В равнобедренном треугольнике равны именно углы при основании. Иногда по ошибке считают равными все углы или связывают равенство только с внешним видом чертежа.



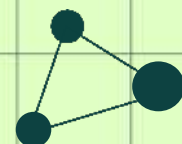
Пропускают проверку

Даже если ответ кажется очевидным, полезно ещё раз проверить вычисления и условия. Это помогает избежать случайных ошибок в углах, сторонах и построениях.



Не проверяют стороны

Перед построением треугольника важно проверить неравенство треугольника. Если сумма двух сторон не больше третьей, фигуру построить невозможно, даже если числа выглядят подходящими.



Неверно сравнивают стороны

Большая сторона всегда лежит напротив большего угла. Ошибка в этом правиле приводит к неправильному сравнению элементов и к неверным выводам в задачах.



Треугольник: главное, что нужно запомнить

Треугольник — это фигура с тремя сторонами и тремя углами. Его свойства помогают строить, сравнивать и находить неизвестные элементы, а значит, решать задачи быстрее и увереннее.