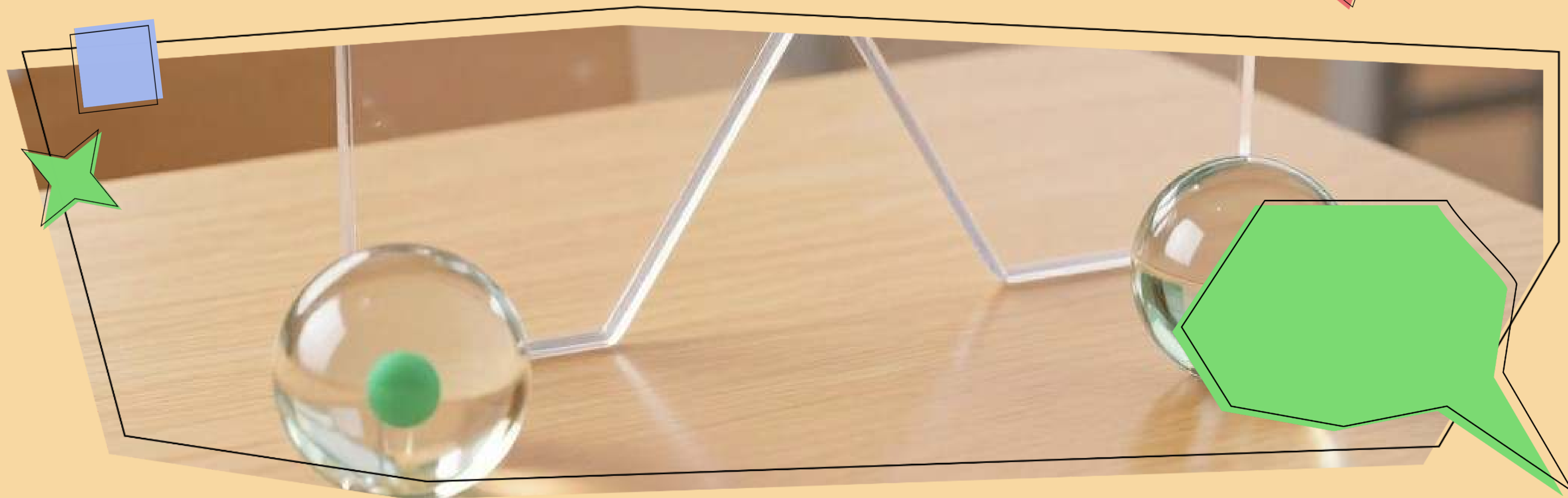
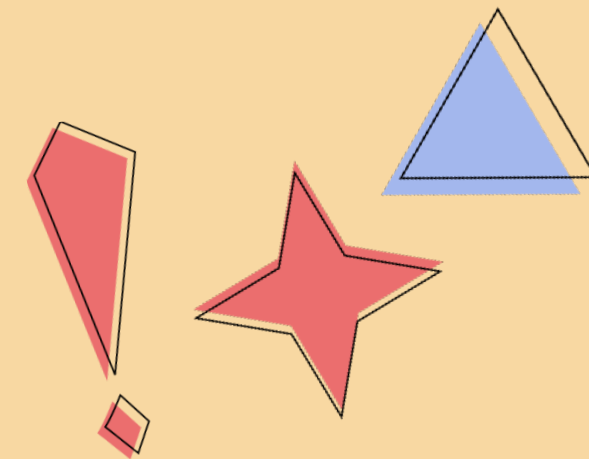


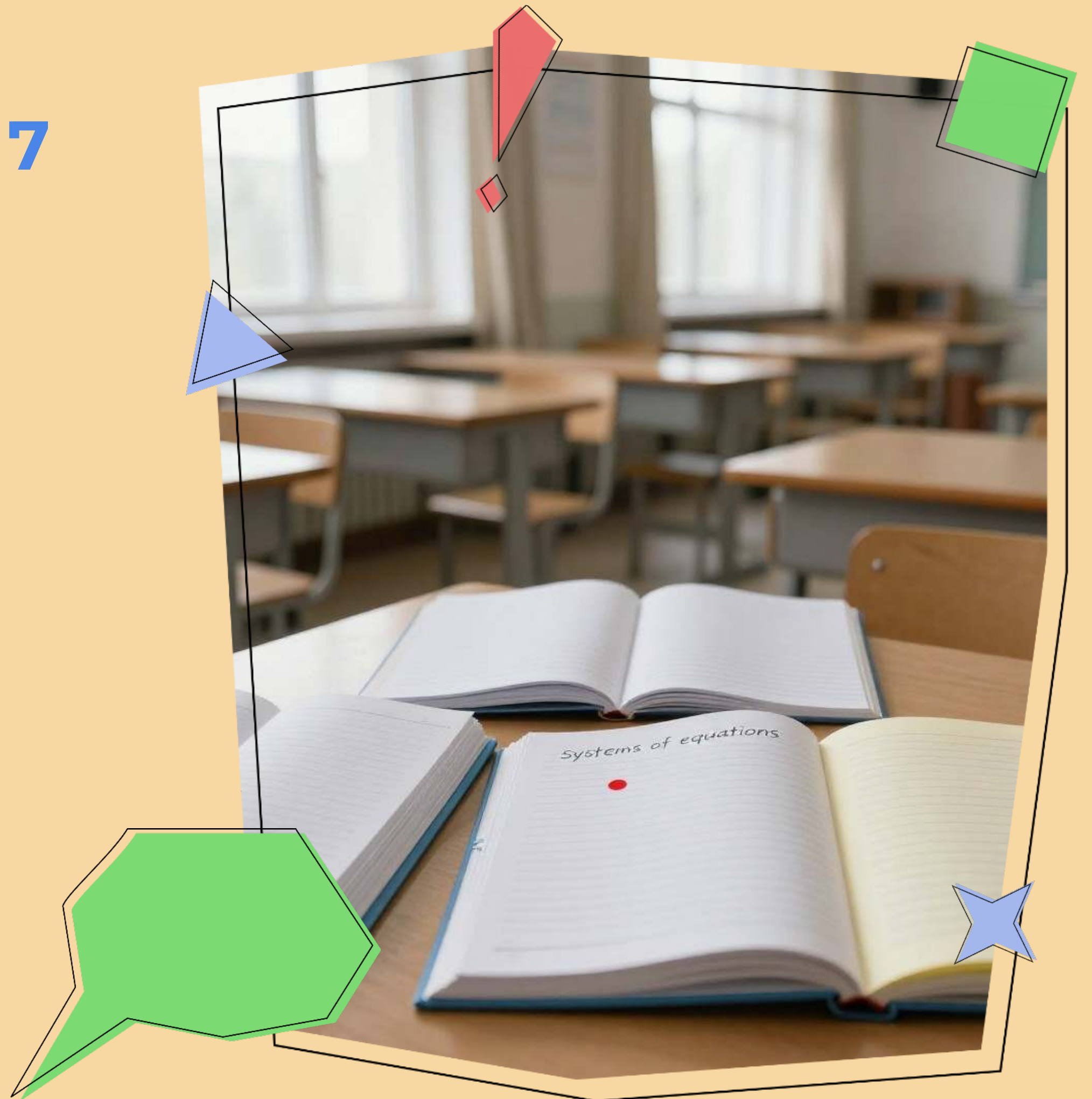
# Решение задач с помощью систем уравнений

Находим два неизвестных по двум условиям



# Почему системы уравнений изучают в 7 классе

В 7 классе уже знакомы выражения, уравнения и координатная плоскость. Теперь эти знания объединяются: одну ситуацию можно описать двумя условиями, записать их формулами и получить точный ответ.



# Что называют системой уравнений

## Несколько уравнений

Система уравнений — это два или больше уравнений, в которых используются одни и те же неизвестные. Обычно в 7 классе рассматривают два линейных уравнения с переменными  $x$  и  $y$ .

## Общее решение

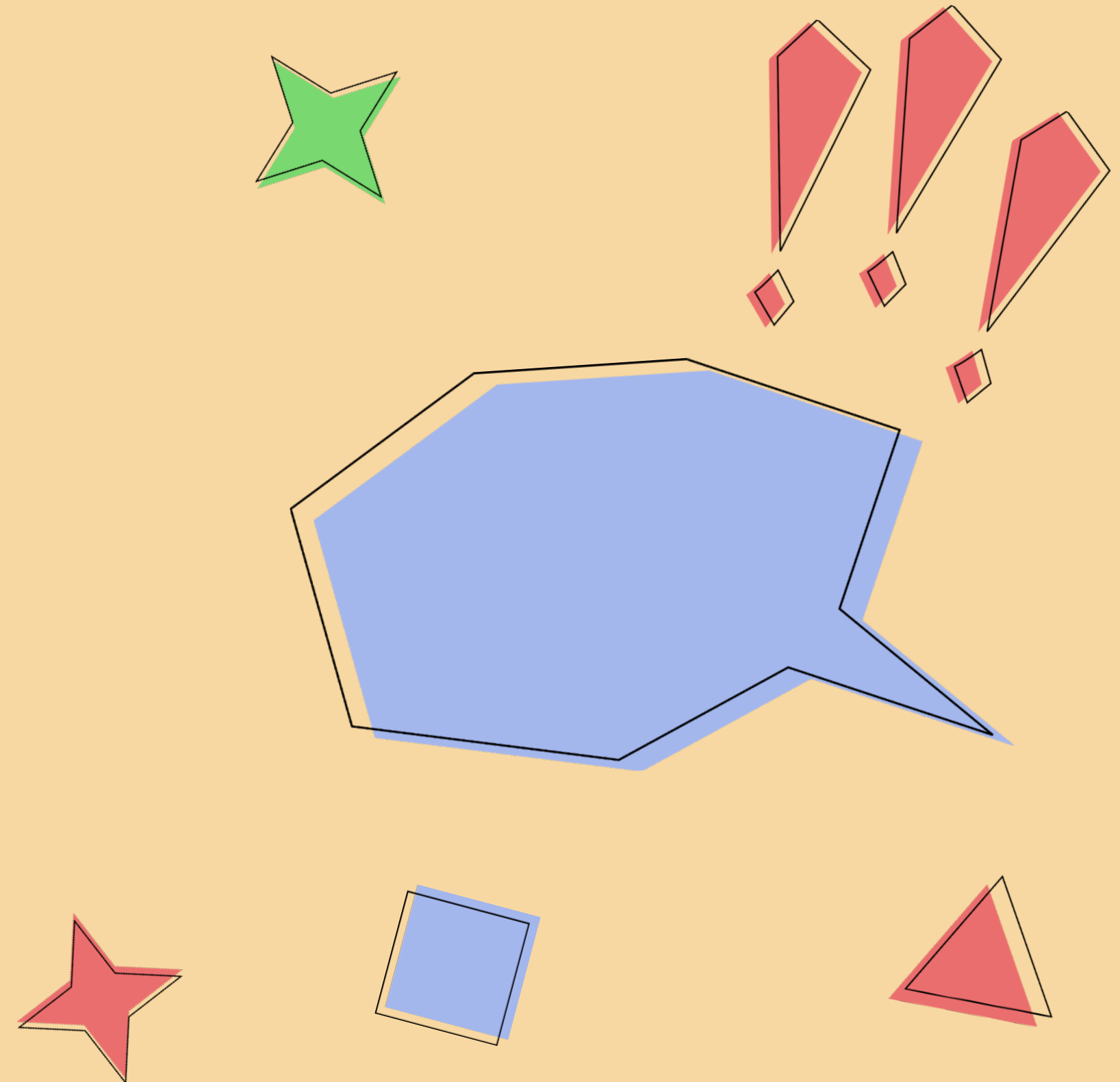
Решением системы считается такая пара значений, которая одновременно подходит каждому уравнению. Если пара верна только для одного из них, она не является решением системы.

## Проверка пары

Чтобы убедиться в правильности ответа, найденные значения подставляют во все уравнения системы. Только совпадение результатов показывает, что решение действительно подходит.

## Для текстовых задач

В задачах чаще всего нужно описать ситуацию через две переменные и два условия. Так система становится удобным способом перевести текст задачи в точную математическую запись.



# Какие бывают линейные системы

## 1. Общий вид

Линейные уравнения с двумя переменными обычно записывают в виде  $ax + by = c$ . В такой записи коэффициенты и свободный член могут быть целыми, дробными или отрицательными.

## 2. Геометрический смысл

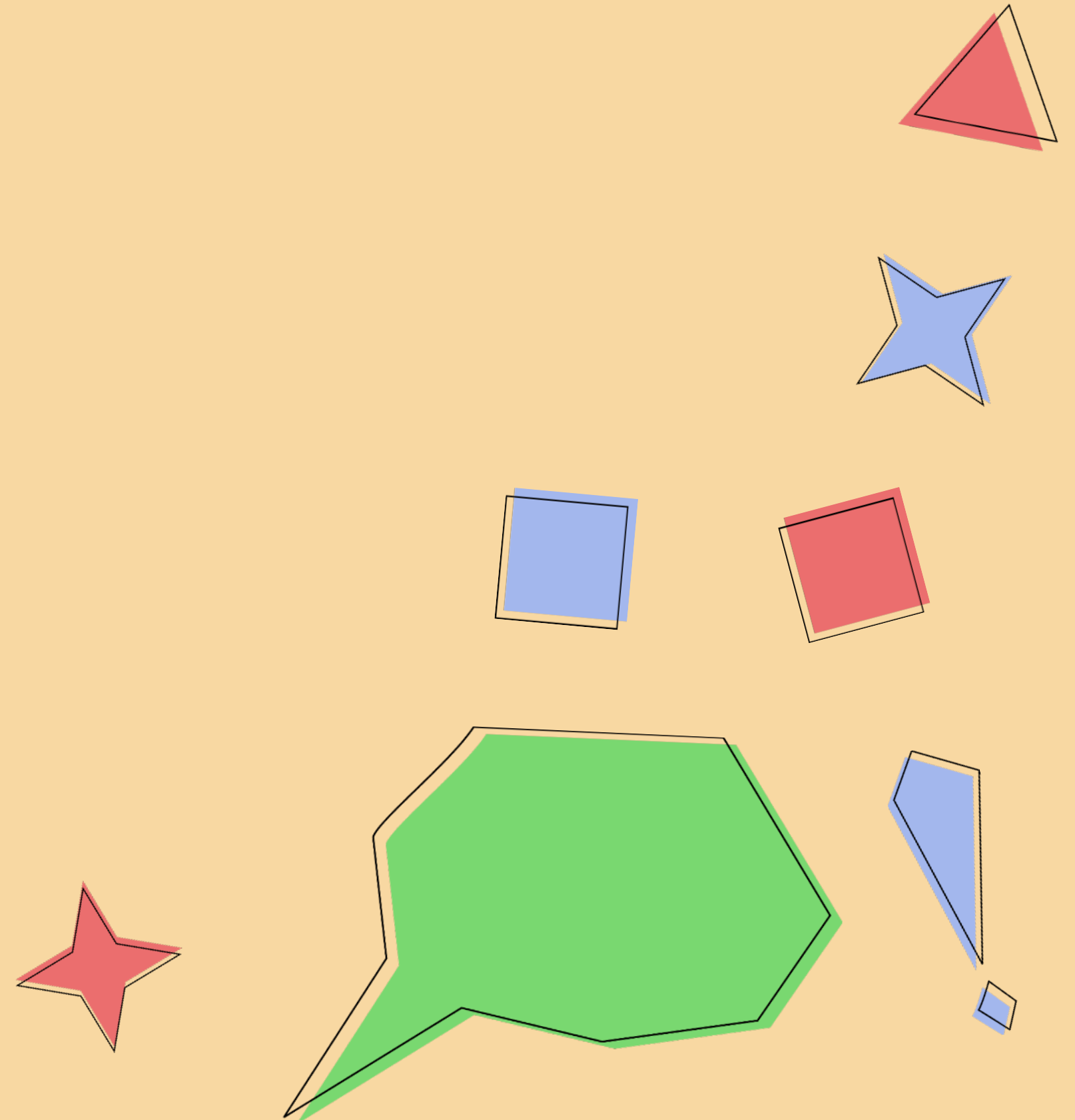
Каждому линейному уравнению соответствует прямая на координатной плоскости. Поэтому систему можно рассматривать как поиск точки, которая принадлежит сразу двум прямым.

## 3. Влияние коэффициентов

От того, какими числами заданы коэффициенты, зависит удобство решения. Иногда переменную легко выразить сразу, а иногда проще применять сложение уравнений.

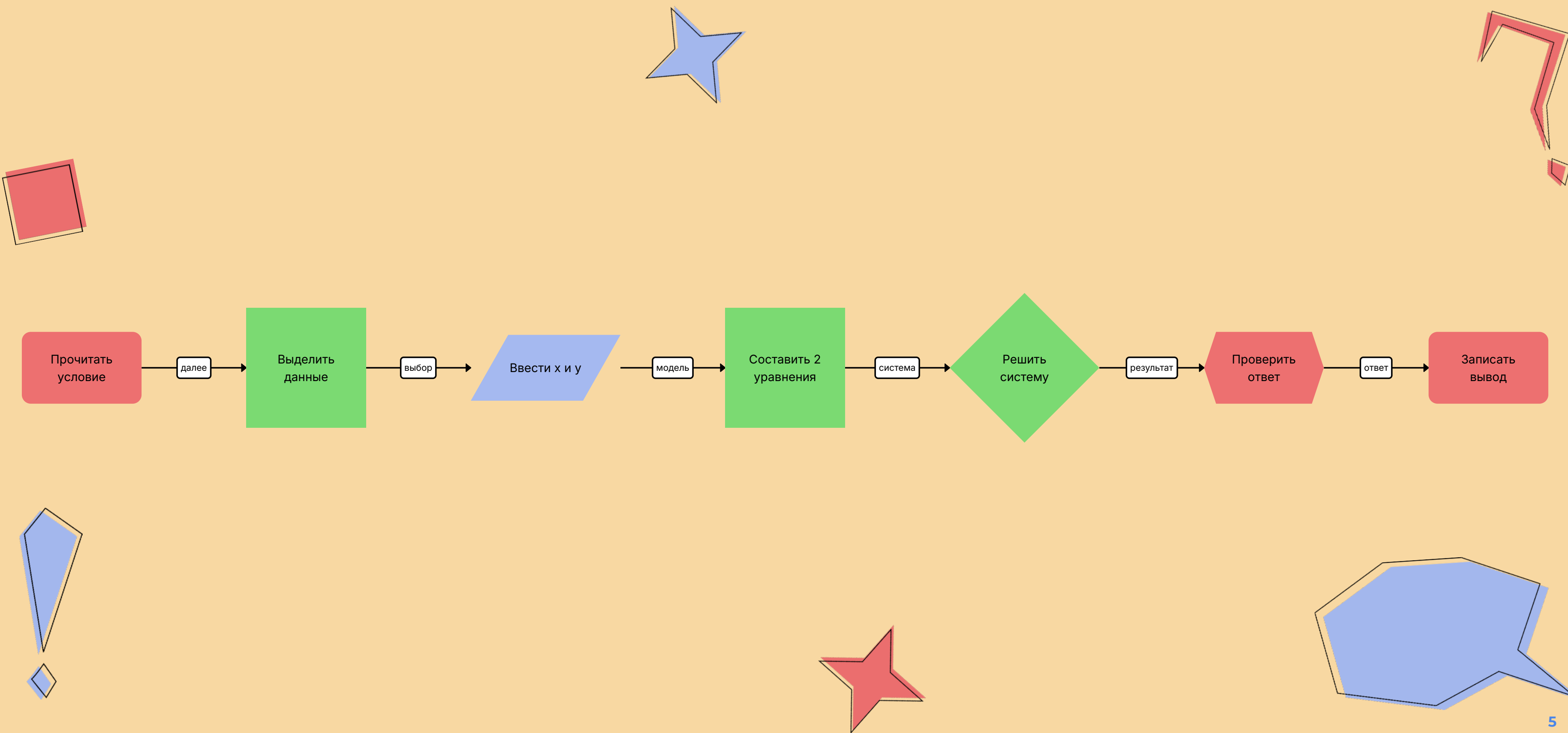
## 4. Разное число ответов

Линейная система может иметь один ответ, не иметь решений или иметь бесконечно много решений. Это зависит от того, как расположены графики уравнений.



# Алгоритм решения текстовой задачи

Последовательность шагов от условия к проверенному ответу



# Как выглядит задача в виде модели

## Известные данные

В модели сначала отмечают все числа из условия: суммы, количества, расстояния, время или возраст. Эти данные помогают увидеть, какие величины уже заданы, а какие ещё нужно найти.

## Неизвестные величины

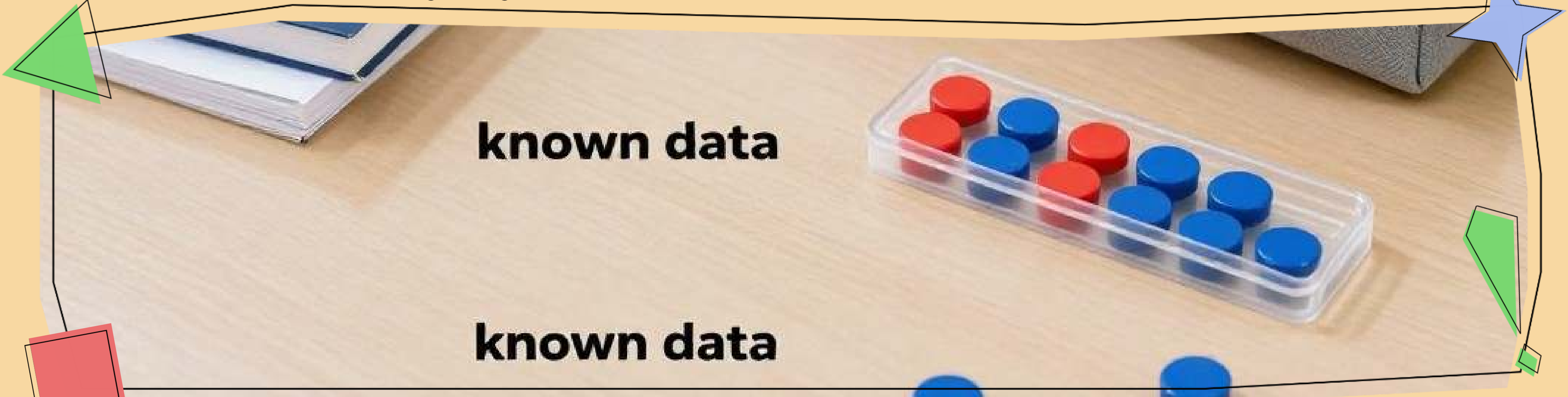
Затем выбирают две величины, которые удобно обозначить буквами  $x$  и  $y$ . Важно, чтобы они соответствовали смыслу задачи: цене, скорости, времени, количеству предметов или другому нужному значению.

## Связи между величинами

После этого ищут связи: общая стоимость, сумма расстояний, совместная работа или разность возрастов. Именно такие отношения превращаются в два уравнения, образующие систему.

## Удобная схема

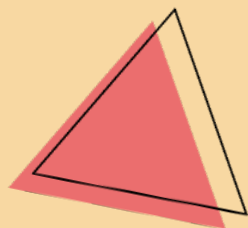
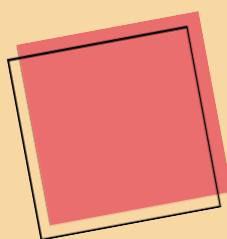
Модель можно показать таблицей, стрелками или короткой схемой с двумя переменными. Такая запись помогает не запутаться и сразу увидеть, какие условия задачи переходят в формулы.



**known data**

**known data**

# Как выбирать переменные в разных типах задач

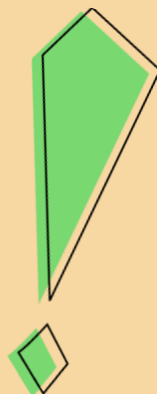
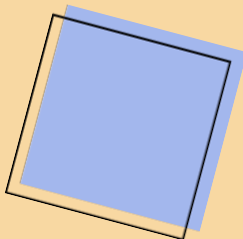
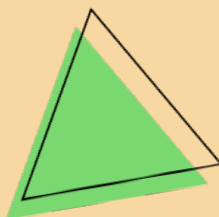


| Тип задачи | Что обозначить     | Что записать        |
|------------|--------------------|---------------------|
| Покупки    | цена и кол-во      | стоимость, сумма    |
| Движение   | скорость и время   | путь, равенство     |
| Возраст    | возраст двух людей | разность, сумма     |
| Работа     | производительность | общая работа, время |

Короткая таблица показывает, какие переменные удобнее всего вводить в типовых текстовых задачах.

Если переменные выбраны удачно, уравнения получаются короче и понятнее, а решение занимает меньше времени.

Типовые сюжеты школьных задач по алгебре, 7 класс



# Где в жизни встречаются системы уравнений

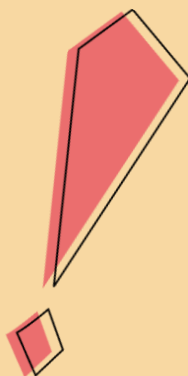
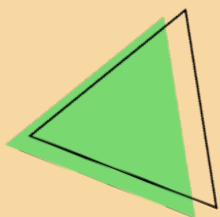
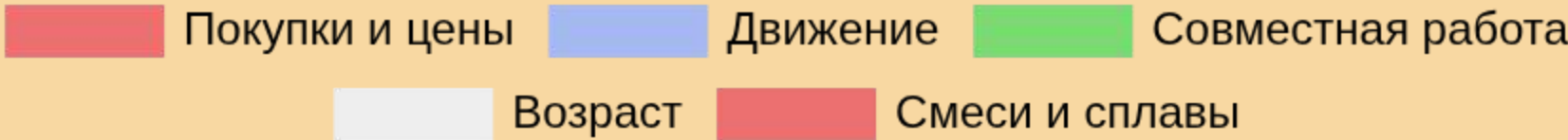
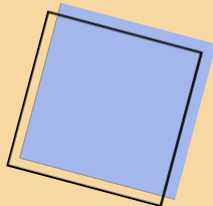
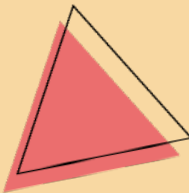
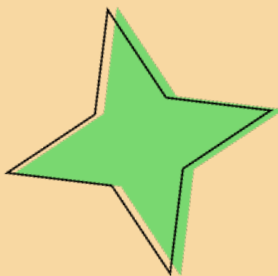


Диаграмма показывает не точную статистику, а типичное распределение школьных сюжетов, с которыми работают на уроках алгебры.

Один и тот же метод подходит для разных ситуаций: меняется только содержание задачи, а логика составления системы остаётся общей.



Иллюстративная схема типовых сюжетов, 7 класс



# Метод подстановки

1.

## Выразить переменную

Сначала выбирают уравнение, в котором одну переменную легче выразить через другую. Получается короткая формула, например  $y = 10 - x$ , которую удобно использовать дальше.

2.

## Подставить во второе

Затем найденное выражение подставляют во второе уравнение вместо выбранной переменной. Так система превращается в одно уравнение с одной неизвестной, которое уже можно решить обычным способом.

3.

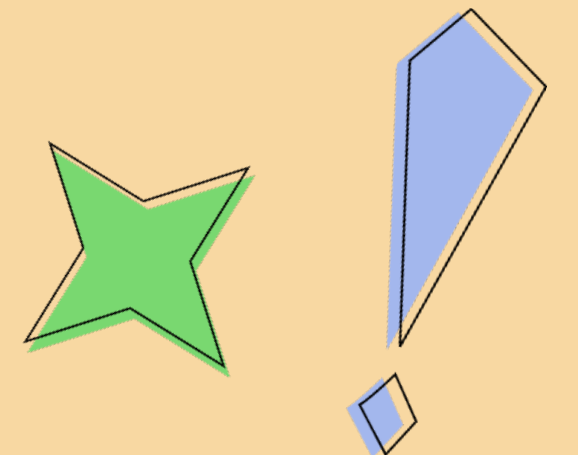
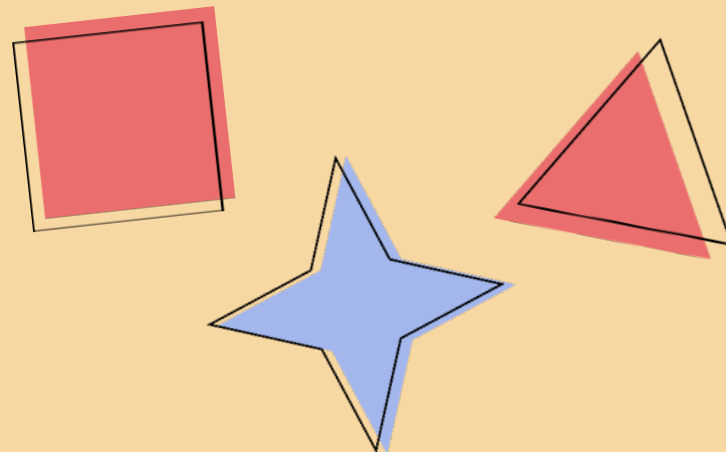
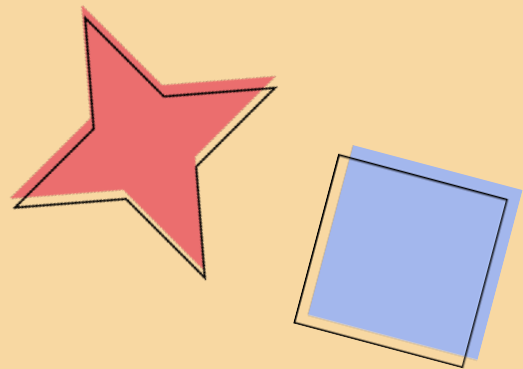
## Найти вторую величину

После вычисления первой переменной её значение подставляют обратно в удобное уравнение. Так находят вторую переменную и получают пару чисел, подходящую к системе.

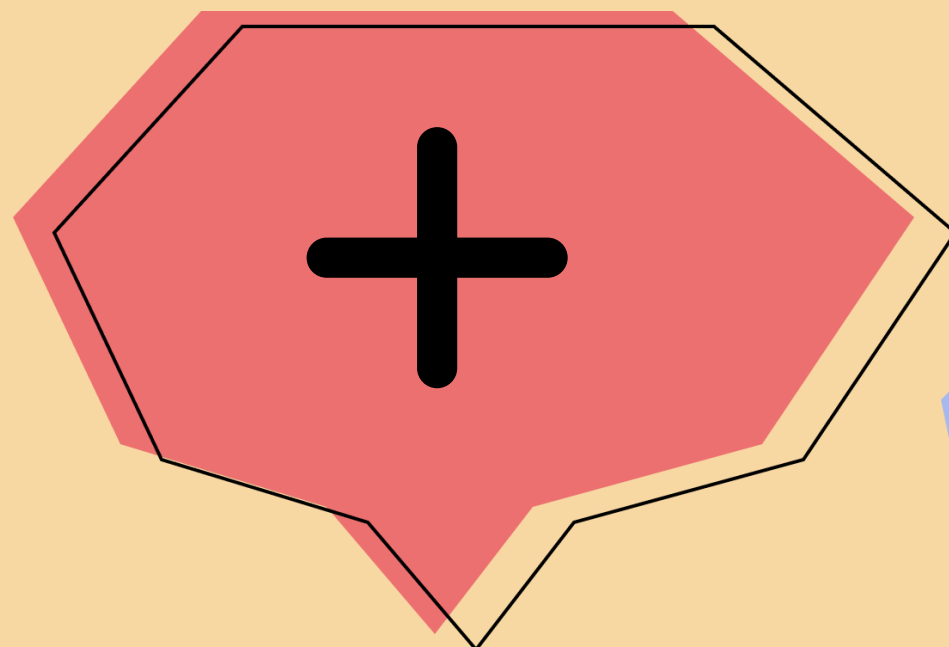
4.

## Когда метод удобен

Подстановка особенно полезна, если одно из уравнений уже почти готово для выражения переменной. Она хорошо работает при коротких формулах и простых коэффициентах.

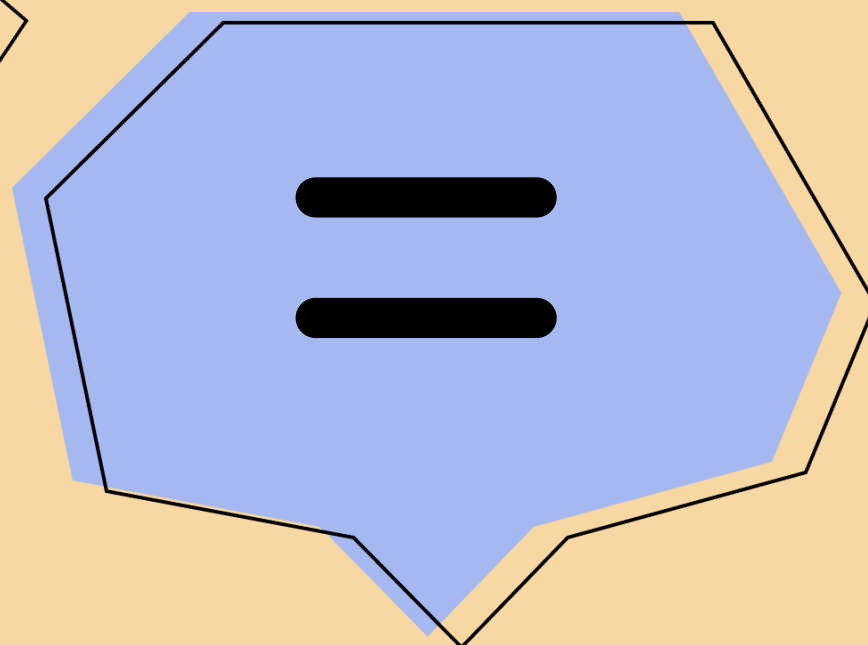
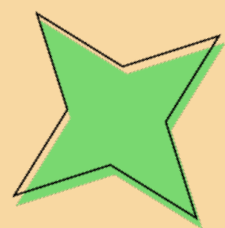


# Метод сложения



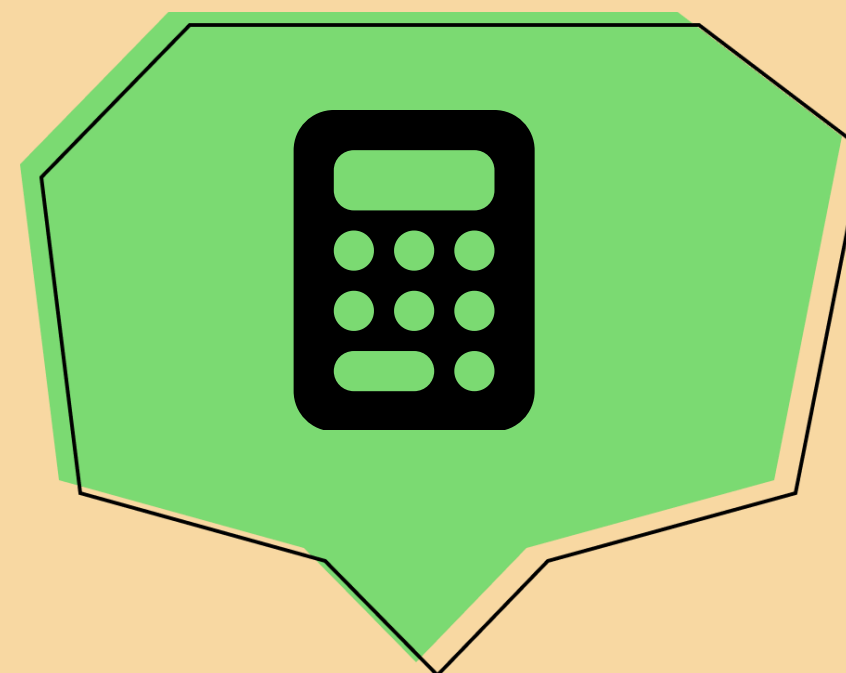
## Сделать коэффициенты удобными

Уравнения сначала преобразуют так, чтобы коэффициенты при одной переменной стали одинаковыми или противоположными. Тогда одну из переменных можно будет быстро убрать.



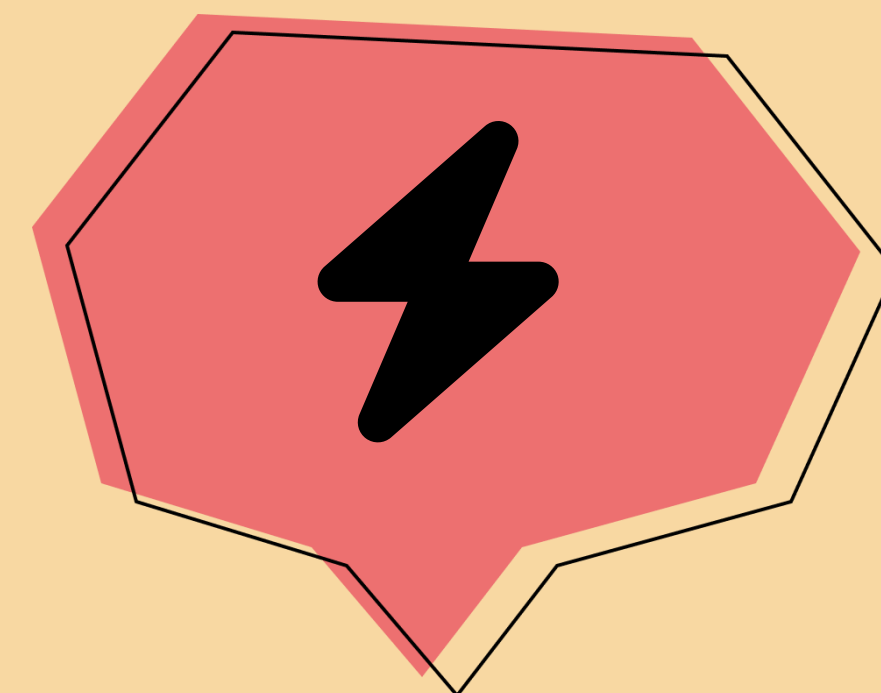
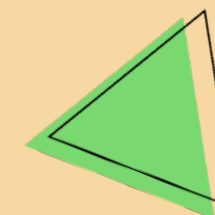
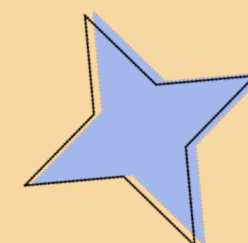
## Сложить или вычесть

После преобразования уравнения складывают или вычитают. Одна переменная исчезает, и остаётся более простое уравнение с одной неизвестной.



## Найти вторую переменную

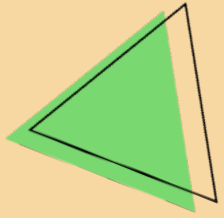
Когда первая переменная найдена, её подставляют в любое исходное уравнение. Так вычисляют вторую величину и получают полное решение системы.



## Когда он особенно удобен

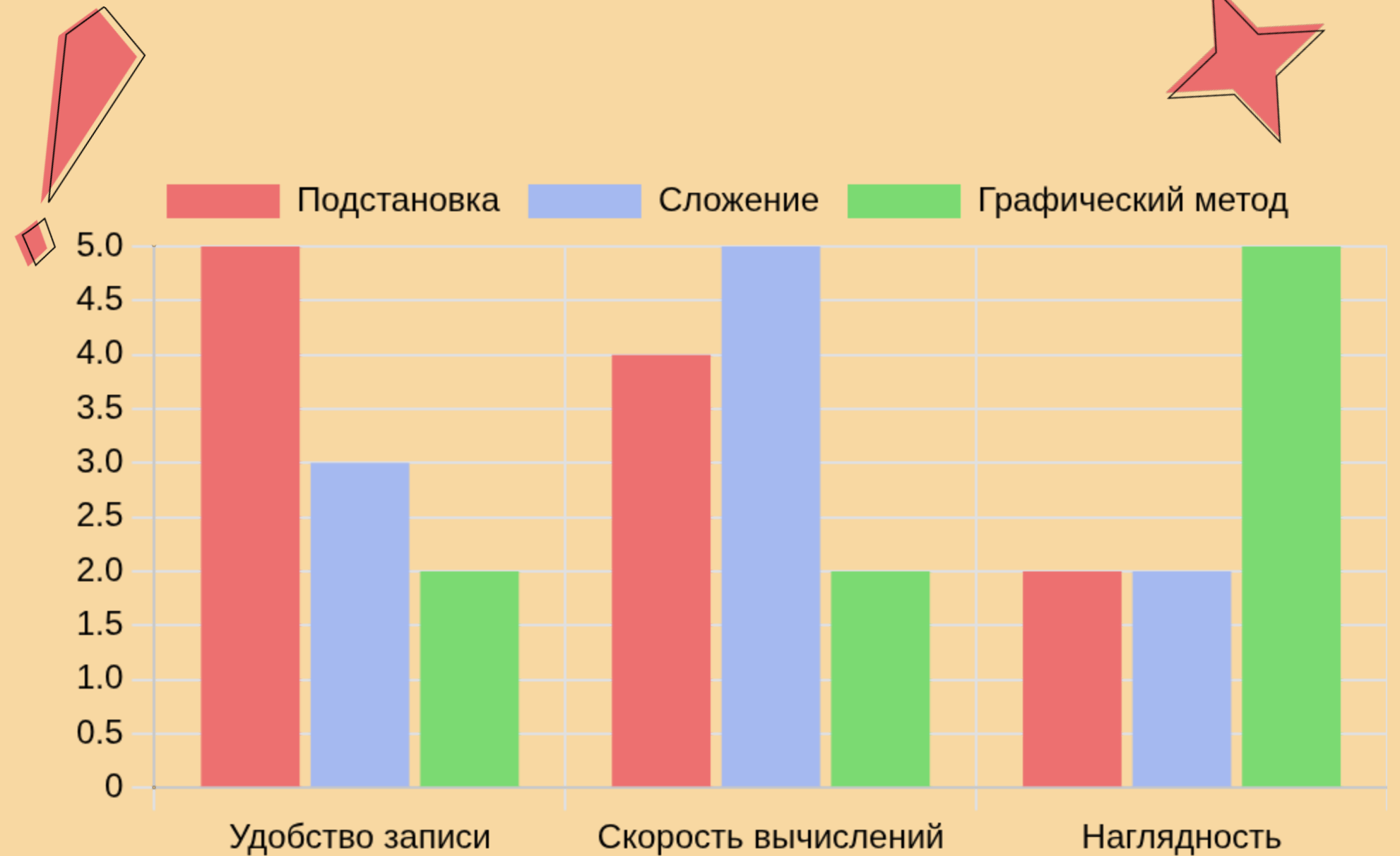
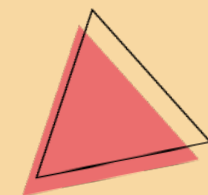
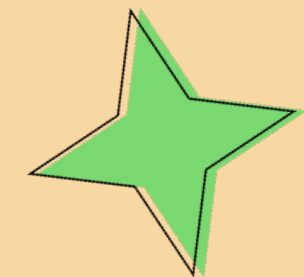
Этот способ особенно хорош для систем с целыми числами, когда коэффициенты легко привести к нужному виду без длинных преобразований и лишних гробей.

# Сравнение способов решения системы

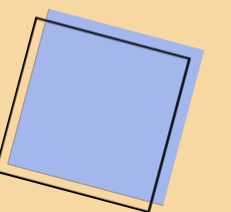


Выбор метода зависит не только от условий задачи, но и от вида самих уравнений: иногда важнее скорость, а иногда — наглядность.

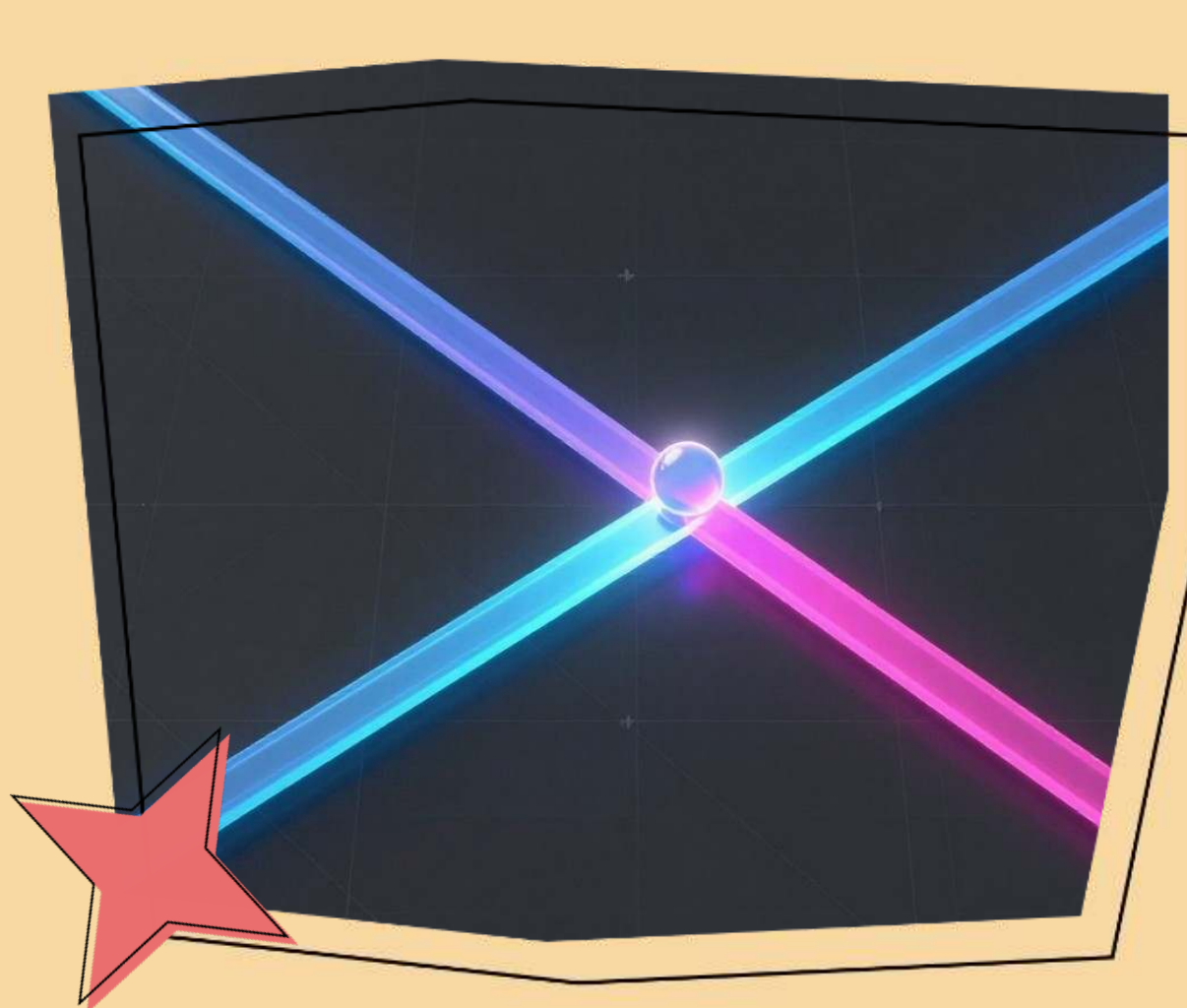
Подстановка и сложение чаще дают точный ответ быстрее, а графический способ лучше показывает смысл решения.



Сравнительная оценка по школьному курсу алгебры, 7 класс



# Графическое решение системы двух уравнений



## Две прямые — одна точка

Каждому линейному уравнению соответствует своя прямая на координатной плоскости. Если они пересекаются, их общая точка и есть решение системы. По её координатам можно сразу прочесть значения обеих переменных.



## Когда решений нет

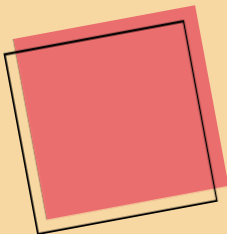
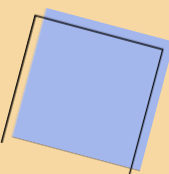
Иногда прямые идут рядом и не встречаются. Тогда у них нет общей точки, а система не имеет решений. На рисунке это удобно показать двумя параллельными линиями, которые сохраняют одинаковое расстояние друг от друга.



## Когда решений бесконечно много

Если две записи описывают одну и ту же прямую, линии полностью совпадают. В таком случае подходит любая точка этой прямой, поэтому решений бесконечно много. На иллюстрации видно, что одна линия скрыта другой.

# Виды систем и число решений



| Вид системы      | Решений  | Графики      | Пример     |
|------------------|----------|--------------|------------|
| Одно решение     | 1        | Пересекаются | $x+y=5$    |
| Нет решений      | 0        | Параллельны  | $x+y=5$    |
| Бесконечно много | $\infty$ | Совпадают    | $2x+2y=10$ |

Классификация систем двух линейных уравнений

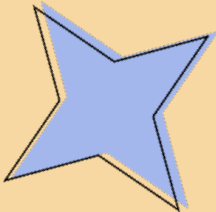
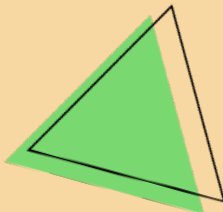


Таблица показывает связь между алгебраической записью системы и её геометрическим смыслом.

Число решений определяется тем, как расположены прямые: одна точка пересечения, отсутствие общей точки или полное совпадение.

# Проверка ответа после решения

## 1. Подставьте значения

Сначала подставьте найденные числа в оба уравнения системы. Если равенства выполняются одновременно, вычисления, скорее всего, выполнены верно.

## 2. Сверьте смысл задачи

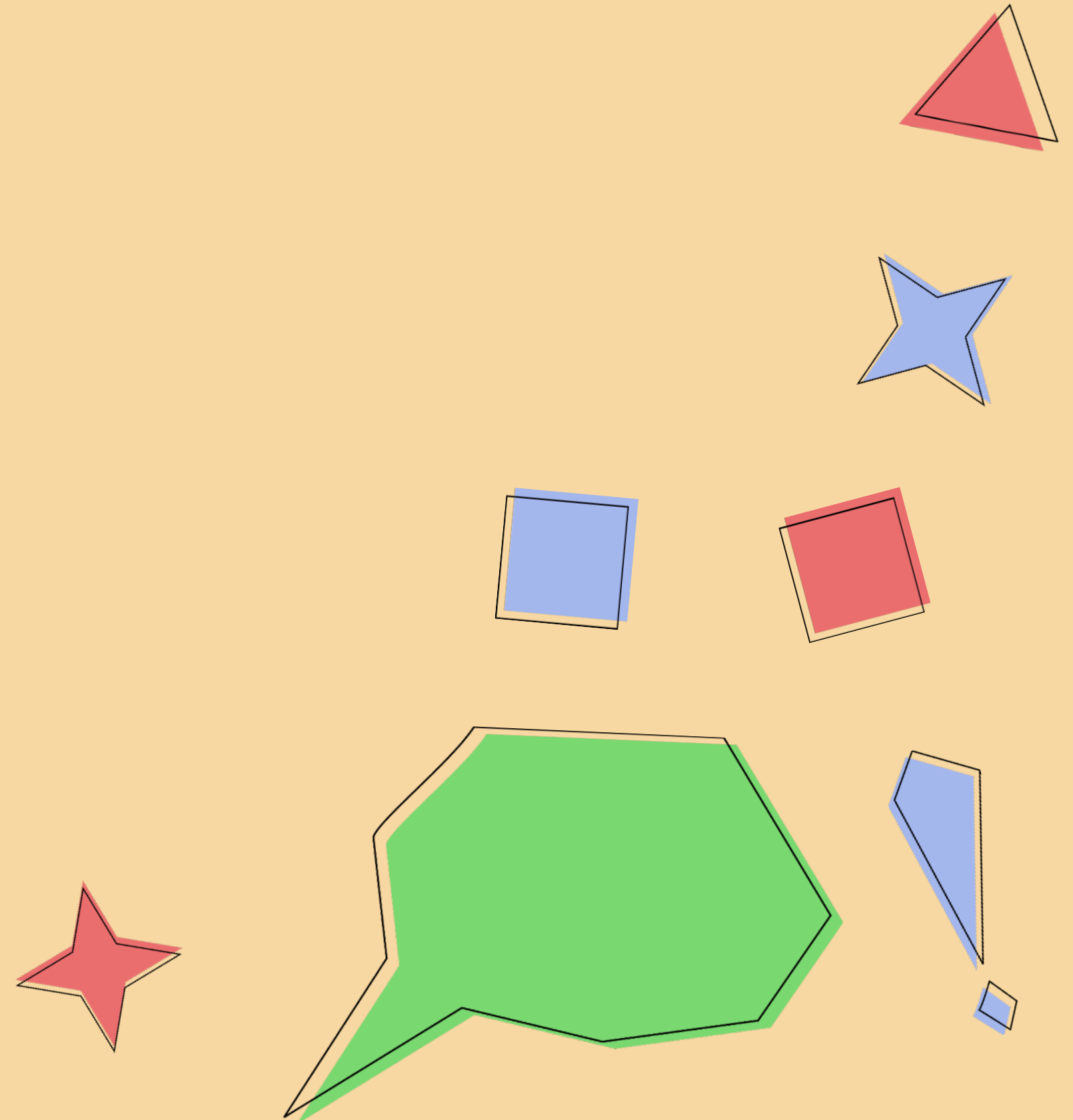
Проверьте, подходят ли ответы по смыслу условия. Количество предметов, время, расстояние и цена не могут принимать невозможные или отрицательные значения.

## 3. Не забудьте единицы

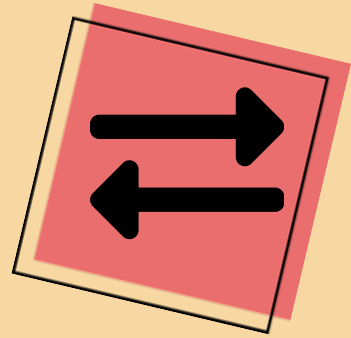
Запишите ответ в тех же единицах, что и в задаче. Если были рубли, минуты или километры, их нужно сохранить и в окончательной записи.

## 4. Исправьте неточности

Проверка помогает заметить ошибки в знаках, переносе слагаемых и составлении уравнений. Она показывает, где именно результат стал неверным.

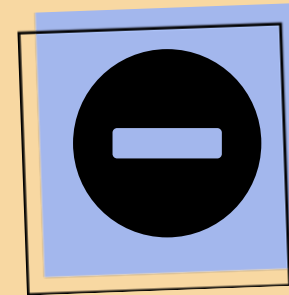
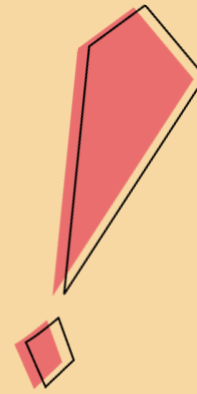


# Частые ошибки при решении задач



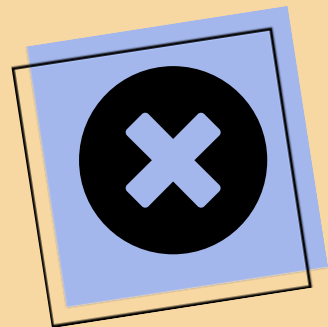
## Неверный выбор переменных

Иногда переменные обозначают неудобно, и система становится длинной. Лучше сразу выбрать такие буквы, чтобы каждая величина ясно соответствовала своему смыслу.



## Не все условия учтены

Если одно из условий задачи не переведено в уравнение, система получается неполной. Тогда ответ может быть найден для другой, не той самой ситуации.



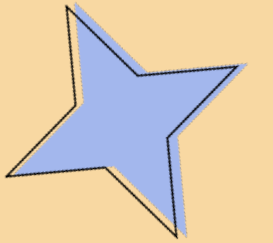
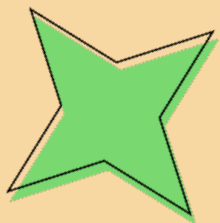
## Потерян знак

При переносе слагаемых часто забывают изменить знак. Из-за одной такой ошибки верное уравнение превращается в неверное, хотя сам ход решения кажется правильным.



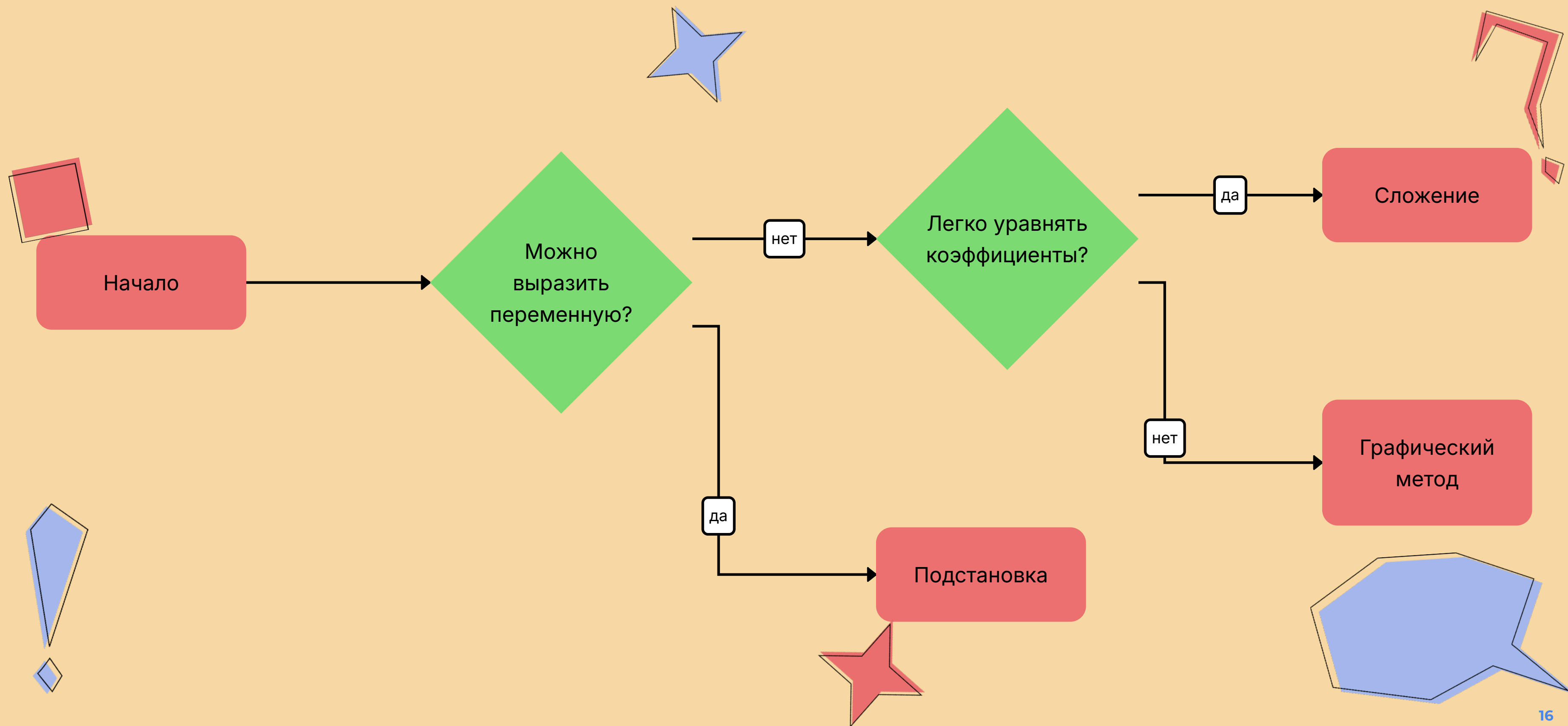
## Ответ не объяснён

Даже правильные числа нужно связать с текстом задачи. Ученик должен понимать, что именно означает каждое значение: цену, количество, возраст или расстояние.



# Как выбрать способ решения

Схема помогает быстро определить, какой метод удобнее для конкретной системы уравнений.



# Пример задачи: школьная ярмарка

1.

## Два неизвестных

На ярмарке нужно найти цену одного товара и количество купленных предметов. Эти величины удобно обозначить разными буквами, чтобы сразу отделить цену от количества.

2.

## Два условия

Первое условие связывает общую стоимость покупки, а второе — общее число предметов. Из каждого условия получается своё уравнение, и вместе они образуют систему.

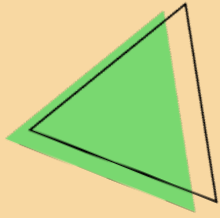
3.

## Один способ для быта

После составления уравнений задача решается обычным способом, как и любые другие текстовые примеры. Это показывает, что математика помогает описывать обычные школьные ситуации точно и понятно.

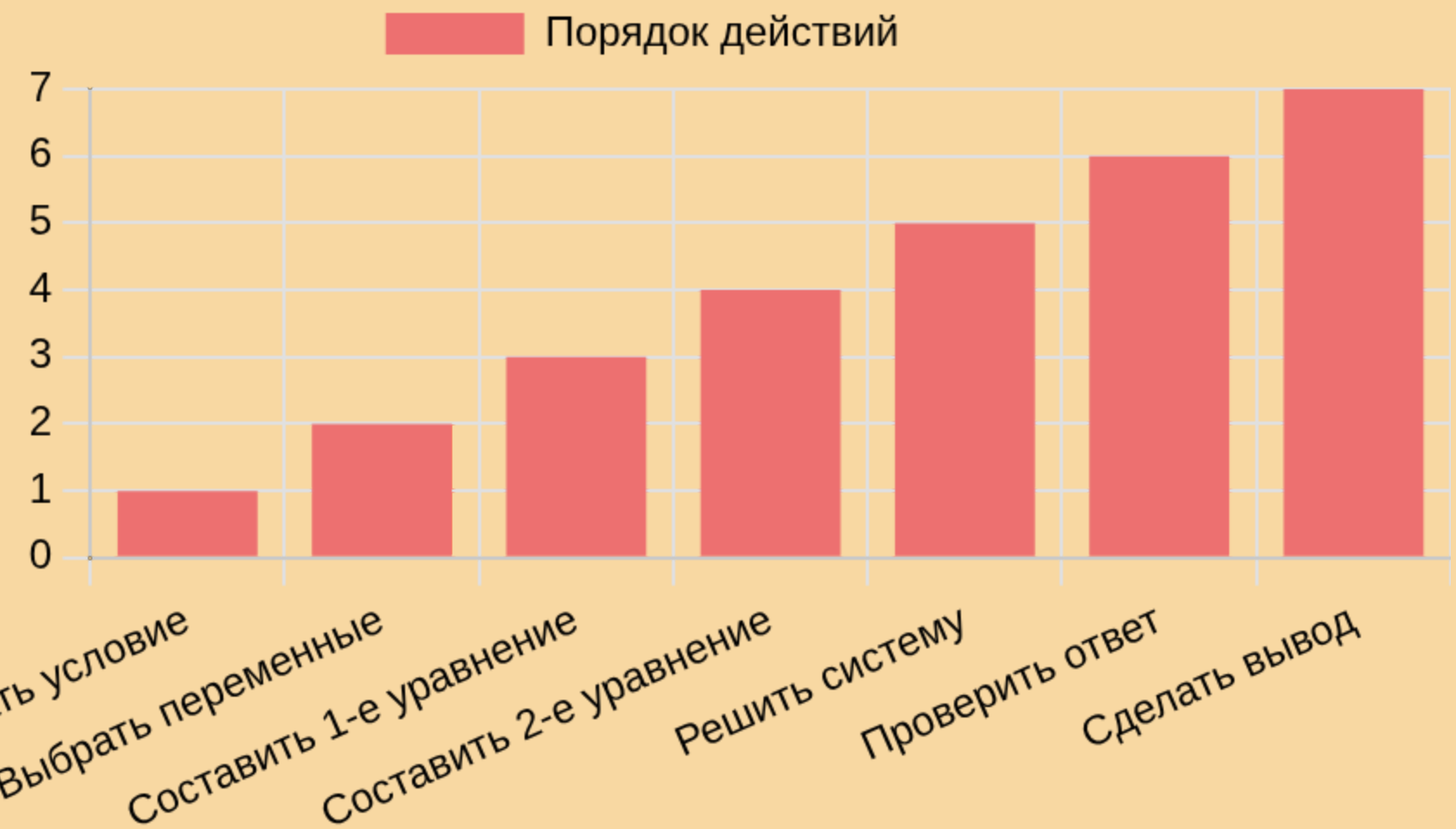


# Пошаговый разбор решения на примере

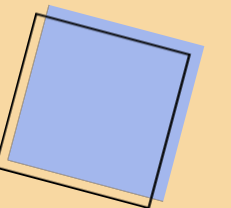
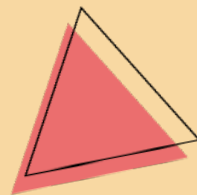
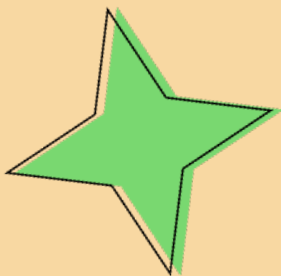


Чем точнее переведено условие в уравнения, тем меньше ошибок возникает на следующих шагах решения.

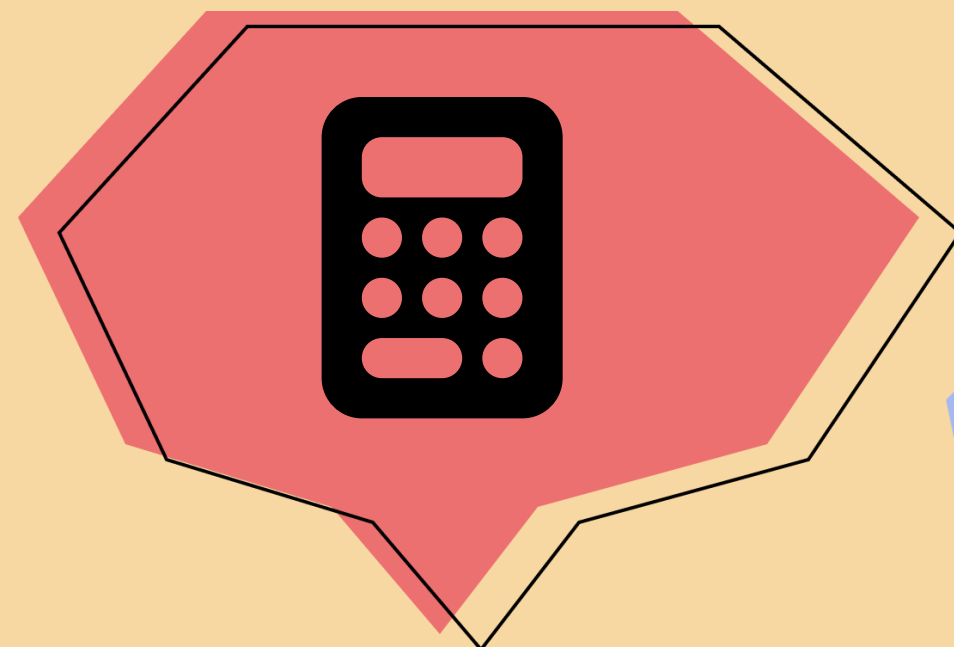
Последовательность действий помогает не пропустить проверку и сохранить смысл ответа в текстовой задаче.



Общий алгоритм решения текстовых задач с системами уравнений

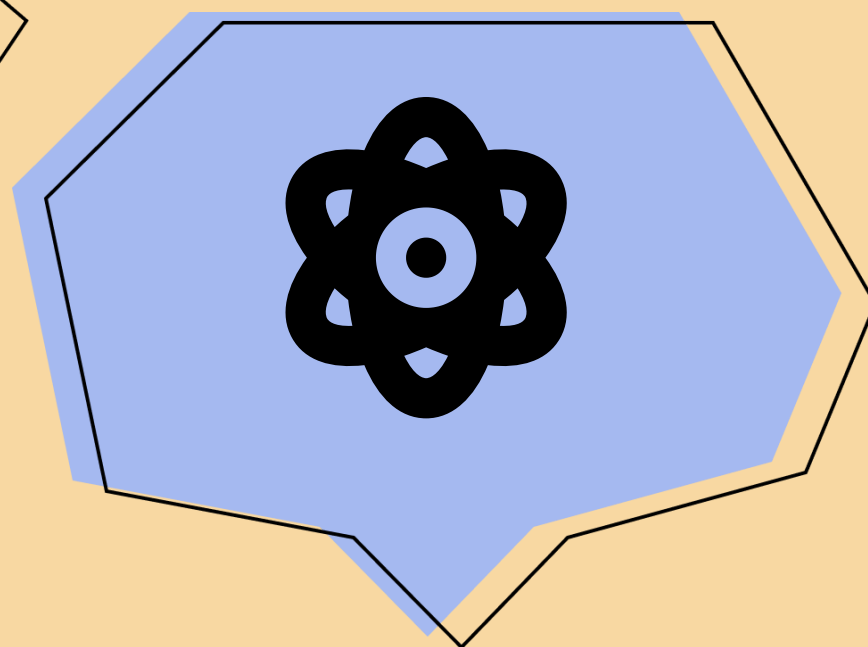
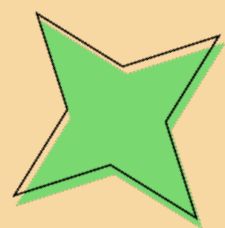


# Зачем нужны системы уравнений в учебе и жизни



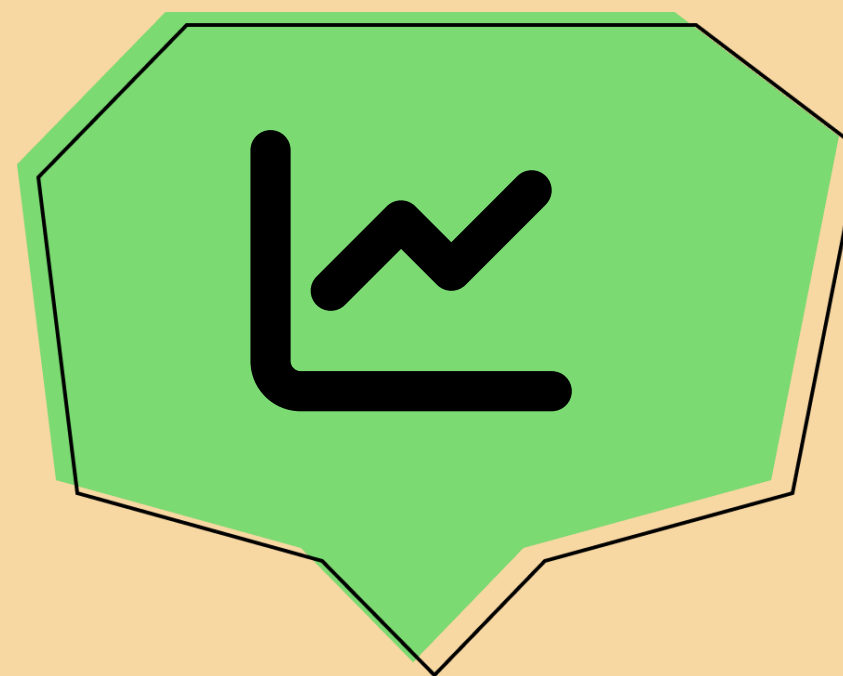
## Математика

Системы уравнений помогают решать задачи, где нужно связать две неизвестные величины. Это удобный инструмент для работы с уравнениями и координатами.



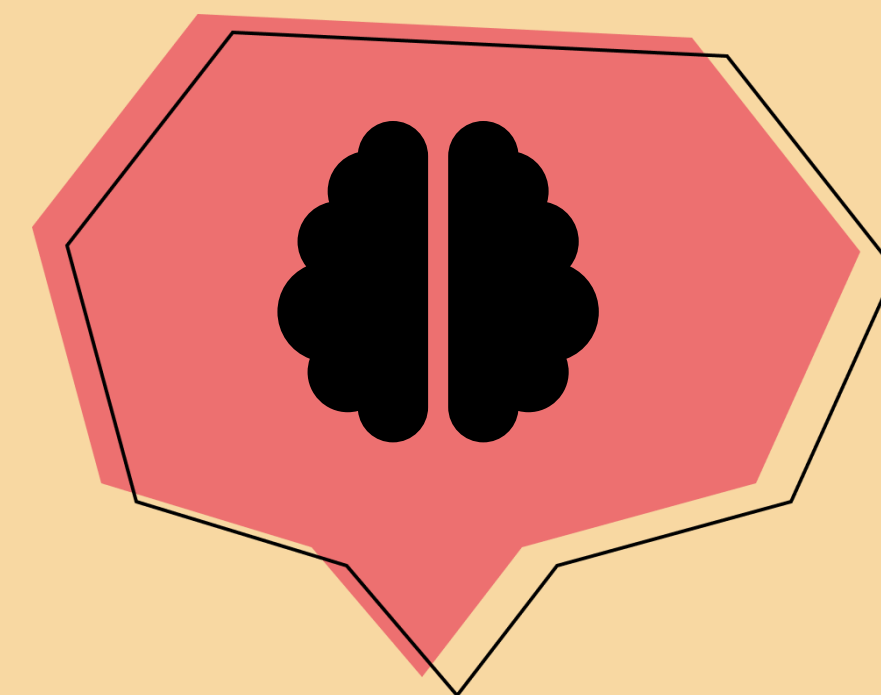
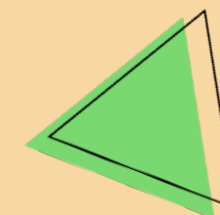
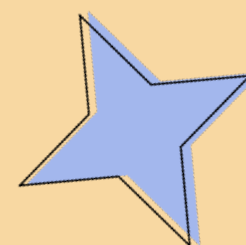
## Физика

В физике такие задачи часто описывают движение, время и расстояние. Один и тот же метод помогает связать данные из условия и получить точный результат.



## Экономика

Системы полезны, когда нужно найти цену, количество или общую стоимость. Они показывают, как несколько величин одновременно влияют на один результат.



## Логика и внимание

Работа с системами учит внимательно читать условие, аккуратно считать и проверять ответ. Эти навыки нужны не только на уроках, но и в повседневных ситуациях.



# Системы уравнений: точный способ решить задачу

Системы уравнений помогают находить ответы,  
когда в задаче есть два неизвестных и два условия.  
Главное — выбрать переменные, составить  
уравнения и обязательно проверить результат.

