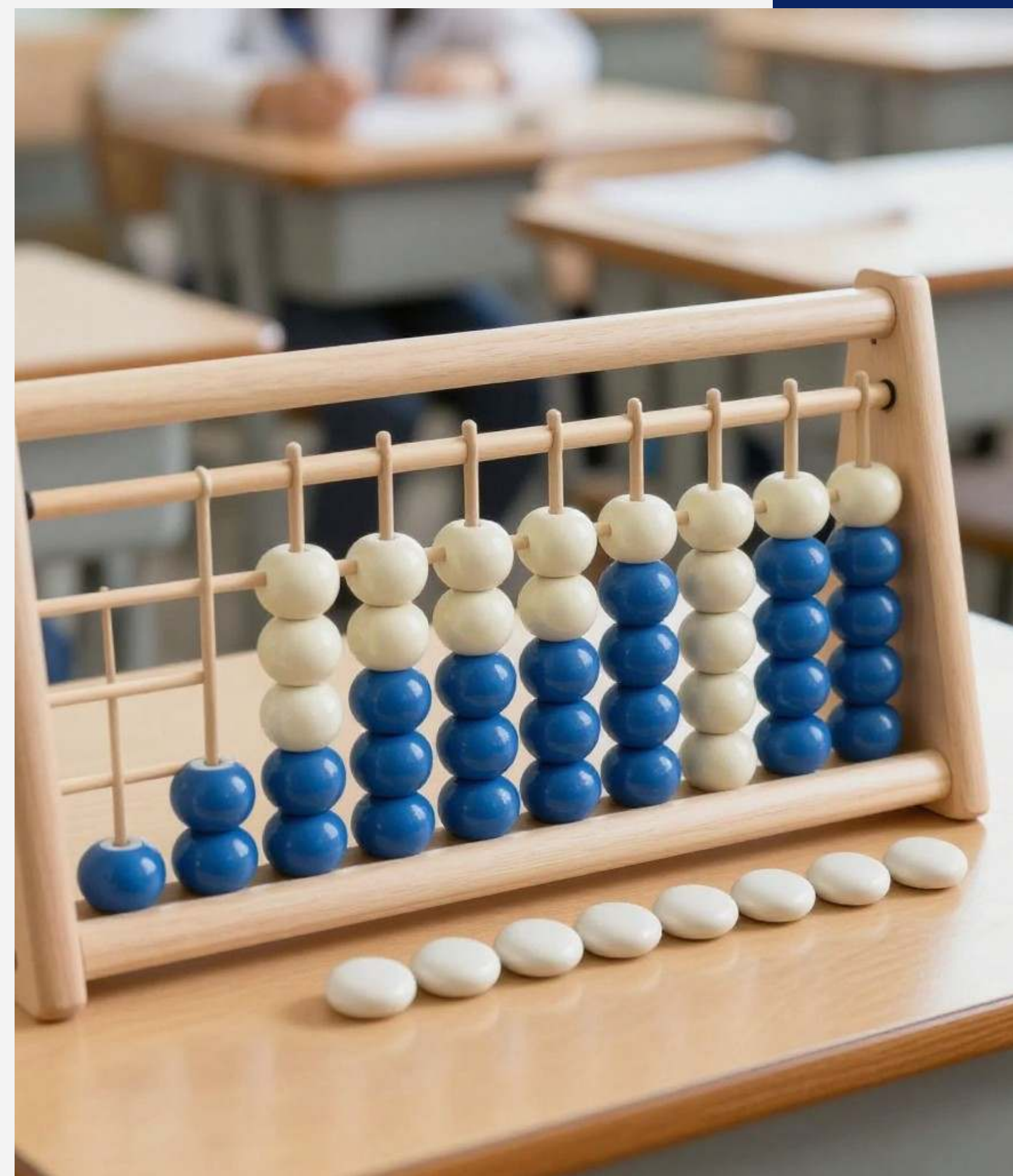


Прогрессии: закономерности чисел в алгебре

Числа, которые подчиняются общему правилу, помогают видеть закономерности.



Зачем изучать прогрессии в 9 классе



Прогрессии опираются на последовательности, формулы и зависимости между числами. Они позволяют находить неизвестные члены без полного выписывания ряда и нужны в школьных контрольных и экзаменационных заданиях.

Последовательность и ее элементы

Числа по порядку

Последовательность — это набор чисел, записанных в определённом порядке. У каждого члена есть свой номер, поэтому важно, какой элемент стоит первым, вторым или третьим.

Порядок меняет смысл

Одинаковые числа, расположенные по-разному, образуют разные последовательности. Записи 2, 4, 6 и 6, 4, 2 нельзя считать одной и той же последовательностью.

Номер члена

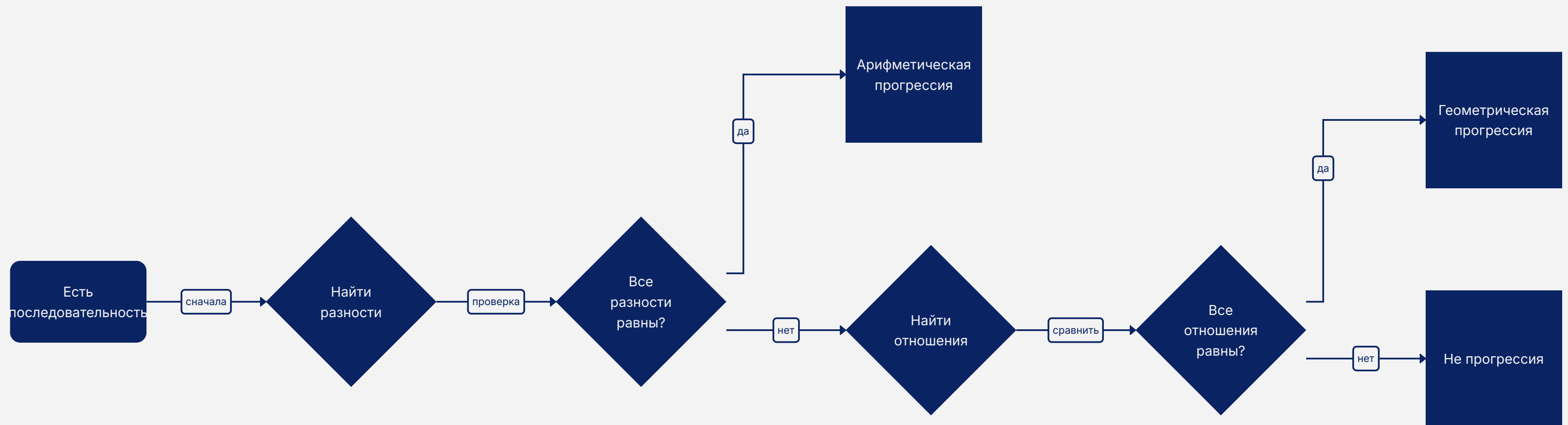
Каждый элемент последовательности называют членом. Чтобы не путаться, его обозначают номером: a_1 , a_2 , a_3 и далее. Это помогает точно ссылаться на нужное число.

Что такое прогрессия

Прогрессия — это последовательность, в которой каждый следующий член меняется по постоянному правилу. Именно это правило отличает её от обычного набора чисел.

Как определить вид последовательности

Проверяем соседние члены и сравниваем разность или отношение.



Арифметическая прогрессия: признак и пример

01. Постоянное прибавление

Арифметическая прогрессия получается тогда, когда каждый следующий член находят прибавлением одного и того же числа. Такое правило делает изменения ровными и предсказуемыми.

02. Разность d

Число, которое прибавляют каждый раз, называют разностью и обозначают d . Оно может быть положительным, отрицательным или дробным, если шаг изменения именно такой.

03. Пример последовательности

Последовательность 3, 7, 11, 15 является арифметической, потому что разность между соседними членами всегда равна 4. Проверка показывает одинаковый шаг на всём протяжении ряда.

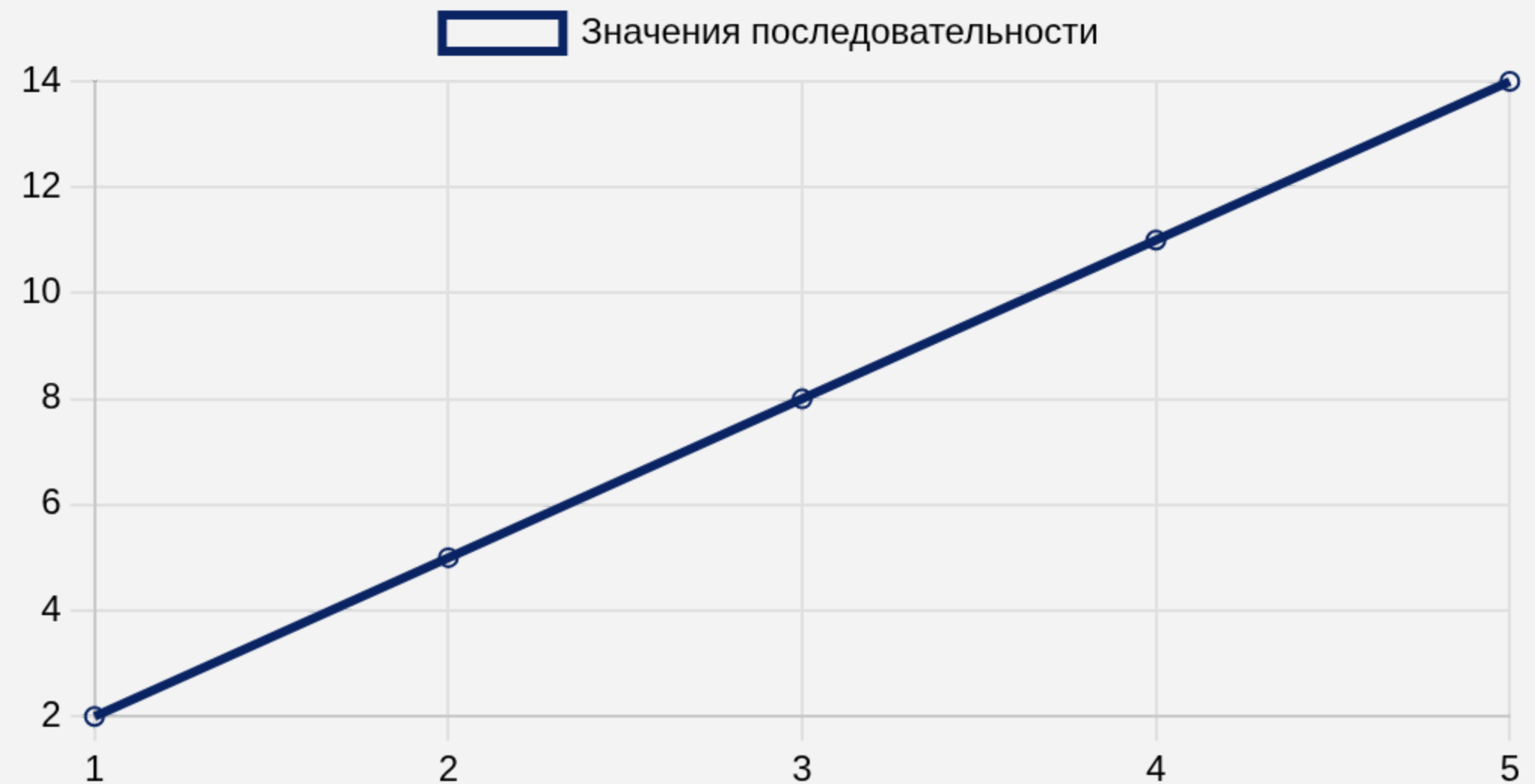
04. Где встречается

Такие последовательности возникают при равномерном увеличении суммы, одинаковом добавлении величины и делении на равные промежутки. Поэтому их легко заметить в практических задачах.

Постоянная разность в арифметической прогрессии

Каждый следующий член увеличивается на одну и ту же величину, поэтому линия поднимается равномерно.

Разность между соседними членами постоянна и равна 3, значит последовательность является арифметической прогрессией.



Школьный курс алгебры 9 класса

23

— это значение десятого члена
при $a_1 = 5$ и $d = 2$.

Школьный курс алгебры 9 класса

**Формула $a_n = a_1 + d(n - 1)$
позволяет находить любой член
последовательности,
если известны первый член
и разность.**

Примеры арифметических прогрессий

Последовательность	a_1	d
3, 6, 9, 12	3	3
10, 7, 4, 1	10	-3
1, 1,5, 2,0, 2,5	1	0,5

Во всех примерах разность между соседними членами остаётся одинаковой.

Если шаг изменения не меняется, последовательность относится к арифметической прогрессии.

Школьный курс алгебры 9 класса

2

помогает сократить вычисления,
когда известны первый и последний
члены отрезка последовательности.

Школьный курс алгебры 9 класса

**Формула $S_n = (a_1 + a_n) \cdot n / 2$ быстро
даёт сумму без сложного
поэлементного сложения.**

Арифметическая прогрессия в повседневной жизни

Копилка

Если каждую неделю откладывать одинаковую сумму, размер накоплений будет увеличиваться равномерно. Такой пример удобно показывает, как арифметическая прогрессия описывает повторяющийся шаг.

Ступени и ряды

Лестница с одинаковой высотой ступеней или ряды одинаковых мест в зале напоминают последовательность с постоянным изменением. В них легко увидеть повторяющийся структурный шаг.

Схожие ситуации

Подобные закономерности встречаются там, где величина меняется одинаково через равные промежутки: в планах, расчётах и простых измерениях. Это делает прогрессии понятными и полезными.



Геометрическая прогрессия: признак и пример

■ Правило умножения

Геометрическая прогрессия — это последовательность, где каждый следующий член получают умножением предыдущего на одно и то же число. Это число называют знаменателем и обозначают q .

■ Где встречается

Такие последовательности описывают проценты, увеличение количества объектов и ситуации, где величина изменяется по одинаковому коэффициенту. Поэтому их часто используют в задачах на рост и изменение.

■ Понятный пример

В ряду 2, 6, 18, 54 каждый новый член в три раза больше предыдущего. Здесь знаменатель равен 3, поэтому последовательность быстро растёт.

■ Как распознать

Чтобы проверить геометрическую прогрессию, нужно сравнить отношения соседних членов. Если они одинаковы, перед вами прогрессия; если нет, последовательность не подчиняется этому правилу.

Умножение в геометрической прогрессии

Каждый столбец показывает не прибавление, а удвоение значения. Поэтому рост становится заметнее с каждым шагом и выглядит всё быстрее.

Последовательность растёт по правилу умножения на 2, поэтому разрыв между членами увеличивается. Это типичный признак геометрической прогрессии.



Школьный курс алгебры 9 класса; последовательность 1, 2, 4, 8, 16.

96

получается как шестой член при $a_1 = 3$ и $q = 2$.

Школьный курс алгебры 9 класса; пример: $a_1 = 3$, $q = 2$.

Формула показывает, как быстро увеличивается последовательность, если каждый раз умножать на одно и то же число. Она помогает находить любой член без выписывания всех предыдущих.

Сравнение арифметической и геометрической прогрессий

Сравнение помогает не путать два основных способа изменения чисел: прибавление одного и того же числа и умножение на один и тот же множитель.

Признак	Арифметическая	Геометрическая
Изменение	прибавление	умножение
Параметр	d	q
Пример	4, 7, 10	2, 6, 18

У арифметической прогрессии шаг постоянный, а у геометрической постоянен множитель. Это делает их поведение на графике и в задачах разным.

Школьный курс алгебры 9 класса.

Как не перепутать два вида прогрессий

01. Проверь разность

Сравните соседние члены и найдите разность между ними. Если она остаётся одинаковой, последовательность относится к арифметической прогрессии, а не к геометрической.

02. Проверь отношение

Если соседние члены делятся друг на друга одинаково, перед вами геометрическая прогрессия. Для этого важно аккуратно работать с дробями и десятичными числами.

03. Найди первый член

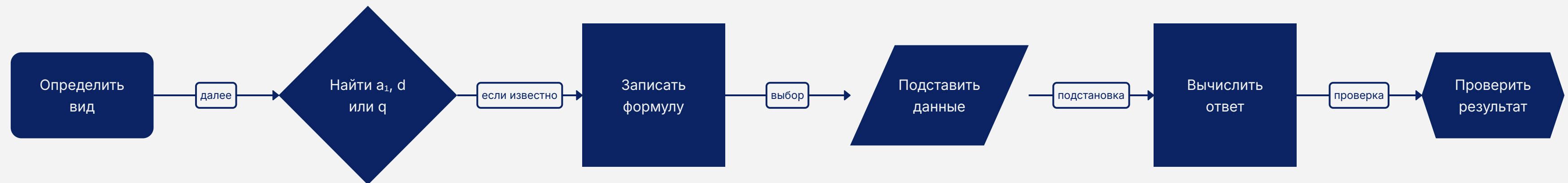
При решении задач не пропускайте a_1 , потому что именно с него начинается запись формулы. Ошибка в первом члене сразу меняет весь ответ.

04. Следи за знаками

Разность d и знаменатель q могут быть отрицательными, поэтому знак нужно проверять отдельно. Неверный знак часто приводит к неправильному ходу вычислений.

Алгоритм решения задач на прогрессии

Последовательность шагов помогает выбрать нужную формулу, подставить данные и проверить ответ по смыслу.



Прогрессии в природе, технике и финансах



Бактерии и проценты

Когда число бактерий удваивается через равные промежутки времени, рост напоминает геометрическую прогрессию. Похожим образом работают проценты по вкладу: сумма увеличивается не на одну и ту же величину, а на одинаковый процент.



Равномерные планы и накопления

Если школьник каждую неделю откладывает одинаковую сумму, получается арифметическая прогрессия. Такой же принцип встречается в календарных планах, когда задачи распределяются по равным шагам и изменения идут без ускорения.



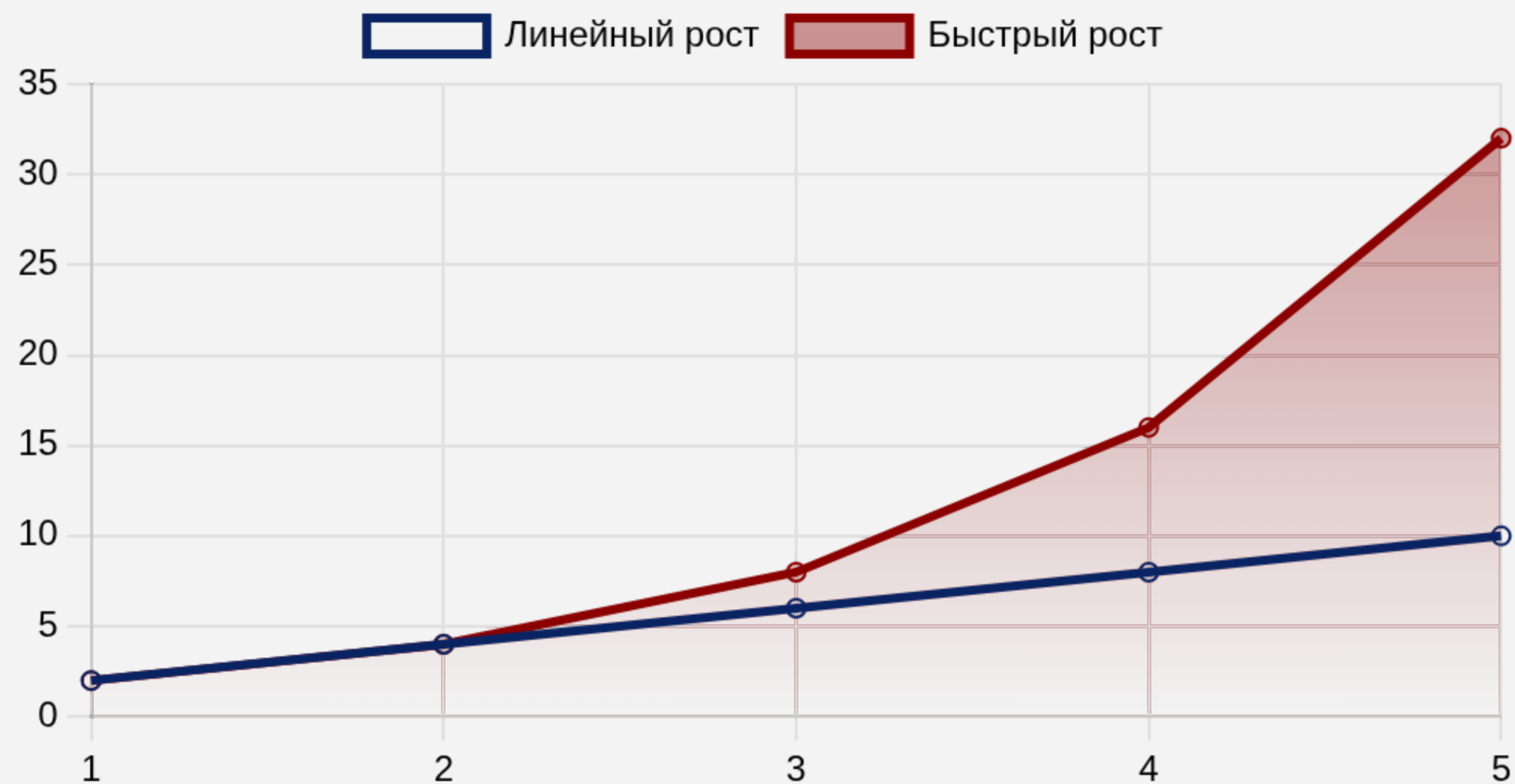
Техника и расчёты

В технических задачах нередко приходится повторять одинаковые нагрузки или увеличивать параметр по одному правилу. Тогда удобно использовать прогрессии, потому что они помогают заранее увидеть, как будет меняться величина.

Сравнение линейного и быстрого роста

Обе последовательности начинаются одинаково, но затем ведут себя по-разному. Это помогает увидеть, как правило изменения влияет на скорость роста значений.

Линейный рост добавляет одно и то же число, а геометрический усиливается умножением. Поэтому при $q > 1$ он быстро обгоняет равномерное увеличение.



Школьный курс алгебры 9 класса; последовательности 2, 4, 6, 8, 10 и 2, 4, 8, 16, 32.

Типичные ошибки при работе с прогрессиями



Разность и отношение — это разные признаки. Если вместо прибавления проверять умножение, можно выбрать неправильный вид прогрессии и получить неверное решение.



Часто подставляют n вместо $n - 1$ и получают лишний шаг. В формулах прогрессий этот показатель показывает, сколько раз применили правило изменения.

1**Забывают первый член**

Без первого члена нельзя правильно построить формулу. Он задаёт начало последовательности и нужен и для нахождения члена, и для суммы.



Отрицательные d и q требуют особой внимательности. Один неверный знак меняет весь ход вычислений, особенно если в задаче есть дроби или десятичные числа.



При вычислении суммы первых членов важно правильно выбрать формулу и подставить все значения. Ошибка в одном слагаемом сразу искажает итог.

Прогрессии помогают видеть порядок в числах

Арифметическая и геометрическая прогрессии показывают, что числа могут меняться по строгому правилу. Если научиться узнавать это правило, задачи решаются быстрее, а ответы становятся точнее.