

Умножение и деление степеней с одинаковыми показателями



Быстрые правила для упрощения
степеней и вычислений

Степень: удобная запись повторного умножения



Степень помогает записывать длинное произведение короче. Её используют в алгебре, при работе с большими числами, а также в формулах площади и объёма.



Основание и показатель степени



Основание

Основание показывает, какое число умножается само на себя. В записи 5^3 основание равно 5, поэтому именно это число повторяется в произведении.

Показатель

Показатель сообщает, сколько раз основание входит в произведение. В степени 5^3 число 5 повторяется три раза: $5 \cdot 5 \cdot 5$.

Значение записи

Степень можно раскрыть и вычислить как обычное умножение. Например, $5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$, поэтому запись степени экономит место и время.

Правило умножения степеней с одинаковыми показателями

Общая степень

Если показатели одинаковые, основания можно перемножить, а показатель сохранить. Так получаем $a^n \cdot b^n = (ab)^n$ и уменьшаем число действий в записи.

Пример вычисления

В выражении $2^3 \cdot 5^3$ сначала перемножают основания: $2 \cdot 5 = 10$. Затем оставляют тот же показатель и получают $10^3 = 1000$.

Что важно запомнить

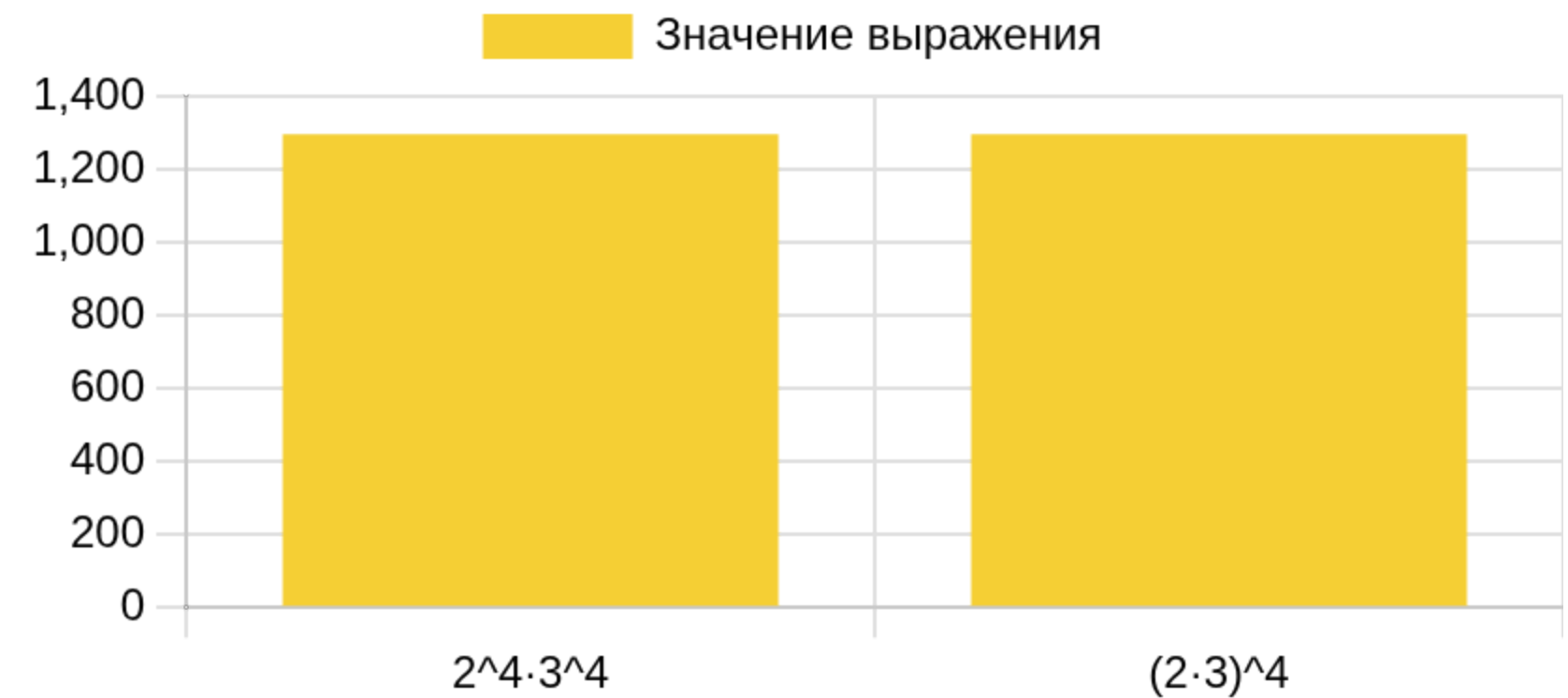
При таком умножении складывать или умножать показатели не нужно. Изменяются только основания, а степень остаётся общей для всего произведения.



Как меняется запись при умножении

Обе записи дают одинаковый результат, но вторая форма короче и удобнее для вычислений.

Правило не меняет значение выражения, зато сокращает запись и делает вычисления проще.



Учебный пример по теме «Умножение и деление степеней с одинаковыми показателями»

Почему работает правило умножения

1

Раскрываем степени

Запишем 2^4 и 3^4 как произведения одинаковой длины. В каждом из них повторяется одно число, а количество множителей совпадает, потому что показатели равны.

2

Объединяем множители

Теперь можно соединить соответствующие множители в пары: $(2 \cdot 3) (2 \cdot 3) (2 \cdot 3) \dots$ n раз. Такая запись показывает, что все пары одинаковы и их ровно столько же, сколько множителей было в степенях.

3

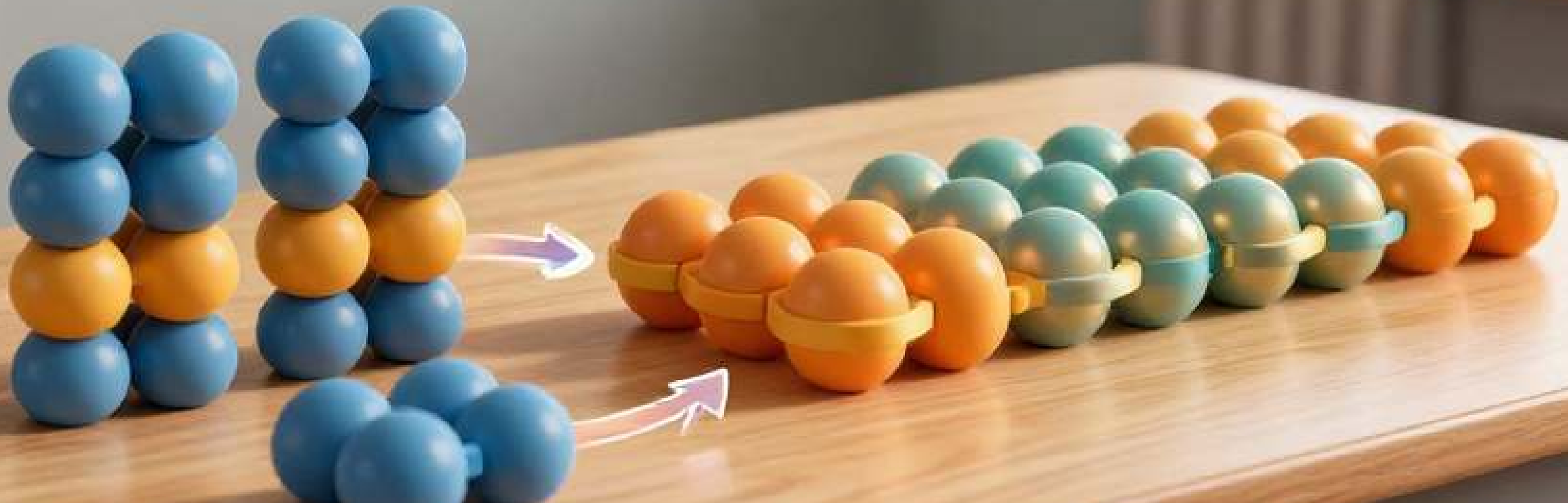
Собираем одну степень

После группировки получаем $(2 \cdot 3)^4$. Это возможно благодаря переместительному и сочетательному свойствам умножения, которые позволяют менять порядок и расстановку скобок.

4

Делаем вывод

Правило работает не случайно: оно основано на свойствах умножения. Поэтому при одинаковых показателях можно уверенно перемножать основания и сохранять общий показатель.



Примеры умножения степеней

В таблице показано, как одно и то же правило работает с разными числами и показателями.

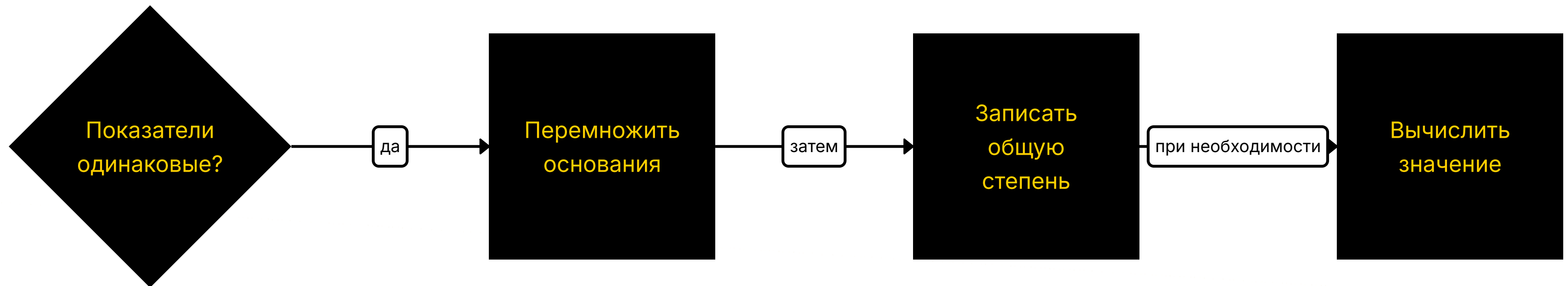
Во всех случаях сначала перемножаются основания, а затем сохраняется общий показатель. Это делает правило универсальным для разных чисел.

Пример	Результат
$4^2 \cdot 7^2$	$28^2 = 784$
$5^3 \cdot 2^3$	$10^3 = 1000$
$3^4 \cdot 10^4$	30^4

Учебные примеры по теме

Алгоритм умножения степеней

Последовательность действий при одинаковых показателях



Правило деления степеней с одинаковыми показателями

1

Основания делятся

Если показатели равны, можно разделить основания и оставить общий показатель. Запись $a^n : b^n$ превращается в $(a : b)^n$, когда деление возможно.

2

Пример правила

В выражении $12^2 : 3^2$ сначала делят основания: $12 : 3 = 4$. Затем сохраняют показатель и получают $4^2 = 16$.

3

Условие применения

Важно, чтобы делитель не был равен нулю. Если основания делятся без остатка, правило особенно удобно; если нет, можно использовать дробную запись.



Деление степеней и сокращение дробей



Похоже на сокращение

Правило деления степеней напоминает сокращение одинаковых множителей в дроби. Когда показатели совпадают, можно сократить не сами степени, а их основания.

Пример преобразования

Выражение $8^3 : 2^3$ удобно переписать как $(8:2)^3$. После деления оснований получается 4^3 , а его значение равно 64.

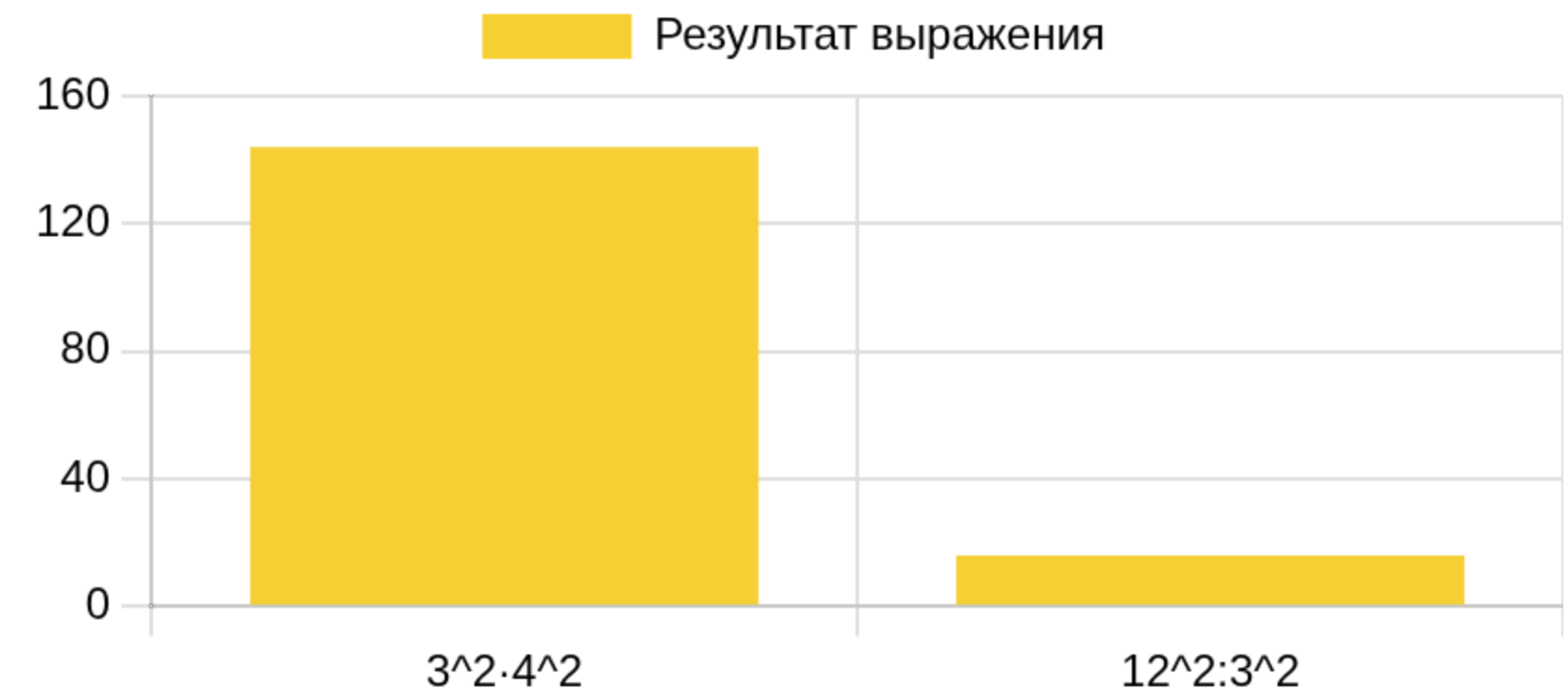
Что помогает увидеть ответ

Такая запись показывает связь между дробью и степенью. Чем быстрее замечается одинаковый показатель, тем проще выбрать верное действие и упростить выражение.

Сравнение умножения и деления

В обоих примерах показатель остаётся 2, но итог меняется по-разному: при умножении значение растёт сильнее, чем при делении.

Одинаковый показатель сохраняется, а итог зависит от действий с основаниями: умножение увеличивает результат, деление уменьшает его.



Вычисления по правилам степеней с одинаковыми показателями; без внешнего источника.

Типичные ошибки при работе со степенями

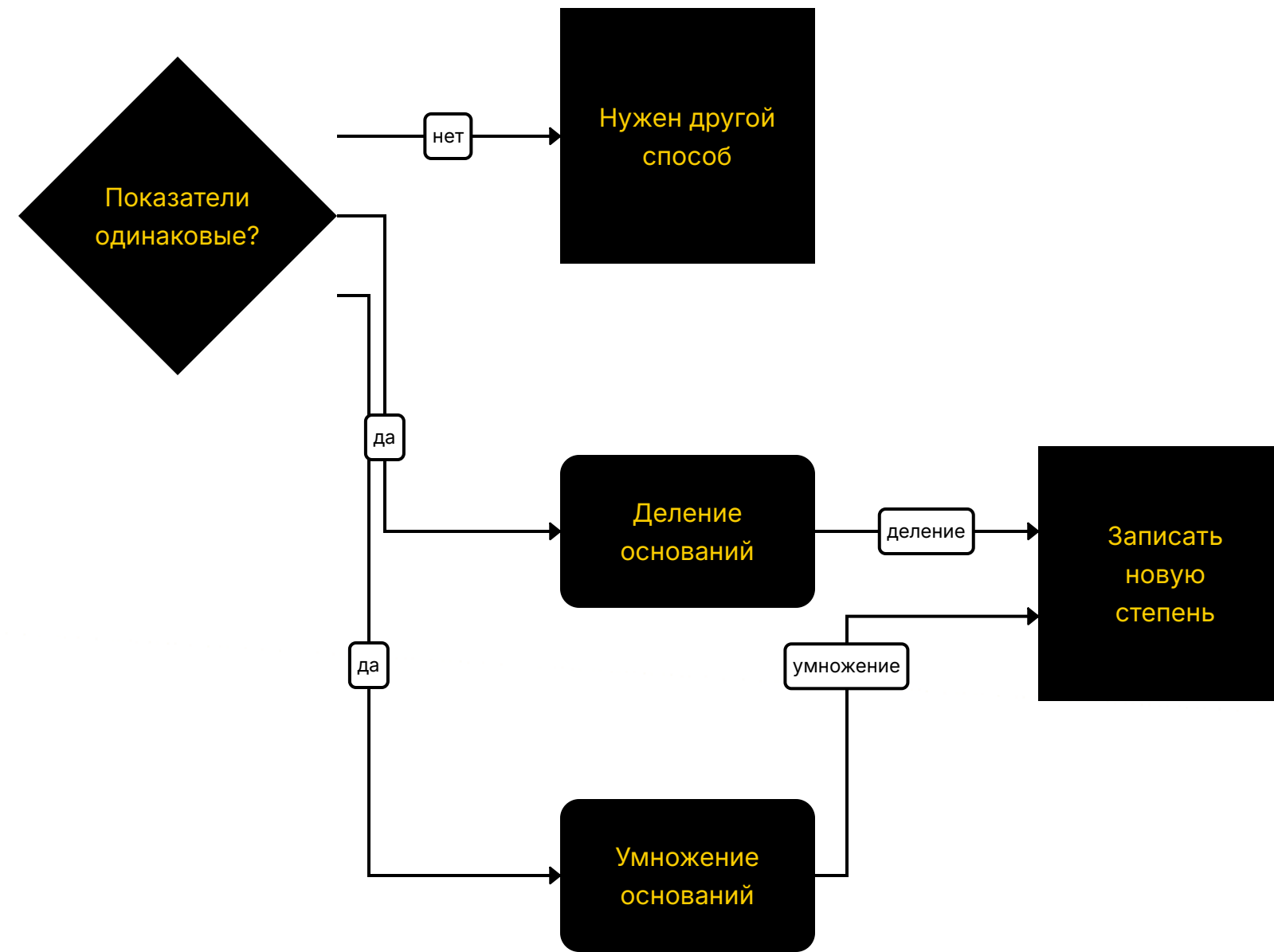
Ошибка	Как правильно
$2^3 \cdot 2^3 = 4^6$	2^6
$6^2 : 3^2 = 3^2$	2^2
$(2+3)^2$	$2^2 \cdot 3^2$

Сравните неверную запись и правильный вариант. Важно не менять показатель и не складывать основания.

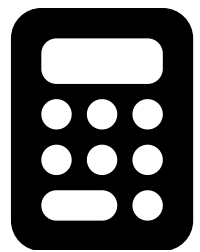
Главные ошибки связаны со смешением действий: показатели не складывают и не вычитают, а основания не объединяют через сумму.

Когда можно применять эти правила

Схема проверки показывает, подходит ли выражение для умножения или деления степеней с одинаковыми показателями.



Зачем нужны эти правила в алгебре



Меньше вычислений

Правила позволяют заменять длинную запись одной более короткой. Это экономит время и делает решение понятнее, особенно когда в выражении много одинаковых показателей.



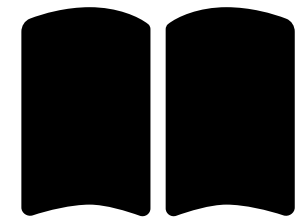
Удобно в формулах

В формулах часто встречаются степени с одинаковыми показателями. После преобразования выражение становится компактнее, а дальнейшие вычисления — проще и аккуратнее.



Быстрая проверка

Если видеть общие показатели, легче замечать ошибку в записи. Это помогает проверять решения и сравнивать выражения без лишних действий.



Основа для дальше

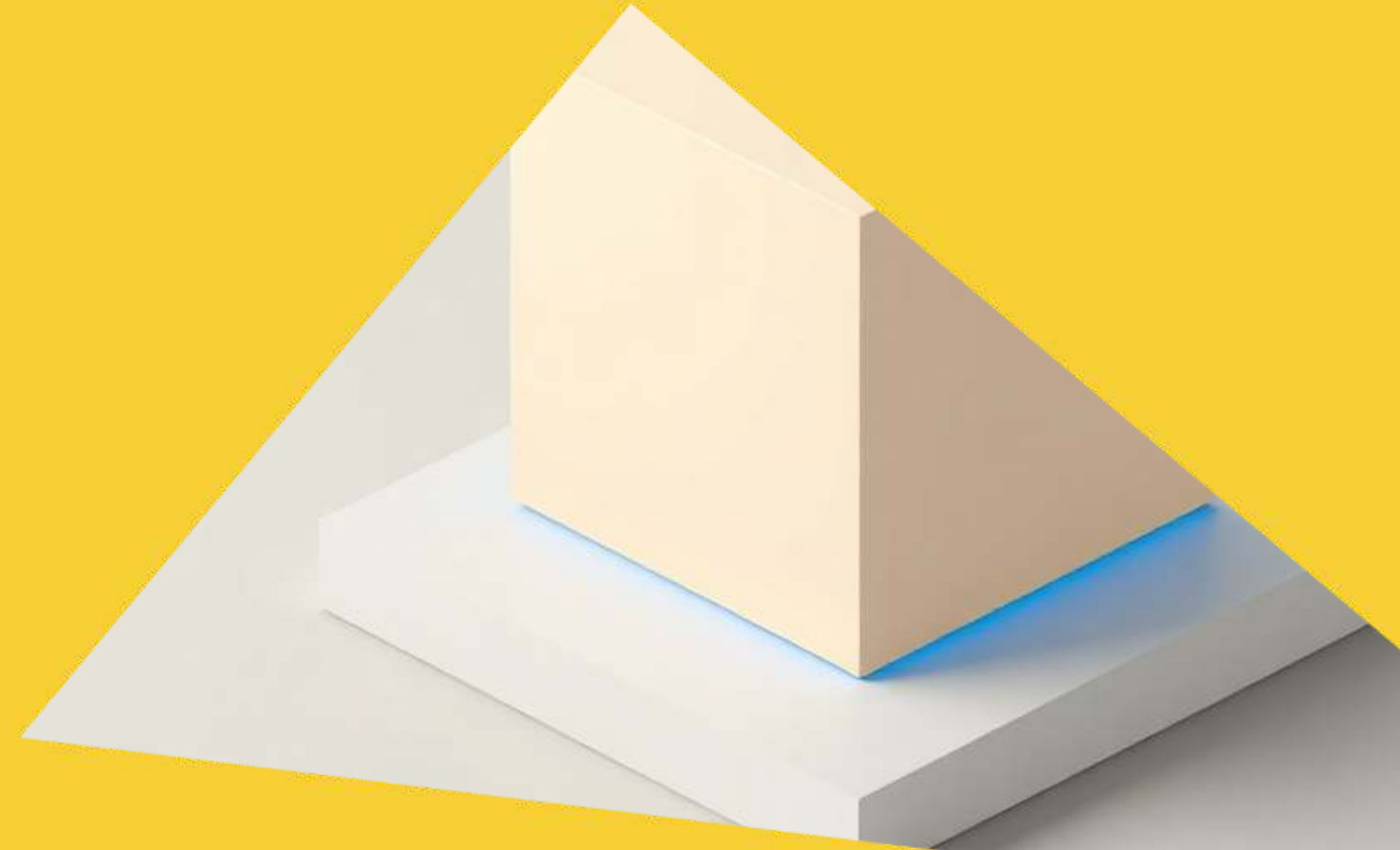
В 7 классе эти правила нужны для изучения более сложных преобразований. Они помогают уверенно работать с выражениями, дробями и степенями.

Связь степеней с площадью и объёмом



Площадь квадрата

Если сторона квадрата равна 3, то его площадь записывается как 3^2 . Два одинаковых множителя показывают, что измеряются две стороны фигуры. На рисунке удобно выделить квадрат с подписанной стороной, чтобы связь со степенью была сразу видна.



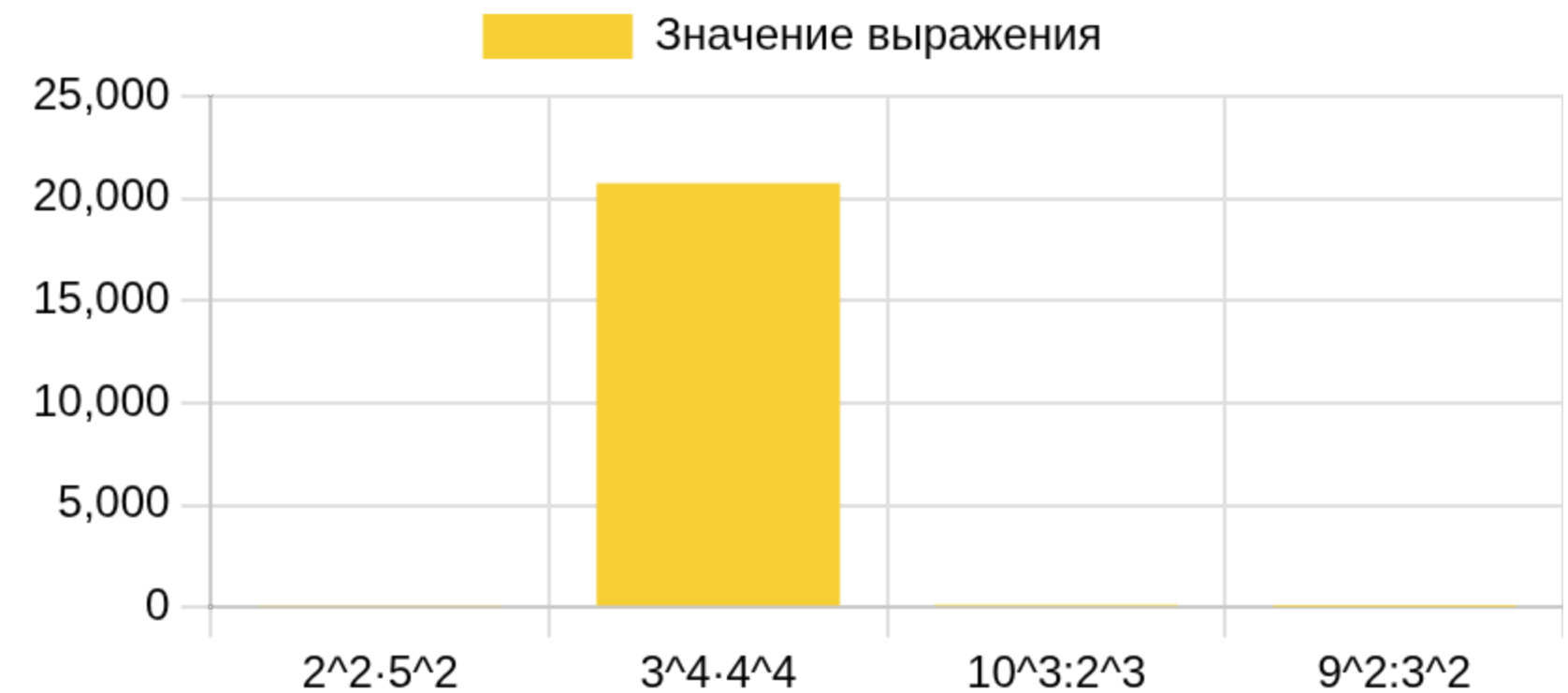
Объём куба

Для куба со стороной 3 используется запись 3^3 , потому что перемножаются три одинаковых размера: длина, ширина и высота. Изображение куба с пометками на рёбрах помогает понять, почему показатель равен именно трём.

Примеры из двух групп правил

Все примеры объединяет одно условие:
показатель у степеней одинаковый, поэтому
можно действовать только с основаниями.

Правила работают одинаково в обеих
группах: меняются основания, а общий
показатель сохраняется без изменений.



Вычисления по правилам степеней с одинаковыми показателями; без внешнего источника.

Особые случаи и ограничения

1

Основание 1

Если основание равно 1, то любая степень остаётся равной 1. Поэтому выражения вида 1^n не требуют дополнительных вычислений и всегда дают один и тот же результат.

2

Деление на ноль

При делении основание знаменателя не может быть равно 0. Иначе запись становится невозможной, поэтому сначала нужно проверить, допустимо ли деление в выражении.

3

Нулевая степень

Нулевая степень рассматривается отдельно и не входит в правило для степеней с одинаковыми показателями. Её изучают позже, поэтому здесь важно не смешивать разные темы.

4

Проверка перед решением

Перед применением правила полезно быстро убедиться, что показатели действительно совпадают. Это помогает избежать лишних преобразований и выбрать верный способ записи.

Примеры для закрепления

1

Умножение 1

В выражении $2^5 \cdot 7^5$ сначала перемножают основания 2 и 7, а затем сохраняют показатель 5. Получается 14^5 , и запись становится короче.

2

Деление 1

Для $9^3 : 3^3$ делят основания 9 и 3, после чего показатель 3 остаётся без изменений. Итогом будет 3^3 , то есть 27.

3

Умножение 2

В примере $4^2 \cdot 5^2$ основание меняется на 20, а общий показатель остаётся равным 2. После преобразования получаем 20^2 .

4

Деление 2

В выражении $16^2 : 4^2$ делятся только основания, поэтому 16 и 4 превращаются в 4. Затем записываем 4^2 и при необходимости вычисляем значение.

Пошаговая проверка решения

Сначала определите показатель, затем проверьте основания и выберите нужное действие. Так легче не перепутать правило.

Если показатели совпадают, можно объединить основания и получить более короткую запись без потери смысла.

Шаг	Что сделать
1	Найти показатель
2	Проверить основания
3	Выбрать действие
4	Сохранить показатель

Алгоритм применения правил умножения и деления степеней.

Урок, который сокращает вычисления

Сегодня мы увидели, что при одинаковых показателях можно умножать или делить основания, не меняя степень. Это делает записи короче, а решение — быстрее и понятнее.