

Арифметическая прогрессия: закономерность в числах и формула t -го члена

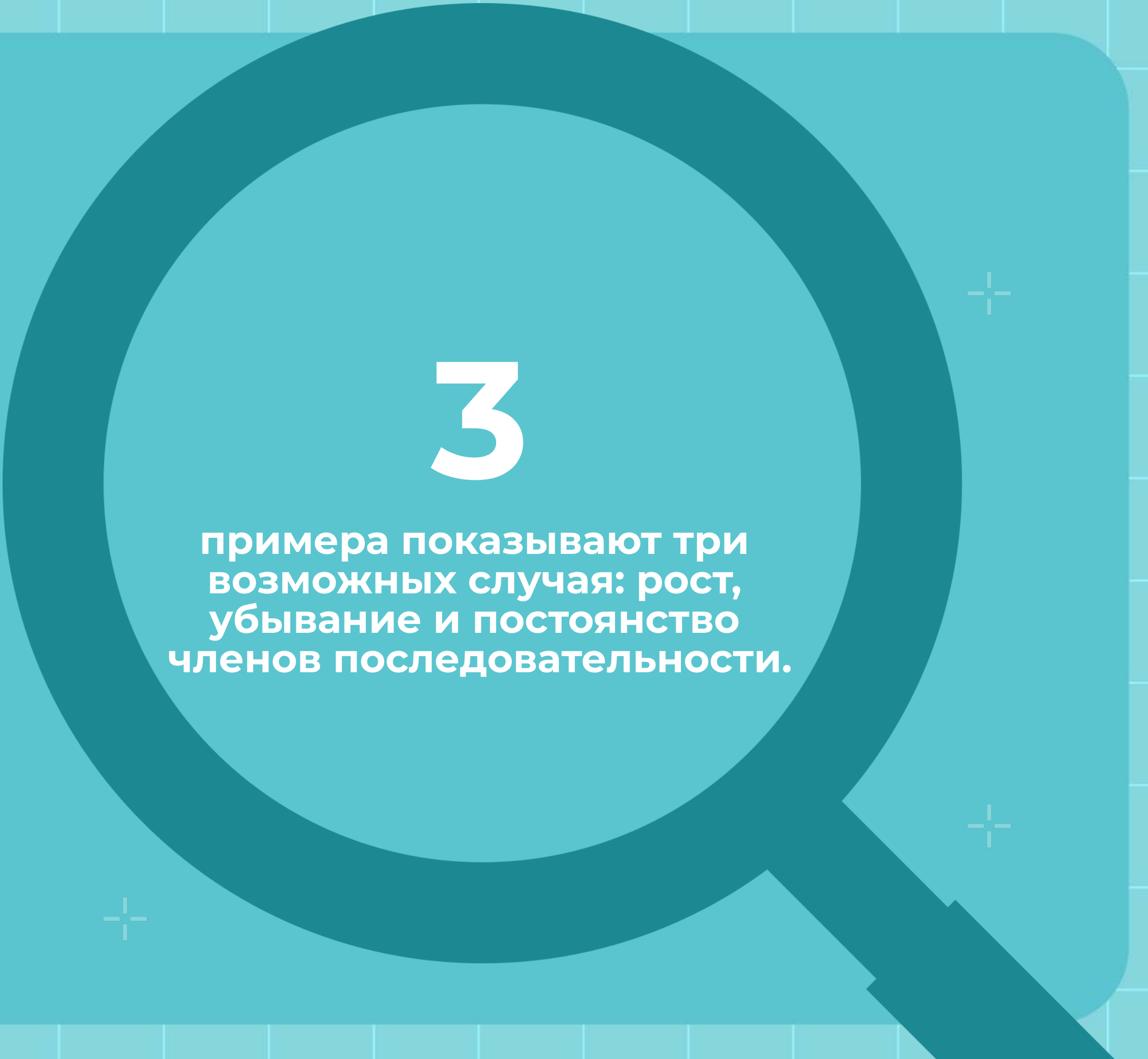
Изучаем закономерный ряд чисел и его общий член.



Зачем изучать арифметическую прогрессию в 9 классе

Эта тема учит замечать закономерности, кратко записывать правило и быстро находить нужный член последовательности без полного перебора. Она встречается в задачах про деньги, измерения, шаги и повторяющиеся изменения.





3

Три наглядных ряда помогают увидеть, что общий шаг может быть положительным, отрицательным или нулевым.

**примера показывают три
возможных случая: рост,
убывание и постоянство
членов последовательности.**

Примеры из условия презентации

Обозначения и элементы записи прогрессии

Первый член

Обозначение a_1 показывает первое число последовательности. Именно от него начинают запись прогрессии и с ним связывают все дальнейшие вычисления.

Следующие члены

Члены a_2 , a_3 , a_4 и далее идут по порядку. Каждый новый член имеет свой номер, а вся последовательность строится шаг за шагом.

Т-й член

Запись a_t означает член с номером t . Буква t указывает, какой именно элемент нужен: второй, пятый, десятый и так далее.

Номер члена

Величина t принимает натуральные значения: 1, 2, 3, 4 и дальше. Она показывает место числа в последовательности и помогает подставить его в формулу.

Разность прогрессии

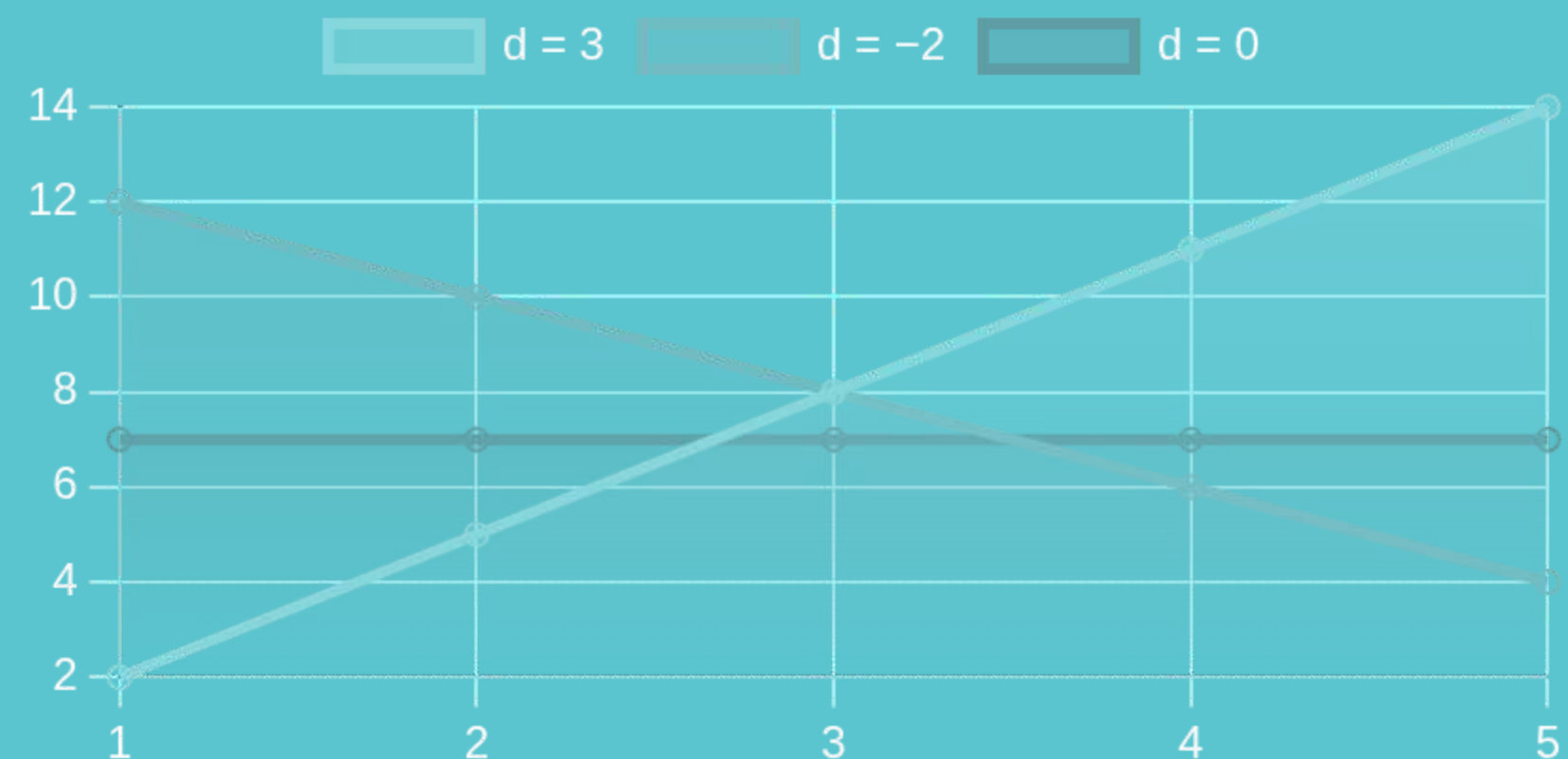
Разность d находят по соседним членам: $d = a_2 - a_1 = a_3 - a_2$. Если разность постоянна, последовательность является арифметической.



Как меняются первые члены при разных значениях d

Одинаковый номер члена позволяет сравнить три ряда и увидеть их поведение на одном графике.

Положительная разность ведёт к росту, отрицательная — к убыванию, а нулевая сохраняет все члены одинаковыми.



Последовательности из условия презентации



Примеры арифметической прогрессии в повседневной жизни

Лестница

Одинаковая высота ступеней напоминает постоянный шаг изменения. Каждый следующий уровень отличается от предыдущего на одну и ту же величину.

Копилка

Если каждую неделю добавлять одну и ту же сумму, накопление образует последовательность с постоянной разностью. По ней легко предсказать следующий результат.

Линейка и отрезки

Равномерное увеличение длины отрезков показывает, как одно и то же изменение повторяется несколько раз. Такие примеры помогают увидеть правило в обычной ситуации.



Как найти разность арифметической прогрессии

1. Сравните соседние члены

Возьмите два стоящих рядом числа и найдите их разность. В арифметической прогрессии она должна быть одинаковой для любой пары соседних членов.

2. Вычтите предыдущий из следующего

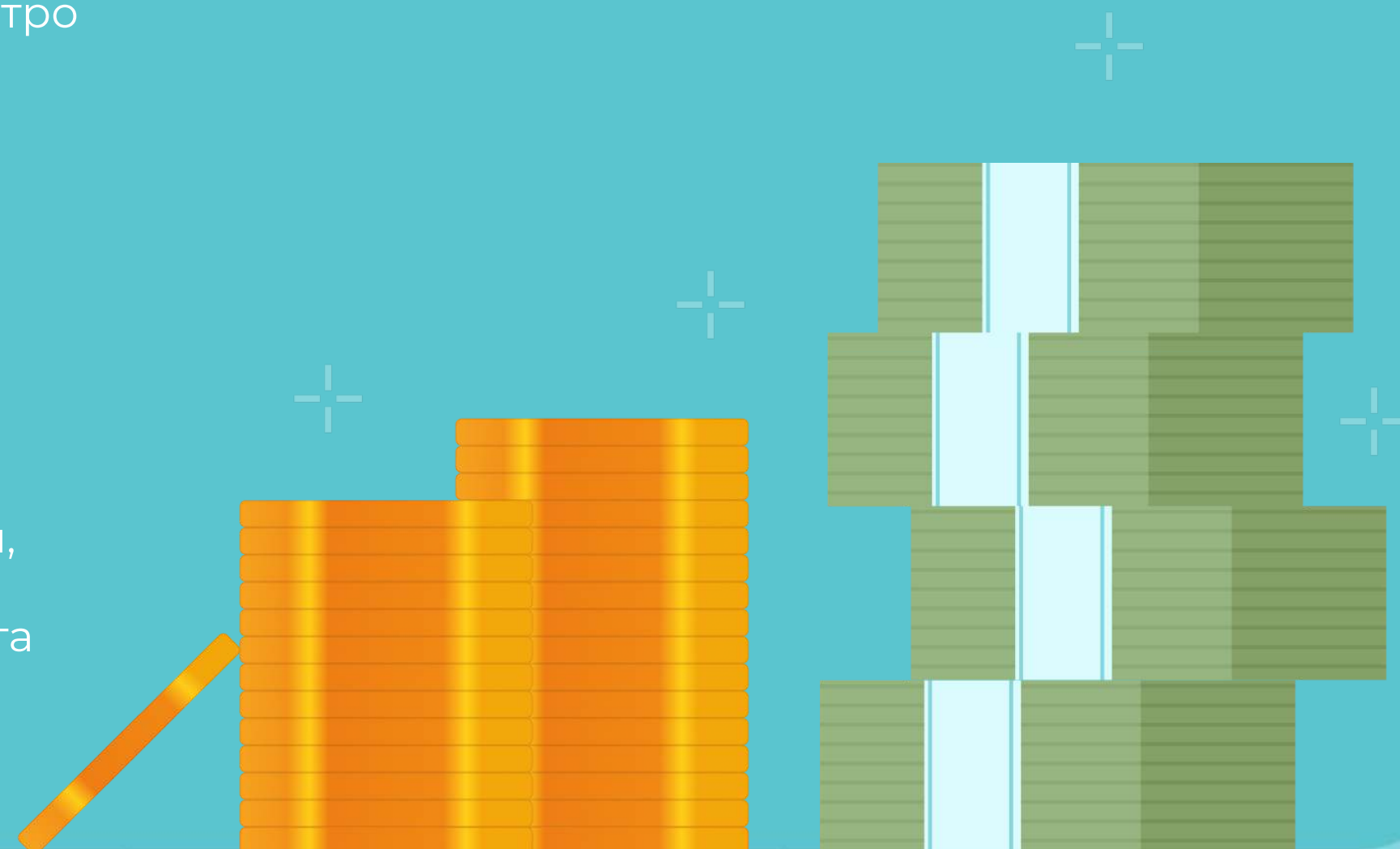
Используйте формулу $d = a_2 - a_1$ или $d = a_3 - a_2$. Так быстро определяется шаг, на который меняется последовательность.

3. Проверьте знак результата

Если число положительное, последовательность возрастает. Если отрицательное, она убывает. Нулевое значение означает, что все члены одинаковы.

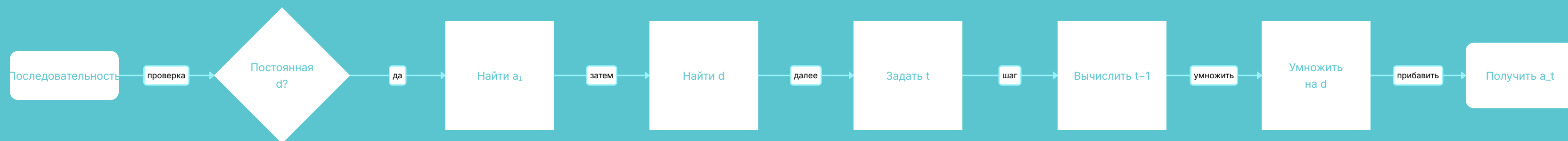
4. Сделайте вывод

Если разность между соседними членами не меняется, ряд является арифметической прогрессией. Если значения различаются, правило постоянного шага нарушено.



Как получить формулу t -го члена

Схема показывает путь от последовательности с постоянным шагом к общей формуле a_t .



Она делает вычисления короткими:
достаточно подставить a_1 , d и номер
нужного члена.

Формула $a_t = a_1 + d(t-1)$, по условию презентации

1

**формула позволяет найти
любой член
последовательности,
если известны первый член
и разность.**

Проверка формулы на конкретных примерах



a_1	d	t	a_t
3	4	5	19
12	-3	4	3
7	0	6	7
10	2	8	24

Вычисления по формуле $a_t = a_1 + d(t-1)$

Подстановка значений показывает, что формула работает для любого знака разности и для нулевого шага.

Результат зависит от трёх величин: первого члена, разности и номера члена. Проверка подтверждает универсальность формулы.



Разбор формулы на простом числовом ряде

1. Находим первый член

В ряду 5, 8, 11, 14, 17, 20 первый член равен 5. Именно от него начинается отсчёт, когда мы ищем любой следующий член по формуле.

2. Считаем разность

Каждый следующий член больше предыдущего на 3, значит $d = 3$. Это постоянное прибавление сохраняется на всём протяжении последовательности и задаёт её закономерность.

3. Подставляем номер

Чтобы найти шестой член, берём $t = 6$ и используем формулу $a_t = a_1 + d(t-1)$. Получается $a_6 = 5 + 3 \cdot 5 = 20$, потому что прибавление происходит пять раз.



Если разность отрицательная

Последовательность убывает

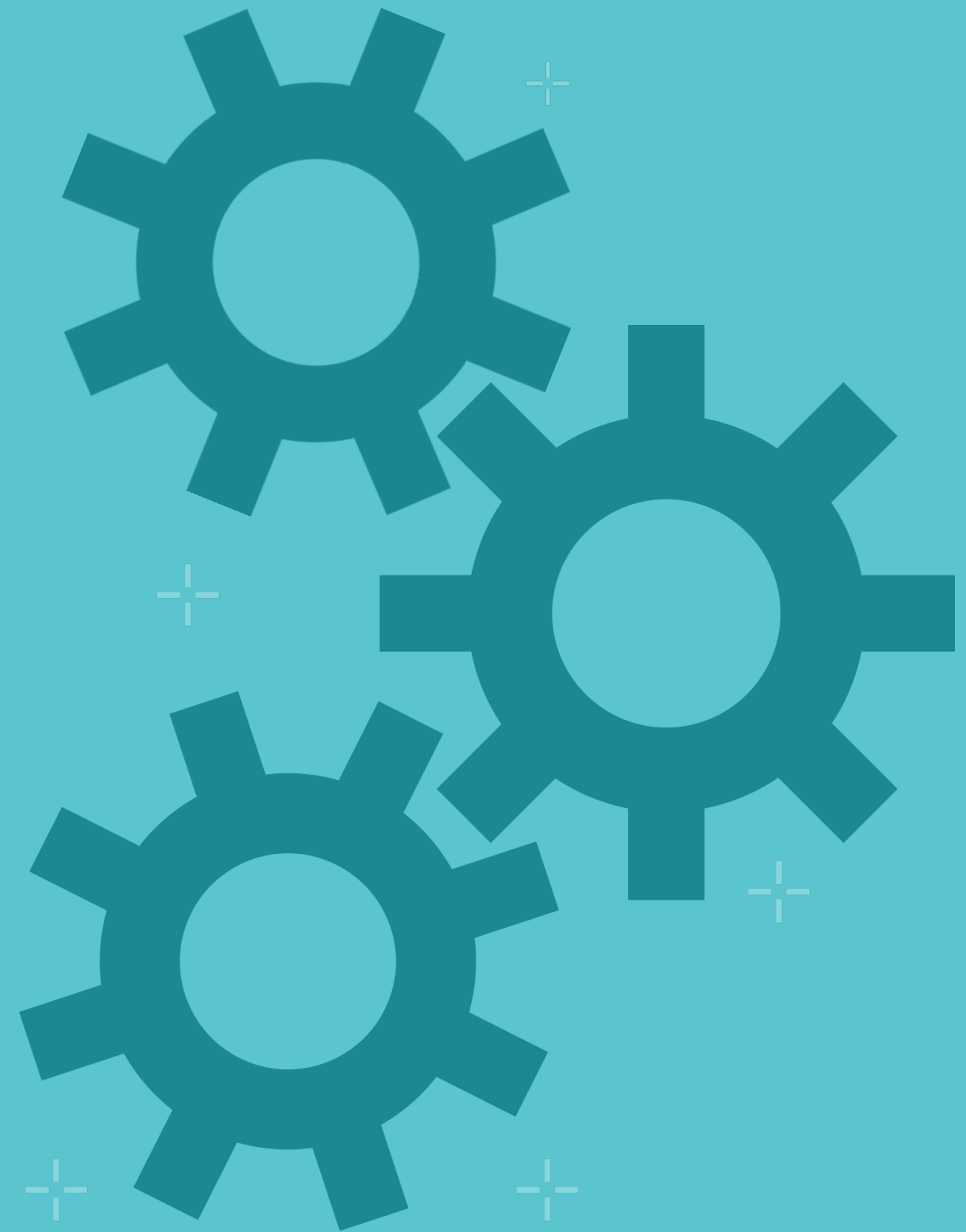
Когда d отрицательна, каждый следующий член становится меньше предыдущего на одно и то же число. В ряду 30, 26, 22, 18, 14 это уменьшение равно 4.

Формула не меняется

Для убывающей прогрессии используется та же запись: $a_t = a_1 + d(t-1)$. Меняется только знак разности, поэтому вместо прибавления происходит вычитание.

Проверяем шаг

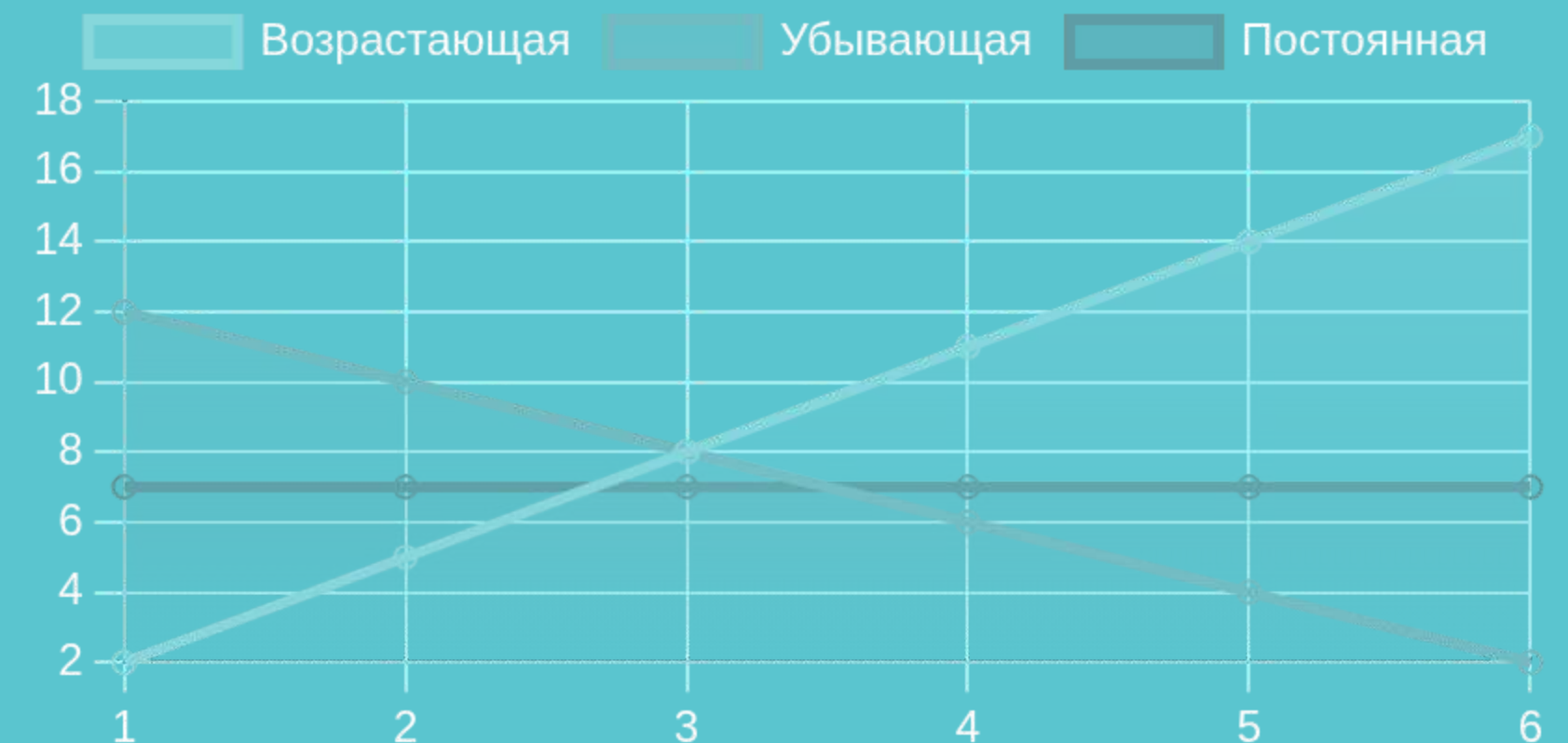
Если $d = -4$, то члены уменьшаются равномерно, а последовательность остаётся арифметической. Главное — не забыть знак минус при подстановке в формулу и при вычислениях.



Графическое сравнение прогрессий с разной разностью

На графике видно не только направление изменения, но и одинаковый шаг между соседними членами каждой последовательности.

Форма линии сразу показывает знак разности: рост, спад или постоянство. Это помогает быстро распознавать тип прогрессии без лишних вычислений.



Составлено по значениям первых шести членов трёх арифметических прогрессий: $d = 3$, $d = -2$, $d = 0$.



Типичные ошибки при вычислении t -го члена

1. Путают t и $t-1$

В формуле количество прибавлений равно $t-1$, а не t . Ошибка возникает, если забывают, что первый член уже дан, и начинают отсчёт со второго шага.

2. Неверно выбирают первый член

Иногда за a_1 принимают не первый, а любой удобный член. Тогда вся формула даёт неверный результат, потому что отсчёт прогрессии начинается именно с первого элемента.

3. Теряют знак разности

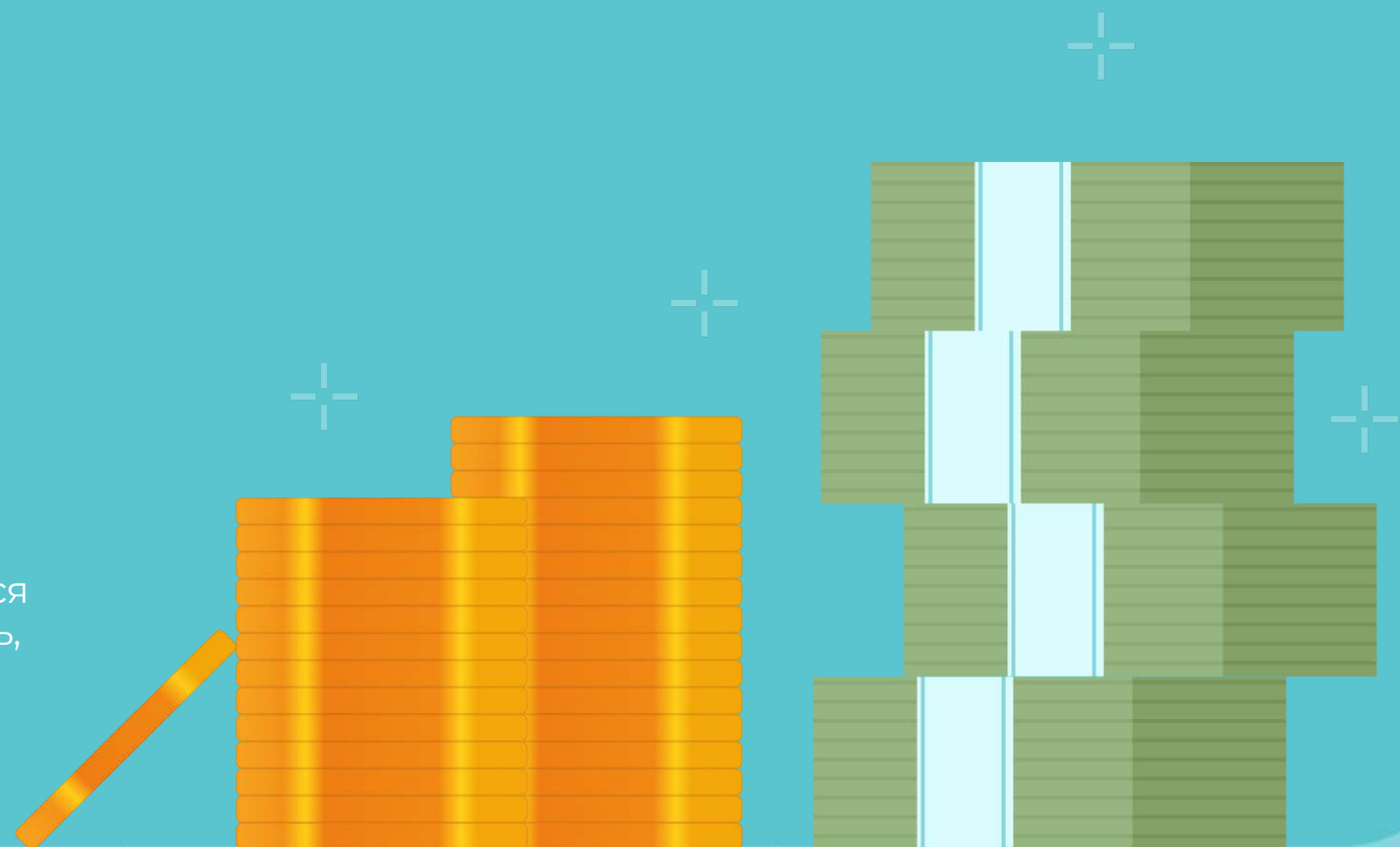
При отрицательной разности легко ошибиться и написать плюс вместо минуса. Из-за этого убывающая последовательность превращается в возрастающую, хотя это противоречит условию задачи.

4. Считают разность неправильно

Разность нужно находить только между соседними членами. Если вычесть далёкие числа, можно получить неверный шаг и ошибочно решить, что последовательность не является арифметической.

5. Подставляют неверный номер

Сначала нужно точно определить, какой по счёту член требуется найти. Проверка ответа по соседним членам помогает заметить, если в формулу подставлен не тот номер.



Сравнение двух способов нахождения нужного члена

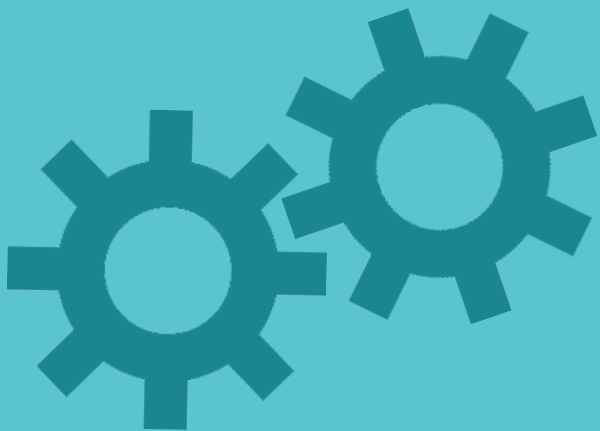


Способ	Когда удобен	Что даёт
Перебор	Малые номера	Видна последовательность
Формула	Любой номер	Быстрый ответ
Проверка	Контроль решения	Поиск ошибки

Таблица показывает, как меняется удобство решения в зависимости от номера члена и цели вычисления.

Формула подходит для большинства задач, а перебор полезен только на коротких рядах. Проверка по соседним членам снижает риск ошибки.

Правило арифметической прогрессии



Задача из реальной жизни: повторения на тренировке

Понятный пример

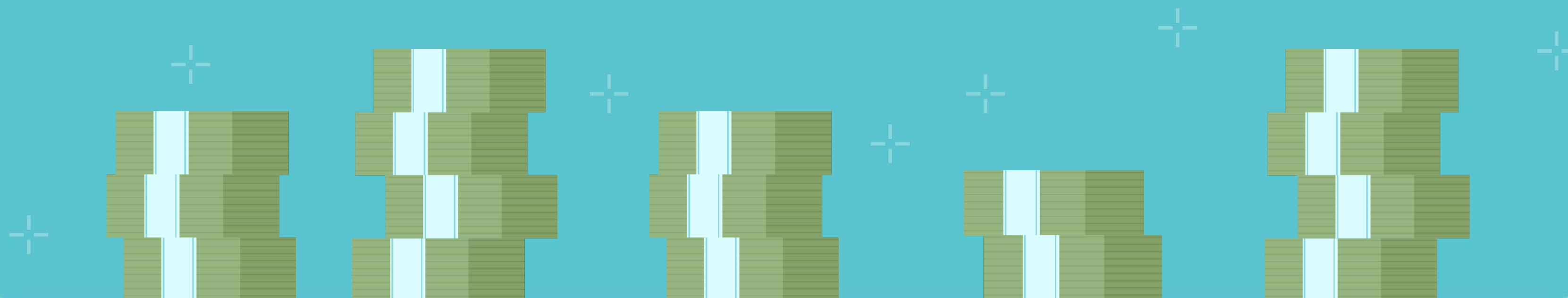
Если на каждой тренировке число повторений увеличивается на 2, получается ряд 6, 8, 10, 12, 14. Это удобная модель постоянного роста нагрузки и постепенного усложнения задания.

Находим элементы

В такой последовательности первый член равен 6, а разность $d = 2$. Пятый член легко определить по формуле: $a_5 = 6 + 2(5-1) = 14$.

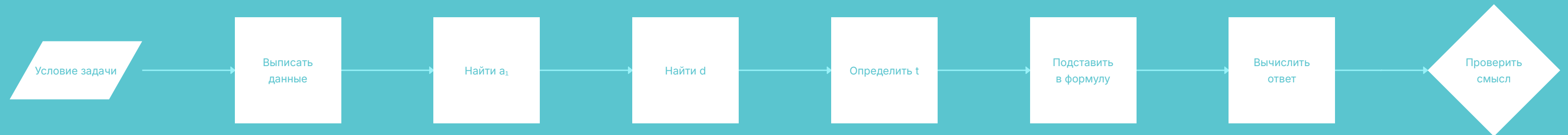
Практический смысл

Подобные ситуации помогают увидеть, что арифметическая прогрессия описывает не только числа в учебнике, но и реальные изменения, которые повторяются по одному правилу.



Алгоритм решения задачи

Последовательность действий для нахождения члена арифметической прогрессии и проверки ответа.



Почему формула n -го члена удобна



Быстрый расчёт

Формула позволяет сразу находить нужный член, не выписывая весь ряд. Это особенно удобно, когда номер большой и последовательность содержит много элементов.



Экономия времени

Вместо долгого перебора достаточно подставить a_1 , d и n . Такой способ помогает решать задачи быстрее и освобождает от лишних вычислений.



Связь величин

В одной записи видно, как связаны первый член, разность и номер члена. Формула показывает правило изменения последовательности в коротком и точном виде.



Удобство проверки

Если ответ получен по формуле, его легко проверить по соседним членам. Это помогает заметить ошибку и убедиться, что решение соответствует условию.



Связь арифметической прогрессии с другими темами алгебры

Координатная прямая

Члены прогрессии можно отмечать на координатной прямой, чтобы увидеть их расположение и равномерный шаг. Такой способ делает последовательность наглядной и понятной.

Линейная зависимость

Постоянное изменение по шагам связано с идеей линейного роста или убывания. Поэтому арифметическая прогрессия помогает лучше понимать, как работают формулы с переменными.

Задачи из жизни

Прогрессия удобно описывает накопление денег, изменение расстояния, число повторений и другие ситуации, где величина меняется одинаково от шага к шагу.

Подготовка к старшим классам

Умение видеть правило в последовательности развивает математическое мышление. Этот навык пригодится при изучении функций, уравнений и более сложных тем алгебры.



Арифметическая прогрессия: правило, которое легко использовать



Арифметическая прогрессия помогает видеть закономерность там, где числа меняются с постоянным шагом. Зная первый член, разность и номер, можно быстро найти любой элемент ряда.