

# Теорема о площади треугольника: основная формула и её смысл

Разберём, как находить площадь треугольника по основанию и высоте.



# Площадь треугольника в геометрии

Треугольник — базовая фигура, из которой строят более сложные формы. Знание его площади помогает решать задачи на плоскости, сравнивать фигуры и понимать формулы для других многоугольников.





# Основание и высота треугольника

## Выбор основания

Основанием можно считать любую сторону треугольника. Для вычисления площади важно лишь выбрать сторону, с которой будет связана соответствующая высота.

1

## Что такое высота

Высота к основанию — это перпендикуляр, опущенный из противоположной вершины на прямую, содержащую основание. Именно перпендикуляр, а не наклонный отрезок, нужен в формуле.

2

## Разные случаи

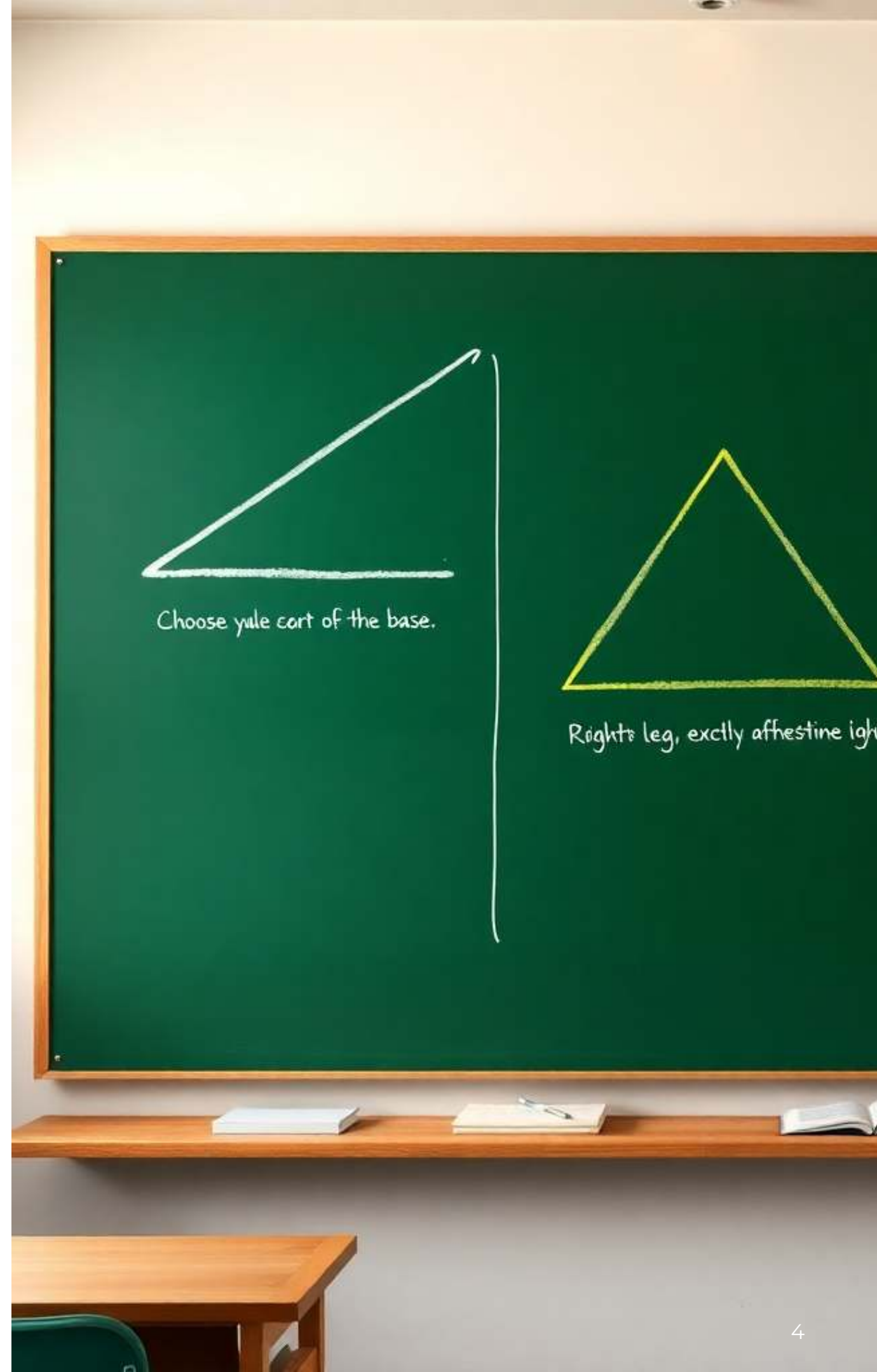
В остроугольном треугольнике высота лежит внутри фигуры. В прямоугольном она совпадает с катетом, а в тупоугольном может выходить за пределы треугольника.

3

## Почему это важно

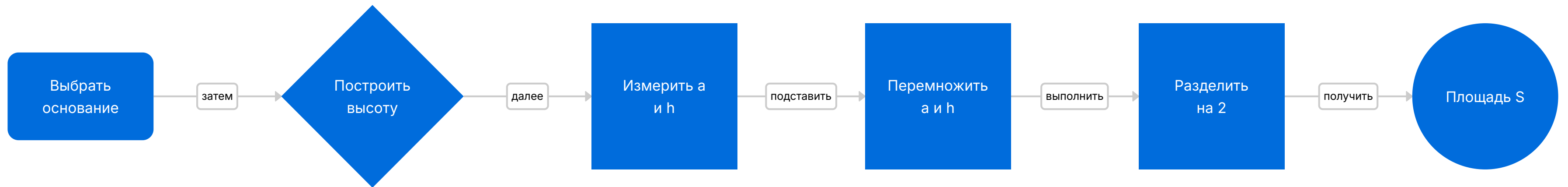
Неверно выбранная высота приводит к ошибке в вычислении площади. Поэтому сначала определяют основание, а затем строят именно перпендикуляр к нему.

4



# Алгоритм нахождения площади треугольника

Последовательность действий по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$



# Как меняется площадь при увеличении высоты

При одном и том же основании рост высоты сразу отражается на площади. Это удобно видеть в задачах, где нужно сравнить несколько вариантов одной фигуры.

Площадь увеличивается прямо пропорционально высоте, если основание остаётся неизменным.

Учебный пример по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$

# Формула площади треугольника

## 1. Основная запись

Площадь треугольника находят по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$ . Она связывает площадь с двумя измерениями фигуры: основанием и высотой, проведённой к этому основанию.

## 2. Что означает а

Буква а обозначает основание треугольника. В роли основания может выступать любая сторона, если к ней построена правильная высота из противоположной вершины.

## 3. Что означает h

Буква h обозначает высоту, опущенную на выбранное основание. Для формулы важен именно перпендикуляр, потому что только он показывает правильное расстояние между параллельными линиями.

## 4. Универсальность формулы

Формула подходит для любого треугольника: остроугольного, прямоугольного и тупоугольного. Нужно лишь верно определить основание и соответствующую ему высоту.

# Почему в формуле появляется $\frac{1}{2}$

## Два одинаковых треугольника

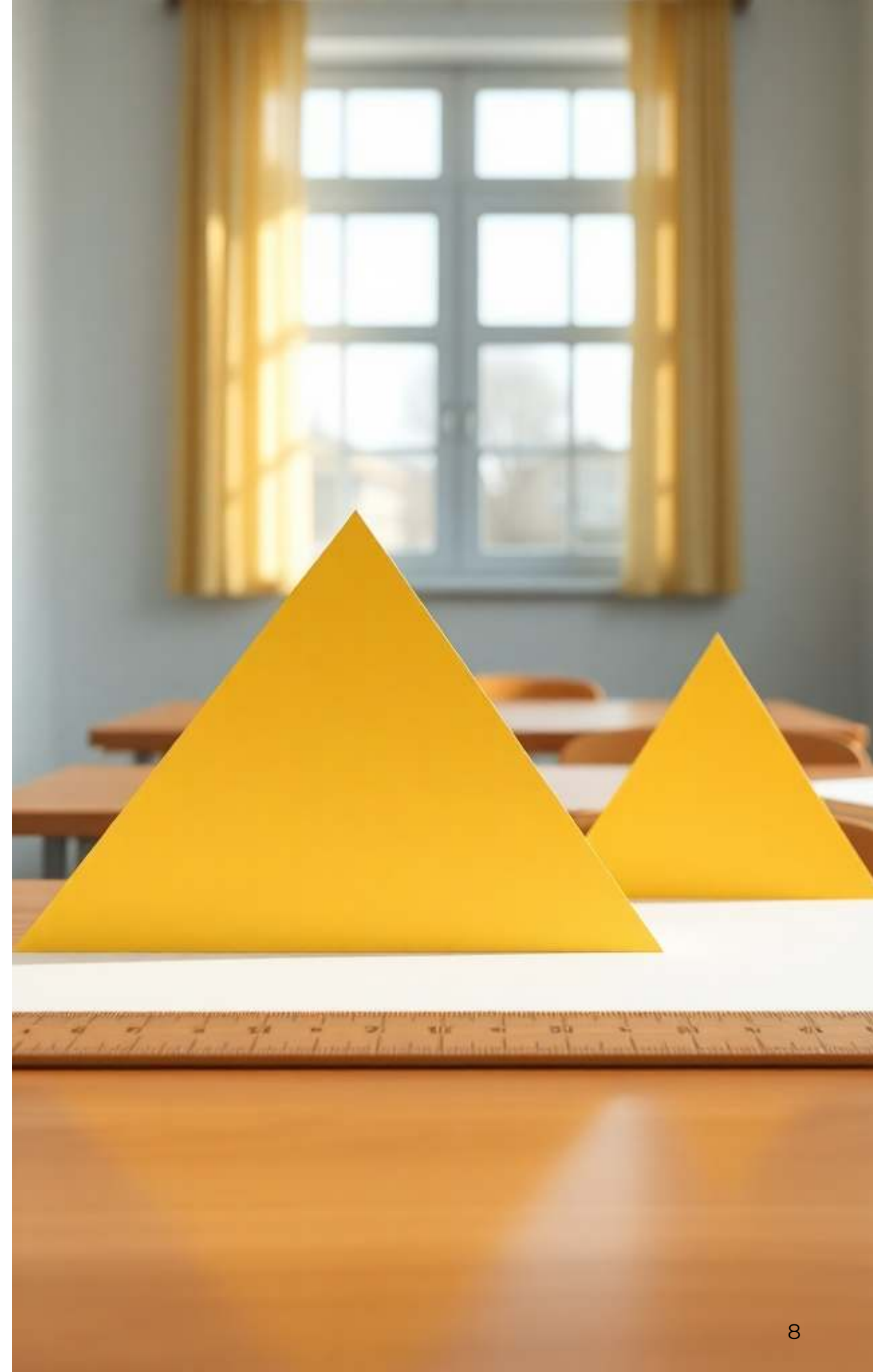
Если соединить два равных треугольника с одним основанием и одной высотой, получится параллелограмм. Такая модель помогает увидеть происхождение формулы наглядно.

## Площадь параллелограмма

Площадь параллелограмма равна  $ah$ . Один треугольник занимает ровно половину этой фигуры, поэтому его площадь выражается как  $\frac{1}{2}ah$ .

## Смысл множителя

Множитель  $\frac{1}{2}$  показывает не случайное правило, а геометрическую связь между треугольником и параллелограммом. Это помогает лучше понимать формулу, а не только запоминать её.



# Примеры вычисления площади

| Основание | Высота | Площадь              |
|-----------|--------|----------------------|
| 6 см      | 4 см   | 12 см <sup>2</sup>   |
| 9 см      | 5 см   | 22,5 см <sup>2</sup> |
| 12 см     | 3 см   | 18 см <sup>2</sup>   |
| 8 см      | 7 см   | 28 см <sup>2</sup>   |

В таблице показано, как формула работает на нескольких парах основания и высоты.

Для вычисления нужна именно согласованная пара основания и высоты. При одинаковом принципе расчёта площадь легко находить даже с дробным ответом.

# Единицы измерения площади



## Квадратные единицы

Площадь всегда записывают в квадратных единицах:  $\text{мм}^2$ ,  $\text{см}^2$ ,  $\text{дм}^2$ ,  $\text{м}^2$ . Такая запись показывает, что измеряется не длина, а площадь внутри фигуры.



## Единица по условию

Если в задаче все стороны даны в сантиметрах, ответ тоже записывают в  $\text{см}^2$ . При метрах используют  $\text{м}^2$ . Единицы должны быть согласованы с исходными данными.



## Полная запись ответа

В ответе обязательно указывают и число, и единицу измерения. Без неё результат считается незавершённым, потому что нельзя понять, что именно было измерено.



## Проверка результата

После вычисления полезно ещё раз посмотреть на единицы. Если длины умножаются и делятся правильно, итоговая площадь должна иметь квадратный формат записи.

# Зависимость площади от высоты при постоянном основании

При одинаковом основании изменения площади полностью зависят от высоты треугольника.

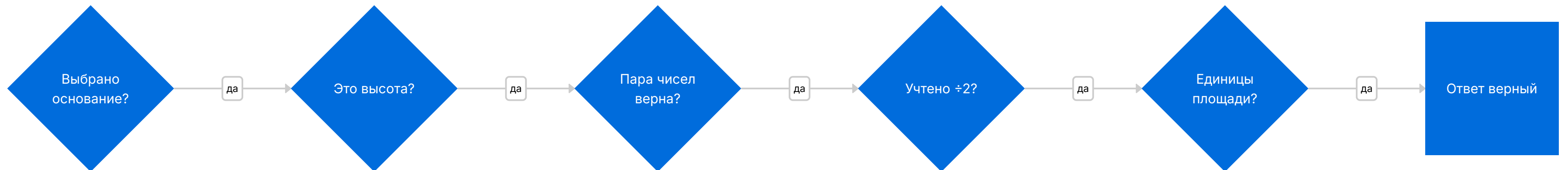
Площадь растёт равномерно: при удвоении высоты она тоже удваивается.

Данные для учебного примера по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$ .  
Основание: 8 см.



# Как избежать ошибок при вычислении площади

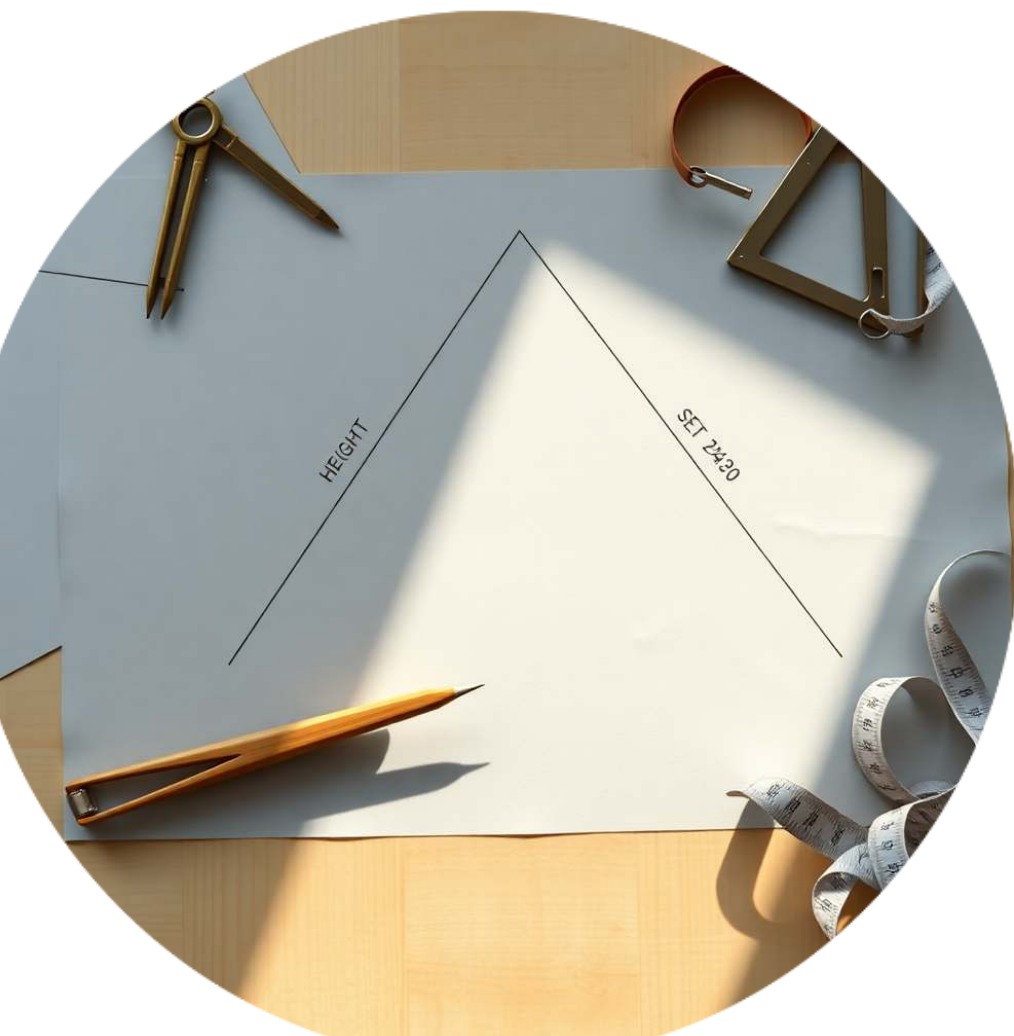
Схема показывает последовательность проверок перед подстановкой в формулу  $S = \frac{1}{2}ah$ .



# Где встречается площадь треугольника

## План местности и чертежи

На картах и строительных схемах треугольные участки часто нужно измерять отдельно. Формула площади помогает быстро считать размеры деталей, когда фигуру удобно представить как треугольник с известным основанием и высотой.



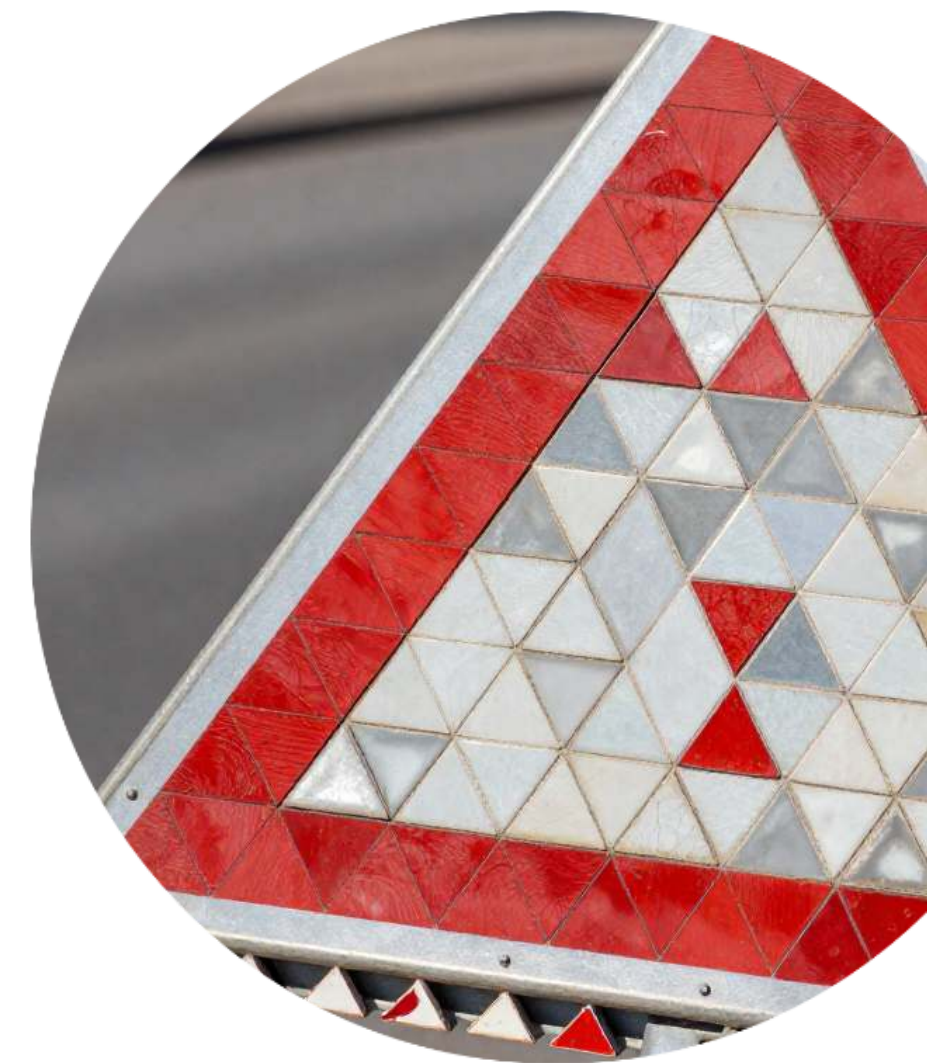
## Архитектура и конструкции

Треугольники встречаются в крышах, фермах и опорных элементах зданий. В таких задачах важно уметь находить площадь отдельных частей конструкции, чтобы сравнивать их размеры и понимать, сколько материала потребуется.



## Орнаменты и знаки

Треугольные формы есть в дорожных знаках, узорах и декоративных элементах. Если фигура сложная, её разбивают на несколько простых треугольников, а затем складывают найденные площади.



# Сравнение формул для основных фигур

| Фигура         | Формула             | Особенность              |
|----------------|---------------------|--------------------------|
| Прямоугольник  | $S = ab$            | Две стороны              |
| Параллелограмм | $S = ah$            | Основание и высота       |
| Треугольник    | $S = \frac{1}{2}ah$ | Половина параллелограмма |

*Школьные формулы площадей прямоугольника, параллелограмма и треугольника.*

Сравнение показывает, как площадь выражается через стороны и высоту в самых знакомых фигурах.

У параллелограмма и треугольника одинаковы основание и высота, но площадь треугольника вдвое меньше.

# Из чего складывается формула площади треугольника

Формула соединяет два измерения фигуры и идею половины площади параллелограмма.

Наибольшую роль играют основание и высота, а множитель  $\frac{1}{2}$  объясняет происхождение формулы.

Схематическое представление формулы  $S = \frac{1}{2}ah$  для учебной иллюстрации.

# Высота в тупоугольном треугольнике

## Высота вне фигуры

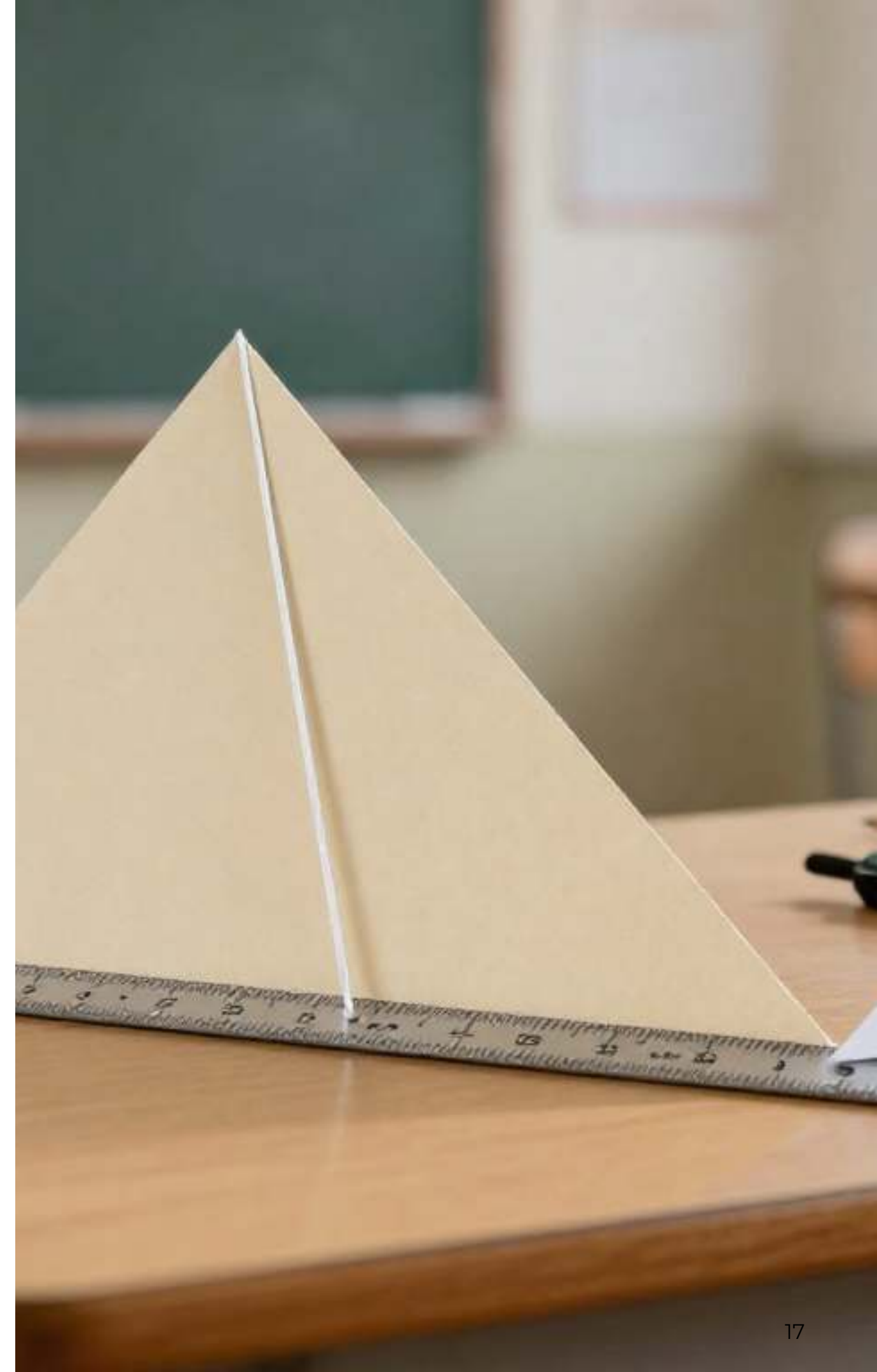
В тупоугольном треугольнике высота часто выходит за пределы фигуры и опускается на продолжение стороны. Это нормально и не означает, что построение сделано неправильно.

## Главное условие

Для площади важна не длина наклонной стороны, а перпендикулярность к выбранному основанию. Если высота образует прямой угол с основанием, её можно использовать в формуле.

## Как не ошибиться

Нужно сначала выбрать основание, а затем провести к нему перпендикуляр из противоположной вершины. Тогда положение высоты внутри или вне треугольника уже не вызывает путаницы.



# Краткий алгоритм решения задач

## 1. Выберите основание

Сначала определите сторону, которая будет основанием. От этого выбора зависит, какую высоту нужно искать и какие размеры подставлять в формулу.

1

## 2. Постройте высоту

Проведите из противоположной вершины перпендикуляр к выбранному основанию. Важно не перепутать высоту с любой наклонной стороной треугольника.

2

## 3. Подставьте значения

Запишите длину основания и высоты в формулу  $S = \frac{1}{2}ah$ . Следите, чтобы обе величины относились именно к одной и той же паре.

3

## 4. Выполните вычисление

Сначала умножьте основание на высоту, затем разделите результат на 2. Так легче избежать ошибки в порядке действий и получить точный ответ.

4

## 5. Запишите единицы

Ответ обязательно оформляйте в квадратных единицах:  $\text{см}^2$ ,  $\text{м}^2$  или других. Без единицы измерения результат считается неполным и не может быть засчитан.

5

# Проверка вычислений по формуле

Каждый пример удобно проверить устно, если сначала найти произведение, а потом разделить его пополам.

Результаты подтверждают, что формула работает одинаково для любых корректно выбранных основания и высоты.

*Учебные вычислительные примеры по формуле  $S = \frac{1}{2}ah$ .*

# Формула, которая помогает видеть фигуру точнее

Теорема о площади треугольника показывает, что точный ответ зависит от правильного выбора основания, соответствующей высоты и записи в квадратных единицах.