



Умножение и деление степеней: правила для 7 класса

Степени упрощают вычисления и раскрывают важные алгебраические правила.



Почему степени полезны в алгебре

Степени помогают быстро записывать длинные произведения, упрощают вычисления и нужны в формулах, геометрии, физике и информатике.



Показатель показывает, сколько раз число повторяется в умножении, а основание — какое число умножают.

$$5 \times 5 \times 5$$

— это запись степени 5^3 .

Школьное определение степени числа в курсе алгебры 7 класса

Правило умножения степеней с одинаковым основанием

01

Сначала проверь основание

Если в обеих степенях одно и то же основание, можно применять правило. При разных основаниях оно не работает, поэтому выражение оставляют произведением и считают по обычным правилам.

03

Запиши один результат

После сложения показателей получается одна степень с новым показателем. Например, $3^2 \times 3^4 = 3^6$: к двум множителям числа 3 добавляются ещё четыре, и всего их становится шесть.

02

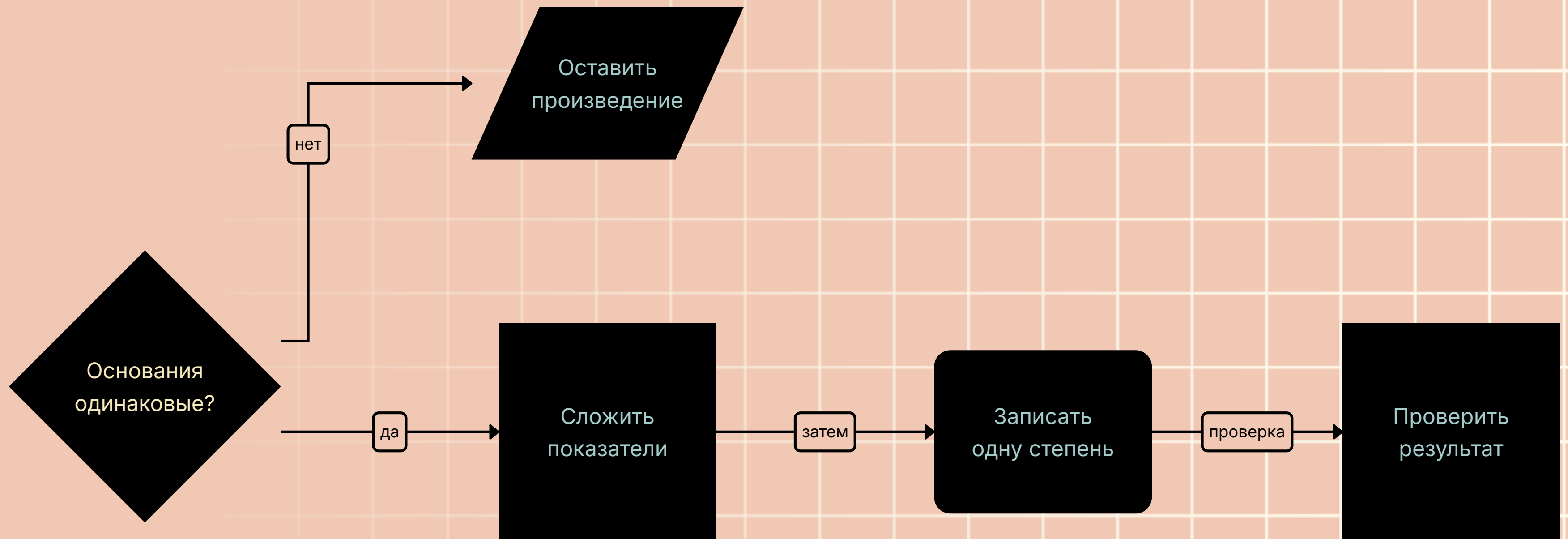
Сложи показатели

При умножении степеней с одинаковым основанием показатели складываются: $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$. Это происходит потому, что одинаковые множители просто объединяются в одну запись.

Умножение степеней с одинаковым основанием



Алгоритм показывает, когда применяется правило и как записать результат одной степенью.





Одинаковые множители объединяются

В записи $2^3 \times 2^2$ есть пять множителей числа 2. Они не меняются, а только собираются в одну цепочку, поэтому итоговая степень становится больше.



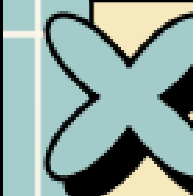
Сумма показывает общее число

Первое выражение даёт три множителя, второе — два. Вместе получается пять, значит результат записывается как 2^5 . Показатель отражает именно количество повторений основания.



Правило видно на разложении

Если раскрыть степени, получим $(2 \times 2 \times 2) \times (2 \times 2)$. После объединения все множители можно записать короче: 2^5 . Так становится ясно, откуда берётся сложение показателей.



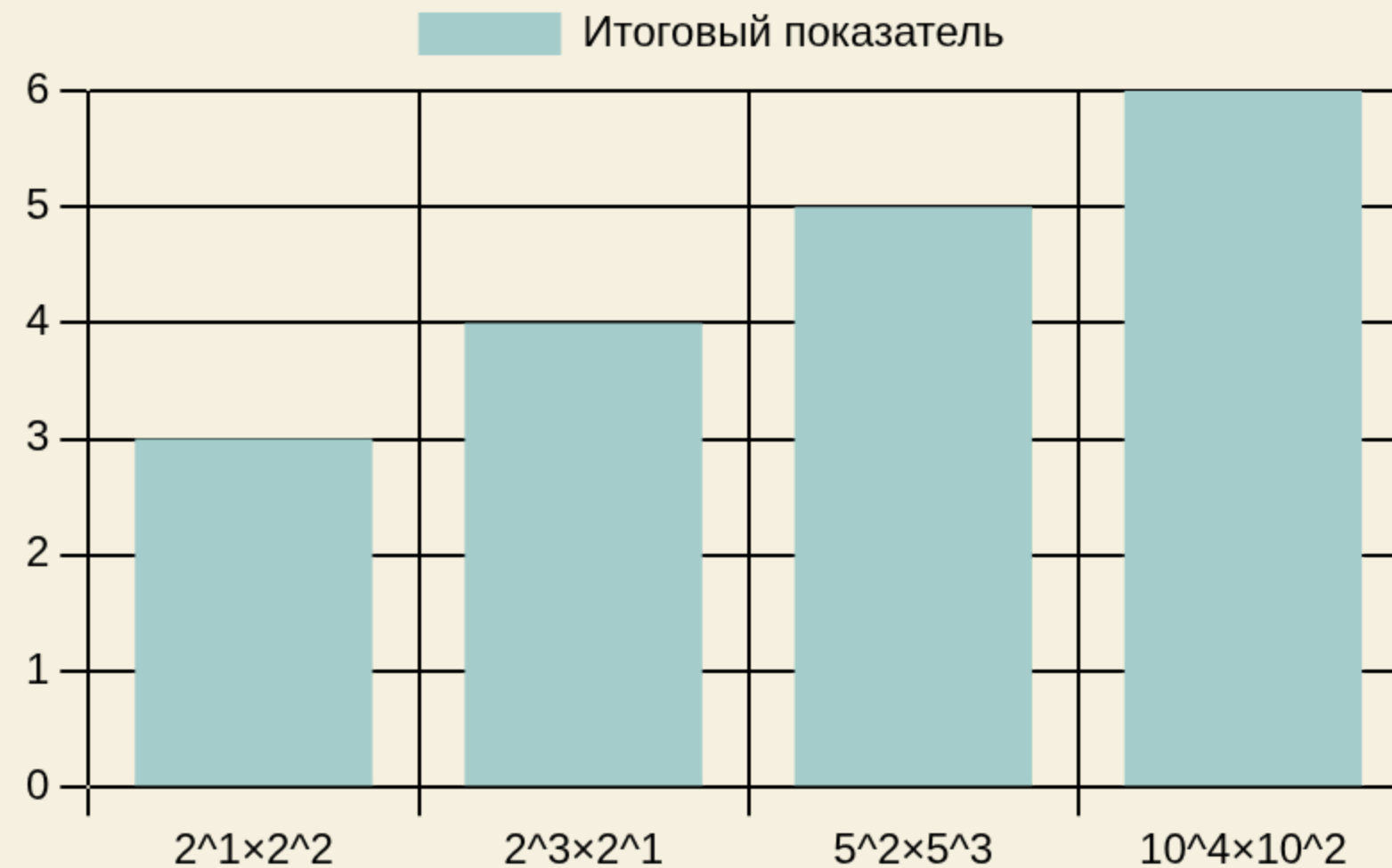
Наглядность помогает запомнить

Изображение ряда одинаковых кубиков или кружков хорошо показывает, что одинаковые элементы не исчезают и не меняются, а просто складываются в более длинную последовательность.



Почему при умножении показатели складываются

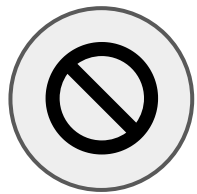
Примеры умножения степеней с одинаковым основанием



- Во всех примерах основание сохраняется, а меняется только показатель степени. Это позволяет быстро находить результат без полного раскрытия произведения.
- Чем больше сумма показателей, тем больше итоговая степень; правило работает одинаково для любых одинаковых оснований.

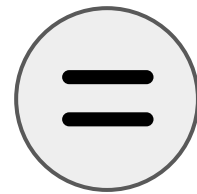
Составлено по правилам умножения степеней, 7 класс

Почему нельзя объединять степени с разными основаниями



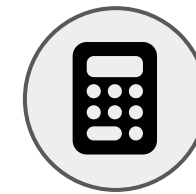
Разные основания

Правило $a^m \times a^n = a^{(m+n)}$ работает только тогда, когда основание одно и то же. Если основания различаются, объединять их в одну степень нельзя.



Запись остаётся произведением

Выражение $2^3 \times 3^2$ не превращается в одну степень, потому что множители имеют разную природу. Сначала его оставляют как произведение, а затем считают по отдельности.



Порядок действий важен

Сначала выполняют действия внутри степеней, затем другие вычисления. Это помогает не перепутать основание и показатель и избежать неверного упрощения выражения.

Сравнение умножения и деления степеней

- Таблица показывает, когда применяются правила и как меняется показатель степени.

- Для одинаковых оснований показатели складываются или вычитаются, а при разных основаниях отдельная степень не получается.

Действие	Условие	Формула	Пример
Умножение	Одинаковое основание	$a^m \times a^n = a^{(m+n)}$	$4^2 \times 4^3 = 4^5$
Деление	Одинаковое основание	$a^m : a^n = a^{(m-n)}$	$5^6 : 5^2 = 5^4$
Разные основания	Правило не действует	Не объединяется	$3^2 \times 4^2$



Правило деления степеней с одинаковым основанием

01

Проверь основание

Если у делимых степеней одно основание, можно применять правило деления. При разных основаниях оно не подходит, поэтому выражение не сводят к одной степени.

02

Вычти показатели

При делении степеней с одинаковым основанием показатели вычитаются: $a^m : a^n = a^{(m-n)}$. Это отражает сокращение одинаковых множителей в записи.

03

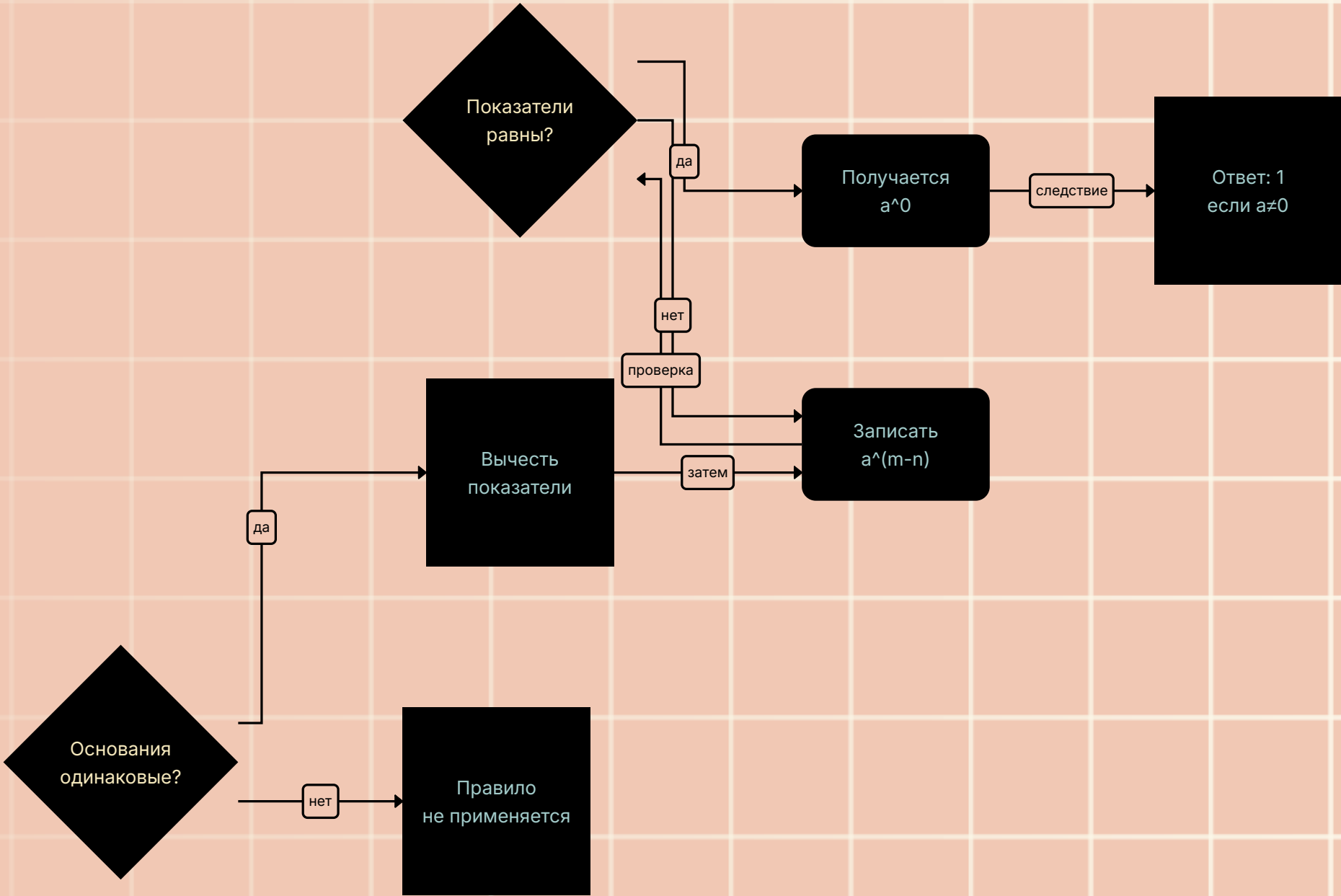
Запомни частный случай

Если показатели равны, получается a^0 . Например, $7^5 : 7^2 = 7^3$. В школьных задачах обычно рассматривают случай, когда первый показатель не меньше второго.

Деление степеней с одинаковым основанием



Алгоритм: проверяем основание, затем вычитаем показатели и записываем результат одной степенью.



Если показатели равны, одинаковые множители сокращаются полностью, поэтому любая ненулевая степень с нулевым показателем даёт единицу.

1

получается при делении
одинаковых степеней ненулевого
основания

Правило степени с нулевым показателем
в школьном курсе алгебры



Отрицательная степень и обратное число

Смысл записи

Отрицательный показатель показывает, что нужно взять обратное число: степень переносится в знаменатель, а знак показателя меняется на противоположный. Это удобно для краткой записи дробей и вычислений.

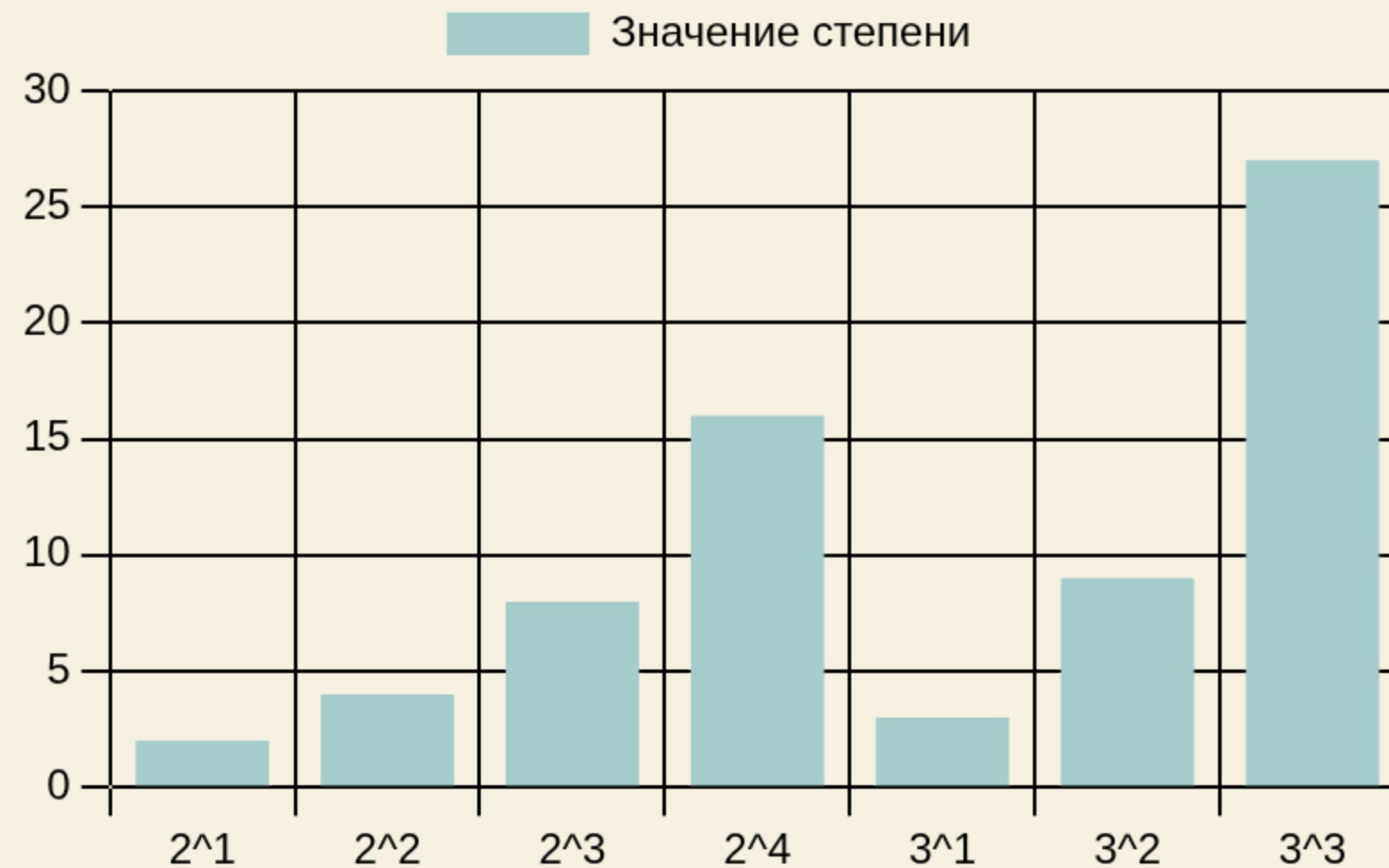
Пример вычисления

Запись 2^{-3} означает $\frac{1}{2^3}$, то есть $\frac{1}{8}$. Сначала считают обычную степень, затем находят обратное число, не смешивая основание с показателем.

Связь с делением

Когда при делении степеней показатель уменьшаемой степени меньше показателя делителя, разность может оказаться отрицательной. Тогда результат записывают через обратную степень, сохраняя правильное значение выражения.

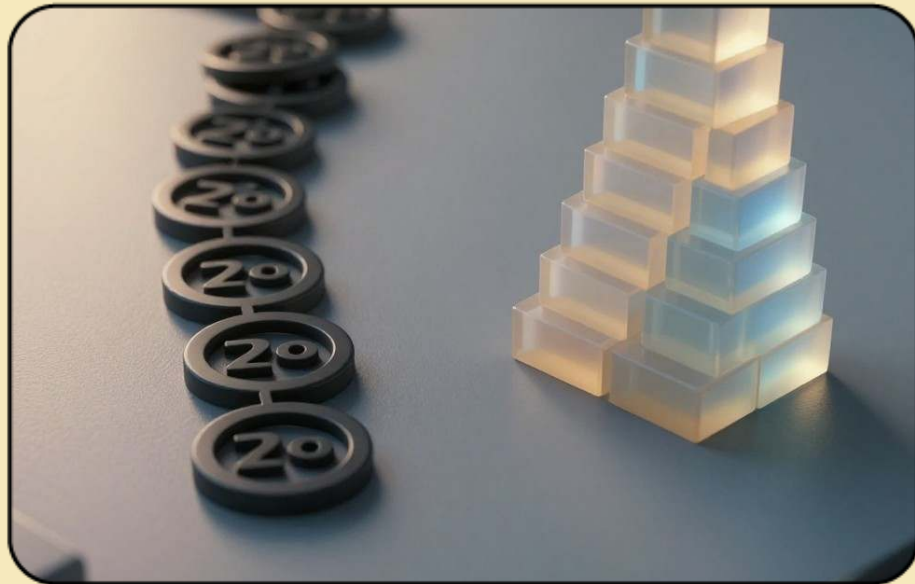
Как быстро растут значения степеней



- Даже при небольшом увеличении показателя значения возрастают заметно: каждый новый множитель многократно увеличивает результат.
- Рост степени ускоряется с каждым шагом, поэтому такие записи особенно полезны для больших чисел и быстрых оценок.

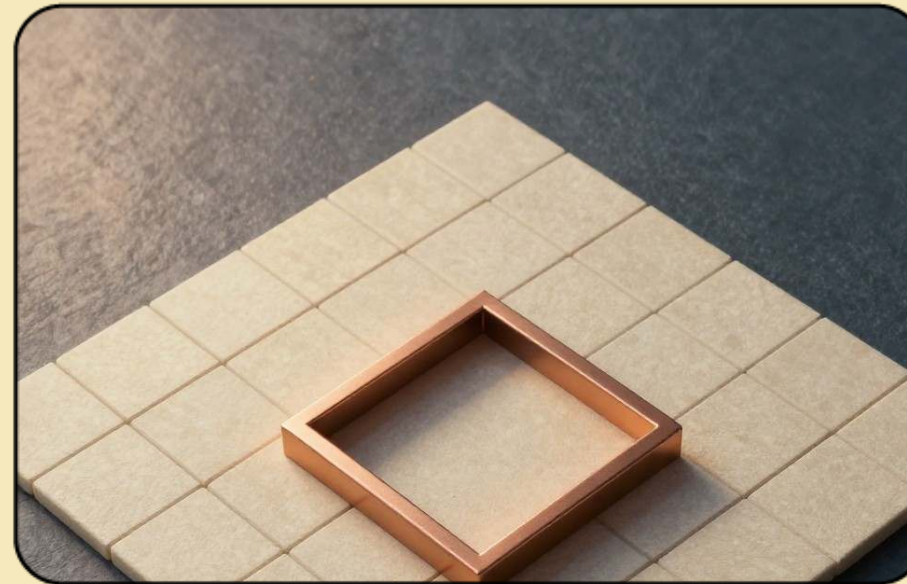
Учебные вычисления по правилам степеней

Степени в жизни и науке



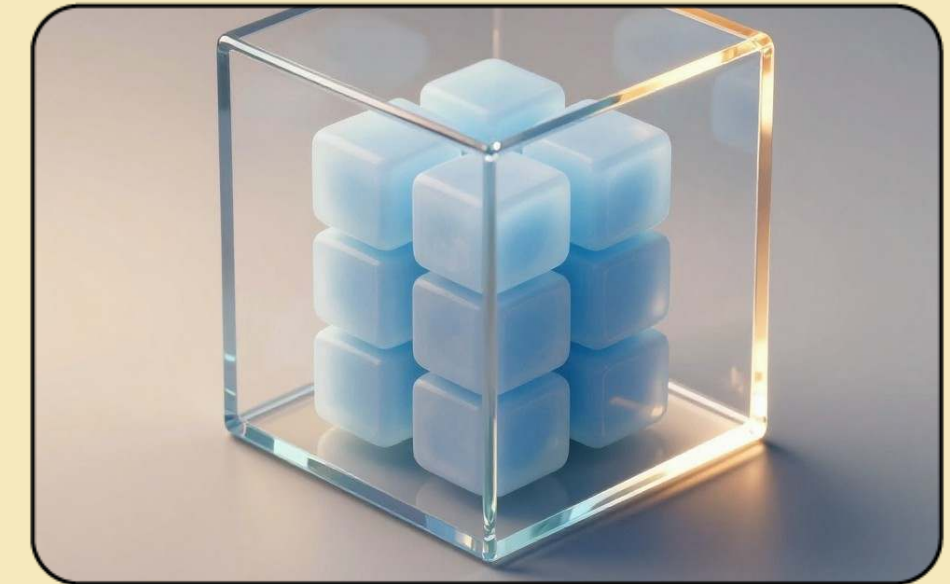
Тысячи и миллионы в одной записи

Степени помогают экономить место, когда нужно записать большие числа. Вместо длинной цепочки нулей используют десятичные степени, и запись становится компактной, понятной и удобной для вычислений в тетради или на калькуляторе.



Площадь квадрата

В геометрии степень показывает, как площадь зависит от стороны фигуры. Если сторона квадрата равна 3, то площадь равна 3^2 , то есть 9. Так формула связывает длину и результат через одну запись.



Объём куба

Для объёма куба используется третья степень, потому что пространство измеряется в трёх направлениях. Куб со стороной 2 имеет объём 2^3 , то есть 8, и это удобно показывать на кубиках или сетке.

Типичные ошибки при умножении и делении степеней



Ошибка	Почему неверно	Правильно
$2^3 \times 2^4 = 2^{12}$	Показатели не умножают	2^7
$5^6 : 5^2 = 5^3$	Это верно	5^3
$3^2 \times 4^2 = 7^4$	Основания разные	$3^2 \times 4^2$
$6^3 : 6^3 = 6^0 = 1$	Это верно	1

- Таблица показывает распространённые ошибки и помогает быстро проверить, когда правило применено верно, а когда нужно оставить выражение без объединения.

- Главные ошибки связаны с путаницей между основаниями и показателями. Если основание одинаковое, показатели складывают или вычитают; если разное, степенью выражение не объединяют.

Порядок действий в выражениях со степенями

1. Сначала степени

Если в выражении есть умножение или деление степеней с одинаковым основанием, эти действия выполняют в первую очередь, чтобы правильно сократить или объединить множители.

3. Помогают скобки

Скобки показывают, что именно является основанием и какие действия нужно выполнить раньше. Они защищают от ошибок, когда рядом стоят разные операции и несколько степеней.

2. Затем остальные действия

После работы со степенями считают обычные арифметические действия: сложение, вычитание, умножение и деление чисел, не входящих в показатели степени.

Проверка правил через разложение на множители

01

Разложите степень

Запишите степень как повторяющееся умножение. Тогда сразу видно, сколько одинаковых множителей входит в выражение и почему при умножении они просто объединяются в одну цепочку.

03

Сверьте итог

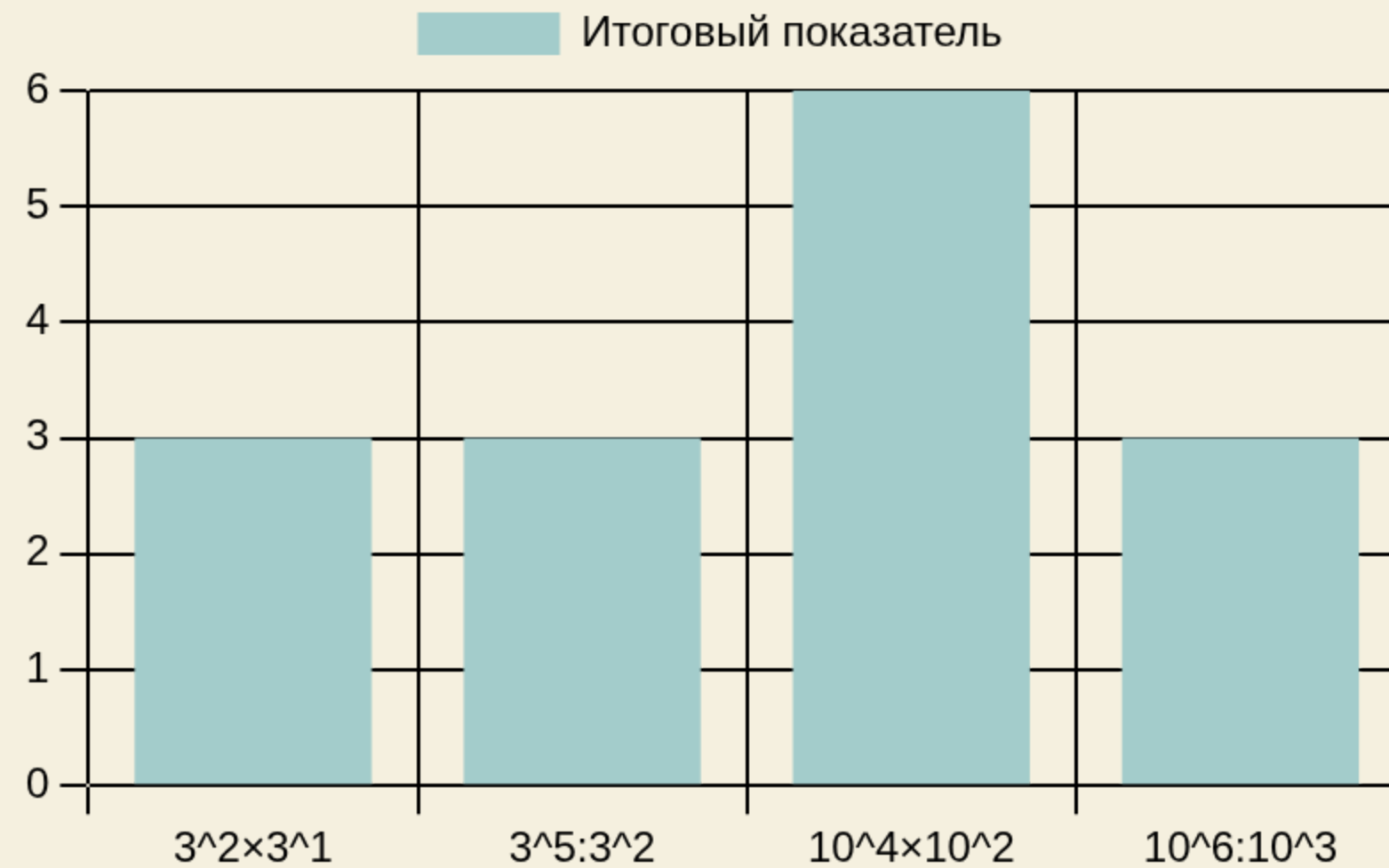
Если после разложения получается ровно столько множителей, сколько даёт правило, значит преобразование выполнено верно. Такой приём помогает не путать сложение и вычитание показателей.

02

Покажите сокращение

При делении выпишите одинаковые множители и зачеркните те, которые сокращаются. После этого остаются только лишние множители, поэтому показатель уменьшается на число сокращённых.

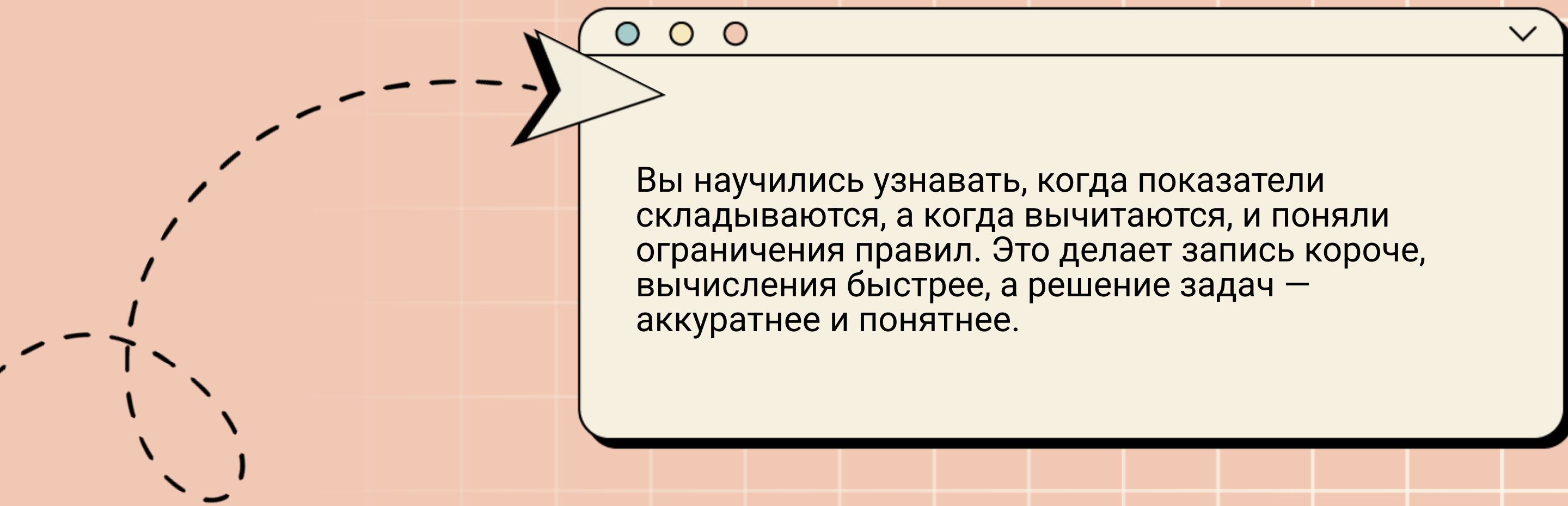
Схема изменения показателей в примерах



- На диаграмме видны только итоговые показатели, поэтому легко сравнить, как меняется запись в зависимости от действия.
- При умножении показатели складываются, при делении вычитаются.
- Итог определяется числом одинаковых множителей, оставшихся после преобразования.

Примеры по правилам степеней с одинаковым основанием

Степени упрощают вычисления



Вы научились узнавать, когда показатели складываются, а когда вычитаются, и поняли ограничения правил. Это делает запись короче, вычисления быстрее, а решение задач — аккуратнее и понятнее.