



Конус и его развёртка: форма, элементы, расчёты

Конус: объёмная фигура, её элементы и плоская развёртка.

Почему конус встречается чаще, чем кажется

Конусы окружают нас в быту и технике: от мороженого до воронки и крыши башни. Изучая его форму и развёртку, легче понимать предметы, вычислять площади и строить точные модели.



Конус в окружающем мире

Знакомые предметы

Рожок мороженого, дорожный конус, воронка и праздничный колпак помогают увидеть конус в обычной жизни. Все эти предметы имеют сходную форму и легко узнаются по силуэту.

Круглое основание

У многих конических предметов нижняя часть похожа на круг. Именно круглое основание отличает конус от других фигур и помогает связать реальный предмет с геометрической моделью.

Сужение к вершине

Форма конуса постепенно сужается к одной точке. Это хорошо видно у шатра или колпака: боковая поверхность поднимается от основания и сходится в вершине.

Модель и часть модели

Иногда в предмете заметна только боковая поверхность, а основание скрыто. Поэтому важно различать полную геометрическую модель конуса и её внешнюю часть, которую мы видим в жизни.



Определение и элементы конуса

1

Как получается конус

Конус можно представить как тело, которое получается при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов. Так возникает плавная форма с круглым основанием и вершиной.

2

Прямой конус

Если ось проходит через центр основания, конус называют прямым. В такой модели удобно рассматривать высоту, радиус и образующую, потому что они связаны простыми соотношениями.

3

Главные элементы

У конуса есть вершина, основание, ось, высота, радиус основания и образующая. Эти элементы помогают точно описывать фигуру, измерять её размеры и решать задачи.

4

Роль высоты

Высота всегда проводится перпендикулярно к основанию. Именно она показывает, насколько сильно конус вытянут вверх, и служит одной из основных величин при вычислениях.

Элементы конуса и их обозначения

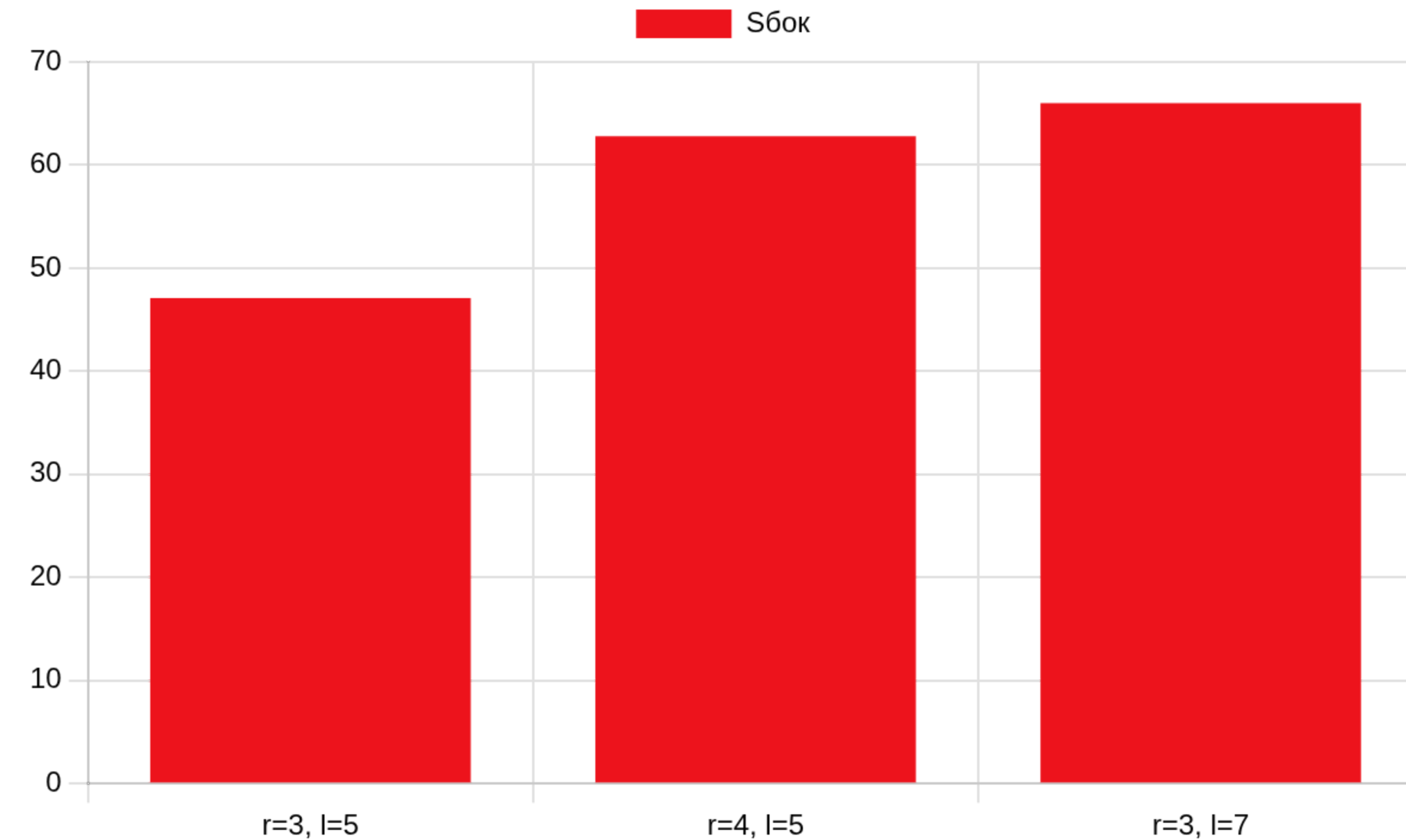
Элемент	Обозначение	Значение
Вершина	—	Точка схода
Основание	—	Круг
Радиус	r	От центра
Высота	h	Перпендикуляр
Образующая	l	Наклонный отрезок

Определение прямого конуса и стандартные обозначения в школьной геометрии

В таблице собраны основные элементы конуса и их краткие обозначения. Она помогает быстро запомнить, какая величина за что отвечает в чертеже и формулах.

Радиус, высота и образующая измеряют разные стороны одной фигуры, поэтому путаница между ними сразу приводит к ошибкам в формулах.

Как изменяется площадь боковой поверхности



Все значения рассчитаны по формуле $S_{бок} = \pi r l$. На диаграмме видно, как меняется площадь при изменении одного из размеров конуса.

Чем больше радиус или образующая, тем больше боковая поверхность; зависимость прямо пропорциональная по каждому параметру.

Расчёт по формуле $S_{бок} = \pi r l$: $\pi \cdot 3 \cdot 5$, $\pi \cdot 4 \cdot 5$, $\pi \cdot 3 \cdot 7$

Формулы, связанные с конусом



Площадь основания

Основание конуса — круг, поэтому его площадь вычисляют по формуле $S_{\text{осн}} = \pi r^2$. Здесь важен только радиус основания, а не высота и не образующая.



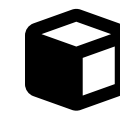
Боковая поверхность

Площадь боковой поверхности находят по формуле $S_{\text{бок}} = \pi r l$. Она показывает, сколько материала нужно для наружной части конуса без учёта основания.



Полная площадь

Полная площадь поверхности равна сумме площади основания и боковой поверхности: $S_{\text{полн}} = \pi r^2 + \pi r l$. Эта формула полезна при подсчёте расхода материала.

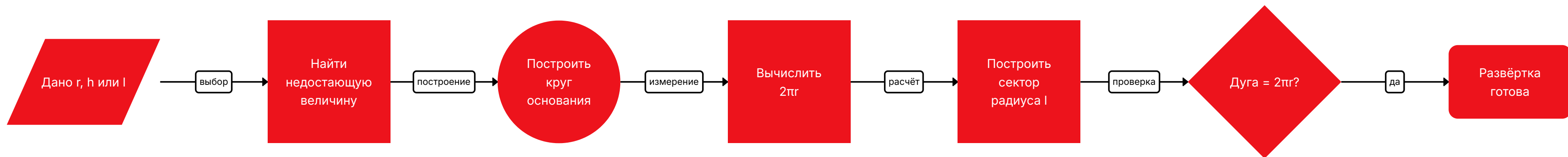


Объём конуса

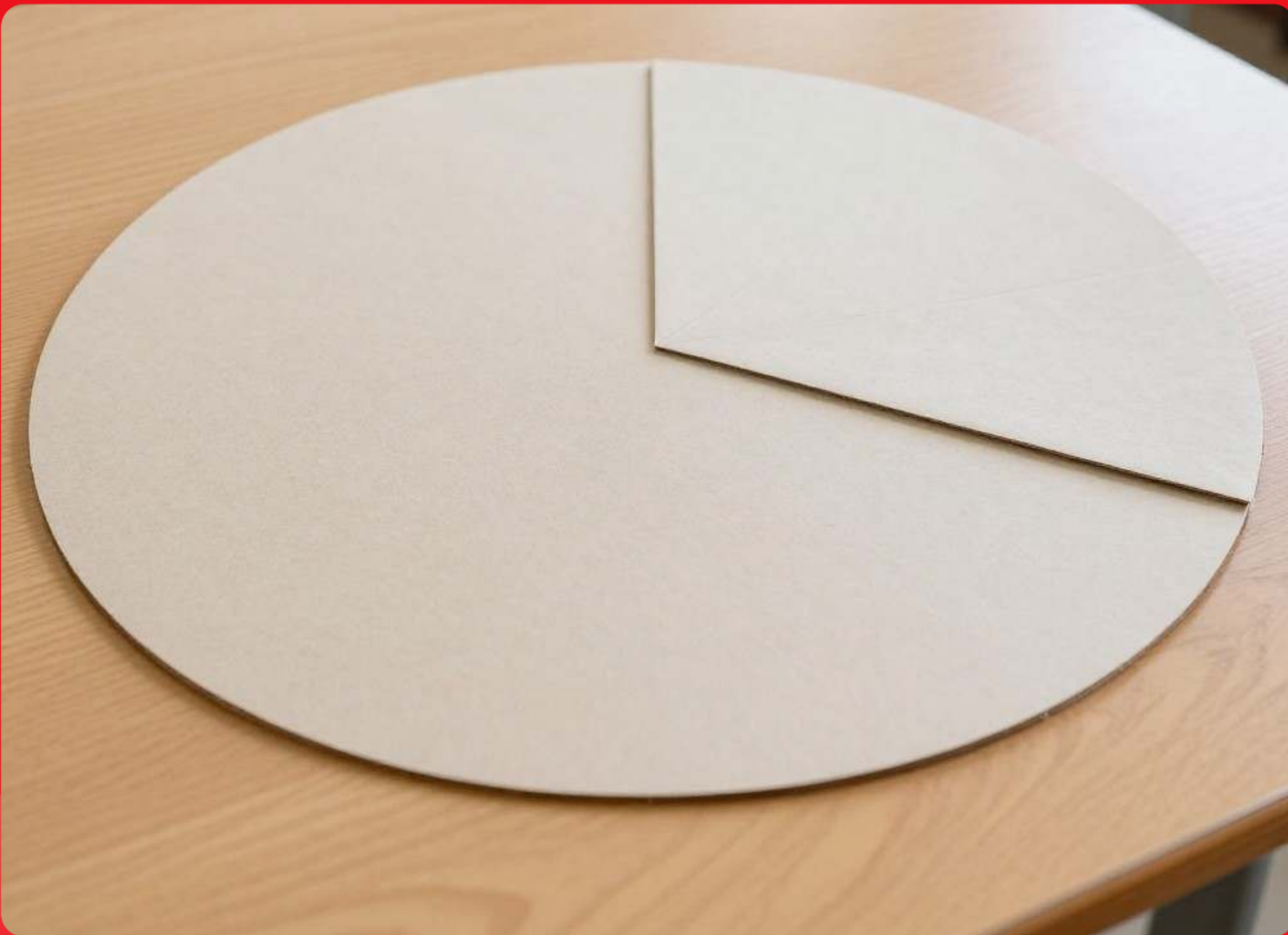
Объём конуса вычисляют по формуле $V = 1/3 \pi r^2 h$. В отличие от площади, здесь используется высота, поэтому её нельзя путать с образующей.

Как находят развёртку конуса

Последовательность построения и проверки размеров развёртки по радиусу основания и образующей.



Что такое развёртка конуса



Две части модели

Развёртка конуса состоит из круга основания и кругового сектора, который изображает боковую поверхность. Вместе они передают всю форму тела в плоском виде.

Одинаковые длины

Радиус сектора равен образующей конуса. А длина его дуги совпадает с длиной окружности основания, поэтому развёртка не искажает размеры поверхности.

Почему это удобно

Плоская модель помогает измерять и строить конус без объёмного чертежа. По ней легко понять, сколько материала понадобится для изготовления конического предмета.

Конус и его плоская модель

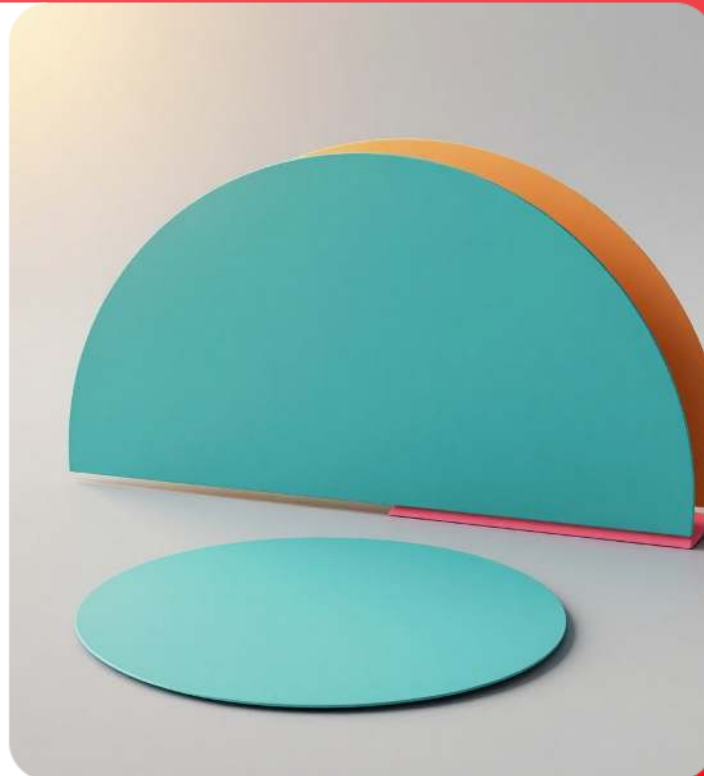
Одна фигура — два изображения

На рисунке конус показан рядом со своей развёрткой, чтобы было легко сравнить объёмную и плоскую формы. Цветом выделены одинаковые элементы: основание, вершина, радиус, высота и образующая. Так видно, что одна модель переходит в другую без потери смысла.



Что показывает развёртка

Круг в развёртке соответствует основанию, а сектор — боковой поверхности. Радиус сектора совпадает с образующей конуса, а его дуга равна окружности основания. Поэтому плоская фигура точно описывает наружную поверхность тела.



Как читать схему

Если на конусе найти радиус основания и высоту, а затем проследить образующую, то на развёртке те же элементы легко узнать по цветным меткам. Такая схема учит сопоставлять объёмную фигуру с её плоской моделью и помогает в построении.



Сопоставление конуса и развёртки

Сопоставление показывает, какие части объёмной фигуры переходят в плоскую модель и почему размеры боковой поверхности сохраняются.

Развёртка сохраняет геометрию боковой поверхности: длины и форма согласуются с конусом.

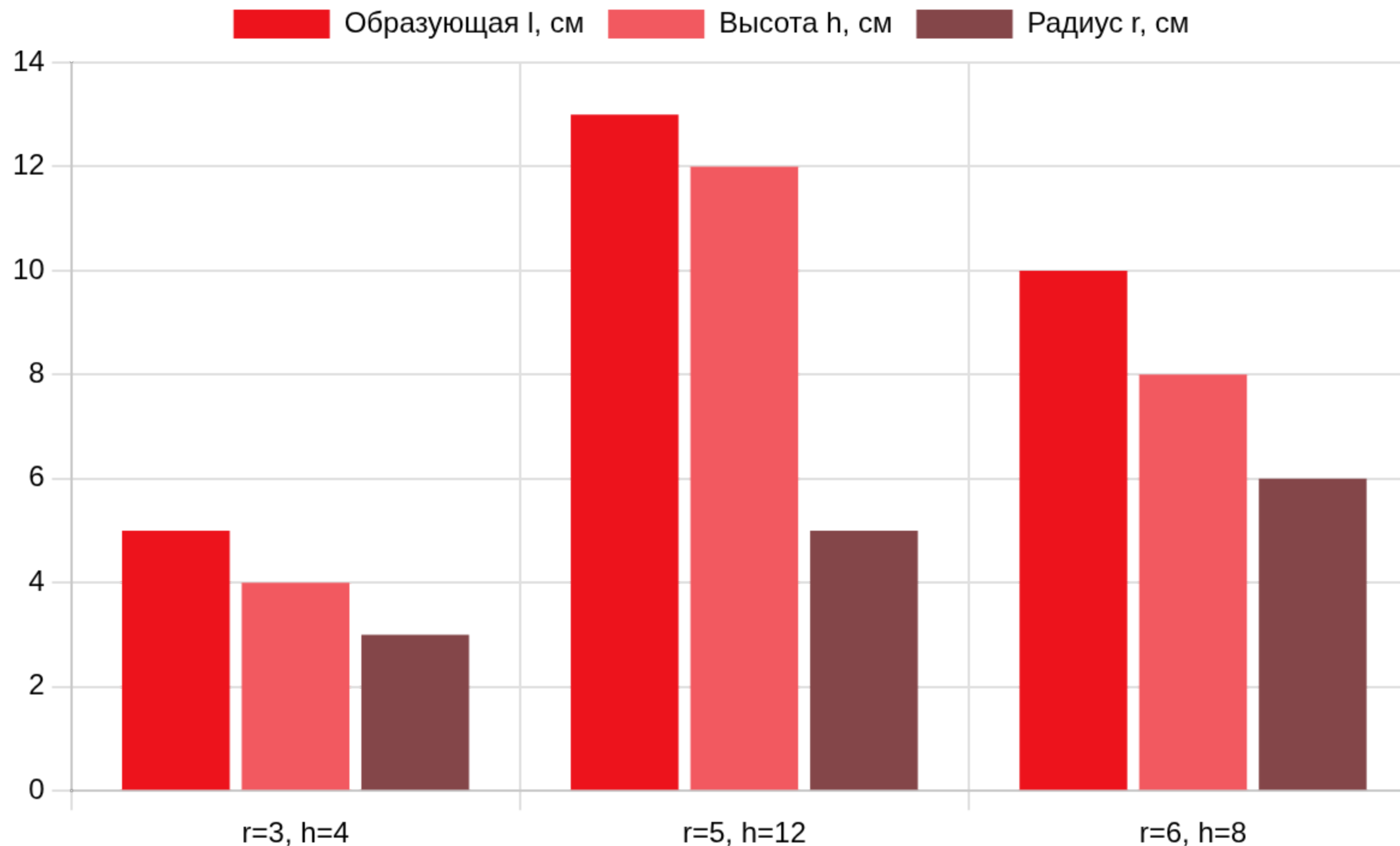
Элемент конуса	На развёртке	Смысл совпадения
Основание	Круг	Та же форма
Боковая поверхность	Сектор круга	Точная развертка
Образующая	Радиус сектора	Одинаковая длина
Окружность основания	Дуга сектора	Совпадают размеры

Именно поэтому, зная две стороны, можно найти третью по теореме Пифагора и точно построить конус или его развёртку.

Теорема Пифагора для прямоугольного треугольника, составленного радиусом, высотой и образующей конуса.

1
**прямоугольный
треугольник образуют
эти три величины
в прямом конусе.**

Примеры применения теоремы Пифагора к конусу



Во всех примерах образующая получается как гипотенуза прямоугольного треугольника, составленного из радиуса и высоты.

Чем больше радиус или высота, тем иначе меняется образующая; её значение зависит от обеих величин одновременно.

Вычисления по формуле $l^2 = r^2 + h^2$ по данным примерам.

Построение развёртки по заданным размерам

1.

Круг основания

Сначала строят круг с радиусом r . Это изображение основания конуса, которое должно сохраниться без изменений на плоской модели.

2.

Сектор боковой части

Затем строят сектор круга с радиусом l . Он соответствует боковой поверхности конуса и должен быть связан с его настоящими размерами.

3.

Проверка дуги

Длина дуги сектора обязана быть равна длине окружности основания $2\pi r$. Если значения не совпадают, развёртка построена неверно.

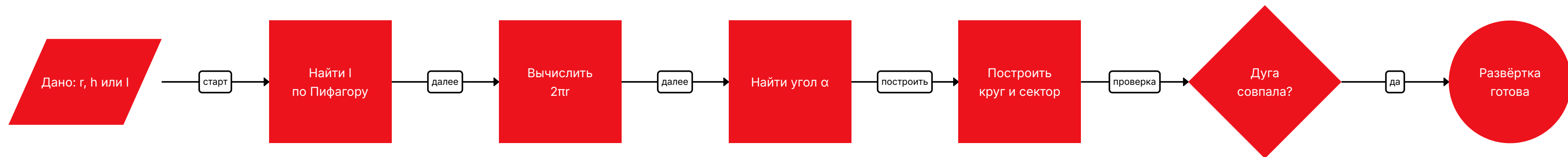
4.

Точный угол

Центральный угол находят по формуле $\alpha = 360^\circ \cdot r / l$. После этого соединяют части в полную развёртку конуса.

Алгоритм построения развёртки конуса

Последовательность действий основана на связи r , h и l , а также на равенстве дуги сектора длине окружности основания.



Где применяют развёртку конуса

Бумажные изделия

Развёртка помогает делать праздничные колпаки и бумажные колпачки: заранее видно, какой будет форма заготовки и сколько материала понадобится для работы.

Коническая упаковка

При создании упаковки из картона развёртка позволяет точно рассчитать размеры детали, чтобы готовое изделие легко собиралось в нужную форму.

Предметы с жидкостью

Для воронок и похожих изделий развёртка полезна при подборе толщины материала и диаметра основания, от которого зависит удобство использования.

Ткань и декор

В текстильных и декоративных изделиях развёртка нужна для аккуратного раскроя: она помогает получить ровную боковую часть без лишних ошибок.



Типичные ошибки при работе с конусом

Ошибка	Причина	Верное действие
r и l путают	Не знают обозначения	Проверить формулы
Берут h вместо l	Игнорируют наклон	Использовать образующую
Не сравнивают дугу	Пропускают проверку	Сравнить с $2\pi r$
Строят без условий	Не учтён прямой конус	Сначала найти l

Правила обозначений и построения конуса и его развёртки из школьного курса геометрии.

Ошибки чаще всего связаны с путаницей в обозначениях и с неверной проверкой размеров развёртки.

Точность достигается, когда каждую величину используют по назначению и обязательно проверяют совпадение дуги с окружностью основания.

Этот угол получается после нахождения образующей и сравнения длины дуги сектора с окружностью основания, поэтому вся модель строится без искажений.

216°
составляет
центральный угол
сектора в готовой
развёртке.

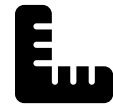
Вычисление по примеру $r = 6$ см, $h = 8$ см, $l = 10$ см и формуле $\alpha = 360^\circ \cdot r / l$.

Что важно запомнить о конусе



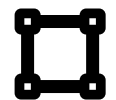
Основание

У конуса одно круглое основание и одна вершина. Именно круг задаёт размер нижней части и связывает объёмную фигуру с её плоской моделью.



Размеры фигуры

Радиус, высота и образующая — главные величины. Они помогают описывать форму конуса, находить неизвестные элементы и строить точную развёртку.



Формулы площади

Площадь боковой поверхности вычисляют по формуле $S_{\text{бок}} = \pi r l$. Она показывает, сколько места занимает боковая часть конуса на плоскости.



Формула объёма

Объём конуса находят по формуле $V = 1/3 \pi r^2 h$. Она помогает понять, сколько пространства занимает тело внутри своей оболочки.

Конус: объёмная фигура и её точная плоская модель

Конус удобно изучать через его развёртку: так видно, как круг основания и сектор боковой поверхности соединяются в одну точную модель. Формулы помогают всё проверить.