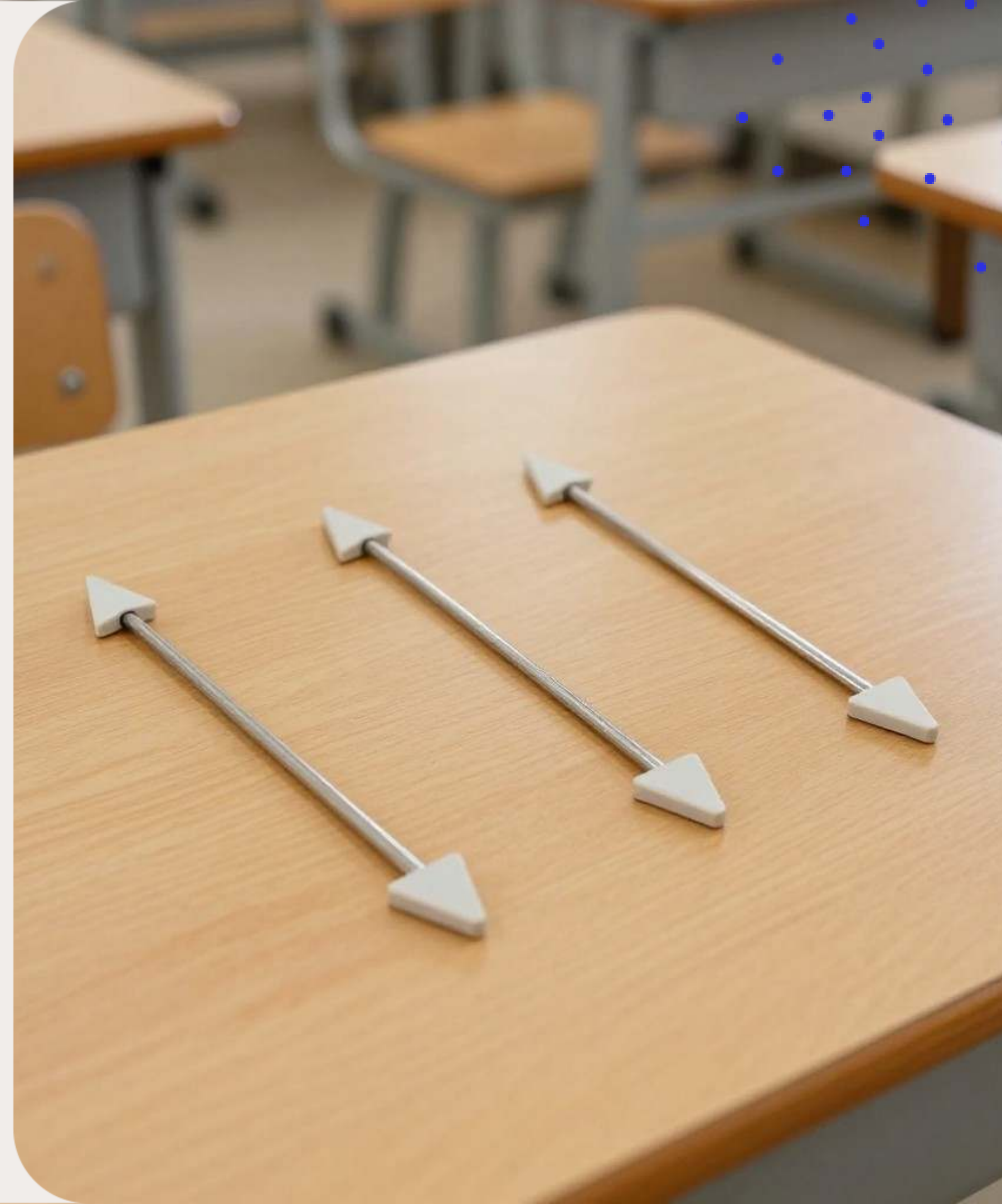


Равенство векторов: как сравнивают направленные отрезки

Как узнать одинаковые векторы на чертеже
и в координатах?



- Вектор и его равенство: с чего начать



Вектор показывает перемещение от одной точки к другой. Чтобы сравнивать такие перемещения, важно понимать длину и направление, а не только место на рисунке. Это помогает в построениях, на координатной плоскости и в задачах на перенос фигур.



• Определение равных векторов

1

Одинаковая длина

Два вектора считают равными, если их длины совпадают. Это значит, что они задают перемещение одинаковой величины, независимо от того, где именно расположены на плоскости.

2

Одно направление

Кроме длины, важно направление стрелки: равные векторы должны быть сонаправлены. Если один из них направлен в другую сторону, равенства уже нет, даже при одинаковой длине.

3

Место не важно

Вектор можно мысленно перенести параллельно в любую часть чертежа, не меняя его свойства. Поэтому равенство определяют по длине и направлению, а не по положению на рисунке.

- Как выглядят равные векторы на рисунке



Одинаковые стрелки в разных местах

На чертеже равные векторы могут быть нарисованы далеко друг от друга, но выглядеть одинаково по длине и направлению. Начальные точки у них разные, однако это не мешает им быть равными. Важно, что один вектор можно мысленно перенести к другому параллельно.



Что показывает подпись к рисунку

Подпись помогает увидеть главную мысль: равенство векторов не зависит от места на плоскости. Если стрелка просто сдвинута без поворота и изменения длины, она остаётся равной исходной. Такой рисунок удобно использовать, чтобы отличить равенство от простого совпадения положения.

- Признаки равенства и неравенства векторов

Таблица помогает быстро сравнить векторы по главным признакам и увидеть, когда равенство возможно, а когда нет.

Для равенства нужны одновременно одинаковая длина и одно направление; одного совпадения по одному признаку недостаточно.

Признак	Равные	Неравные
Длина	Совпадает	Отличается
Направление	Одно	Разное

Обобщение правил школьной геометрии
о векторах

• Почему положение вектора не влияет на равенство

Вектор — это перемещение

Вектор описывает не точку, а переход из начала в конец. Поэтому два одинаковых перемещения можно изобразить в разных местах плоскости, и их равенство сохранится.

Можно сдвинуть параллельно

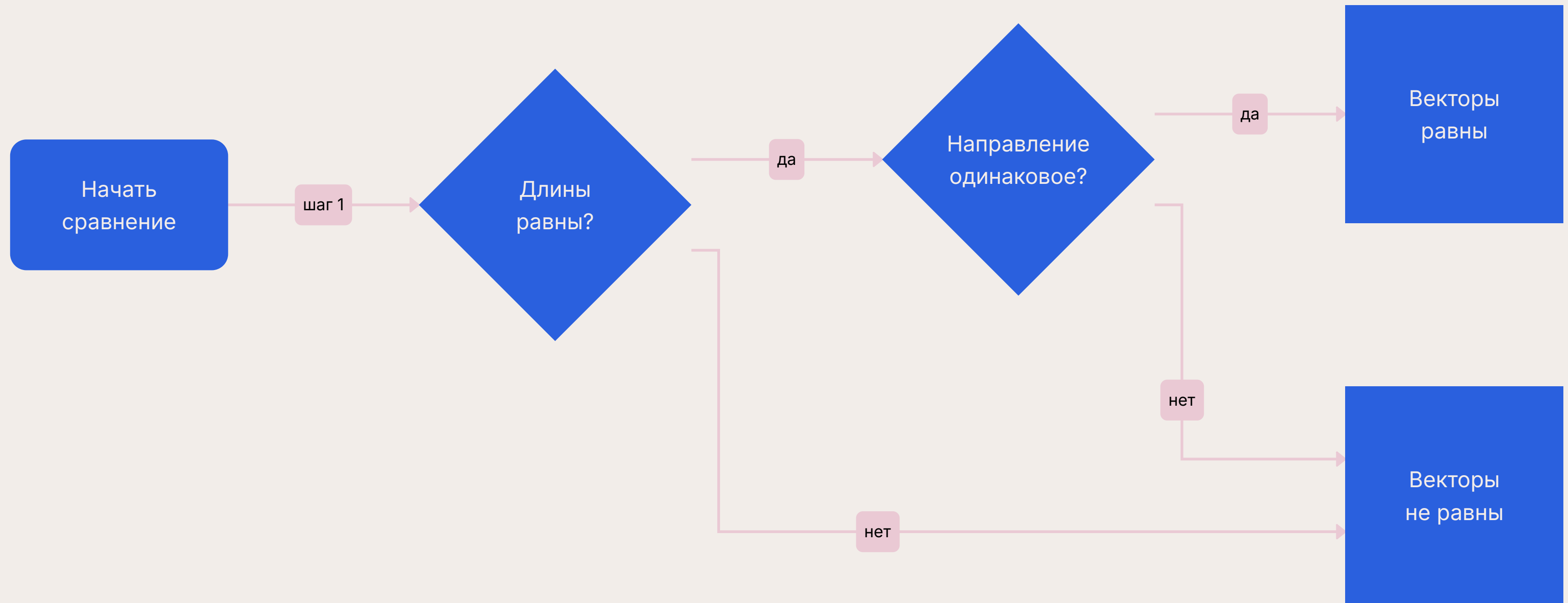
Если перенести стрелку параллельно, не поворачивая её и не меняя длину, получится равный вектор. Именно такое мысленное перемещение используют при сравнении на чертеже.

Отличие от отрезка

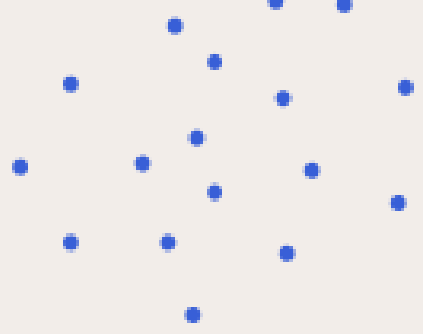
У отрезка важны оба конца и его положение, а у вектора — только длина и направление. Поэтому одинаковые по виду стрелки могут быть равными даже в разных частях рисунка.

• Проверка равенства векторов

Алгоритм сравнения векторов по длине и направлению



● Сравнение координат векторов



На координатной плоскости совпадение обеих координат означает равенство векторов. Даже одно отличие сразу меняет результат.

Первая координата совпала, вторая — нет, значит векторы не равны, хотя часть данных одинакова.

Учебный пример для объяснения координатного признака равенства векторов

- Координатный признак равенства



Координаты вектора

Для вектора AB координаты находят как разности: $x_B - x_A$ и $y_B - y_A$. Так получают числовое описание перемещения по горизонтали и вертикали.



Сравнение компонент

Если у двух векторов совпадают обе координаты, то они равны. Достаточно проверить первую и вторую компоненту по отдельности, не сравнивая рисунок целиком.



Длина и направление

Совпавшие координаты означают одинаковое перемещение, а значит, и одинаковую длину, и одинаковое направление. Поэтому координатная проверка удобна и точна.

● Равные векторы на клетчатой бумаге

Считаем клетки

На клетчатой бумаге удобно сравнивать векторы по шагам вправо, влево, вверх и вниз. Если оба требуют одинакового числа клеток в каждом направлении, они равны.

Перенос без изменения

Стрелку можно перенести в другое место, не меняя её длины и направления. Тогда на рисунке появится тот же вектор, только нарисованный в новой точке.

Быстрая проверка

Чтобы не ошибиться, сначала посчитай смещение по клеткам, затем сравни направление стрелок. Если шаги совпали полностью, векторы равны.



• Типичные ситуации при сравнении векторов

Случай	Вывод	Почему
Длина и направление совпали	Равны	Все признаки совпали
Длина та же, направление другое	Не равны	Есть противоположность
Длины разные	Не равны	Нарушено условие длины
Совпали координаты	Равны	Совпали обе компоненты

Таблица помогает быстро отличить равные векторы от похожих на них случаев и не спутать равенство с совпадением только одной характеристики.

Для равенства нужны сразу два условия: одинаковая длина и одинаковое направление. Совпадение только одного признака не дает верного ответа.

Школьные признаки равенства векторов в курсе геометрии.

• Параллельный перенос и равные векторы

Параллельный перенос

Фигуру или стрелку сдвигают без поворота и растяжения, сохраняя длину и направление.

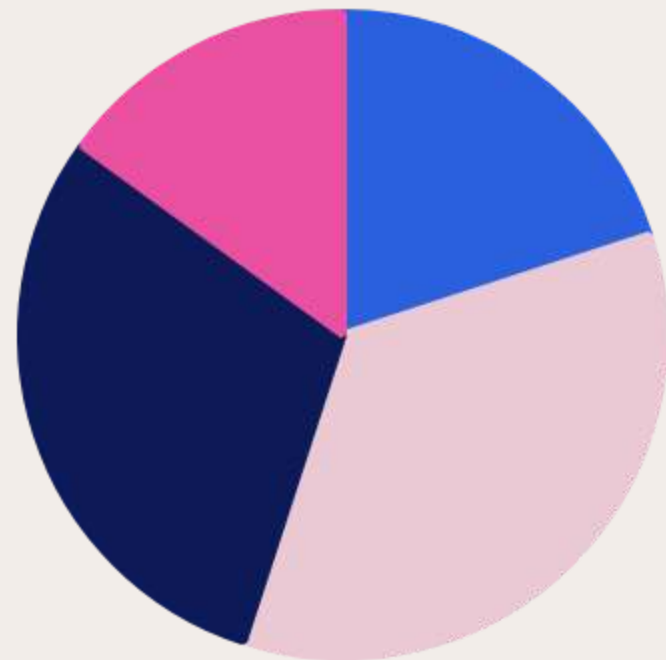
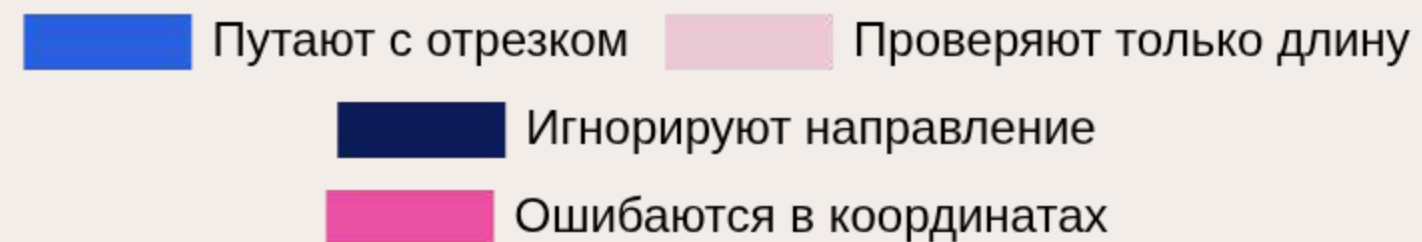
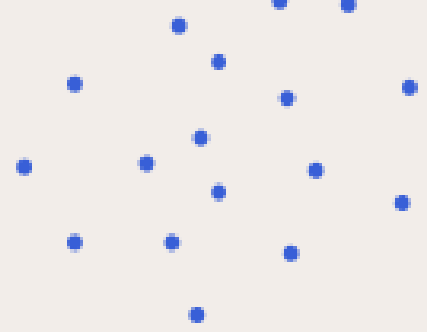
Исходный вектор

Вектор задаёт перемещение от начала к концу и не зависит от места на чертеже.

Равный образ

После переноса получается такой же вектор в новой точке плоскости; именно так сравнивают векторы в задачах.

• Частые ошибки при сравнении векторов



Чаще всего ошибка появляется, когда ученик оценивает только размер стрелки и не проверяет, куда она направлена.

Главный риск связан не с вычислениями, а с неполной проверкой признаков. Чтобы не ошибиться, нужно обязательно учитывать и длину, и направление.

Учебная классификация типичных ошибок при изучении векторов; значения на диаграмме условные.

• Где используется равенство векторов

1 Построение фигур

Равные векторы помогают откладывать одинаковые стороны и строить фигуры с нужными размерами и направлением на чертеже.

2 Координатная плоскость

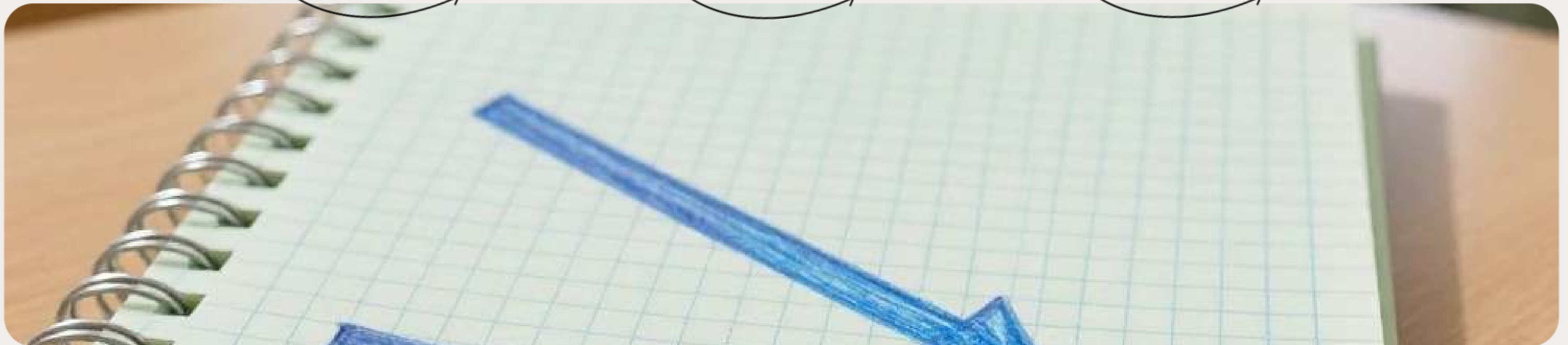
При работе с координатами равенство векторов позволяет сравнивать перемещения по клеткам и быстро проверять правильность построения.

3 Клетчатая тетрадь

На клетчатой бумаге удобно видеть одинаковое число шагов вправо, влево, вверх и вниз, поэтому равные векторы легко распознать.

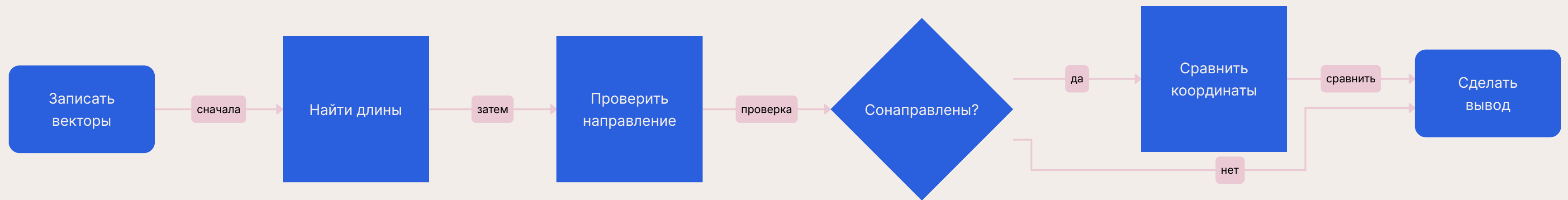
4 Задачи по геометрии

В более сложных задачах равные векторы помогают сравнивать стороны и переносить элементы фигуры, не меняя ее формы и размеров.



• Как проверить, равны ли векторы

Последовательность действий для сравнения по длине, направлению и координатам.

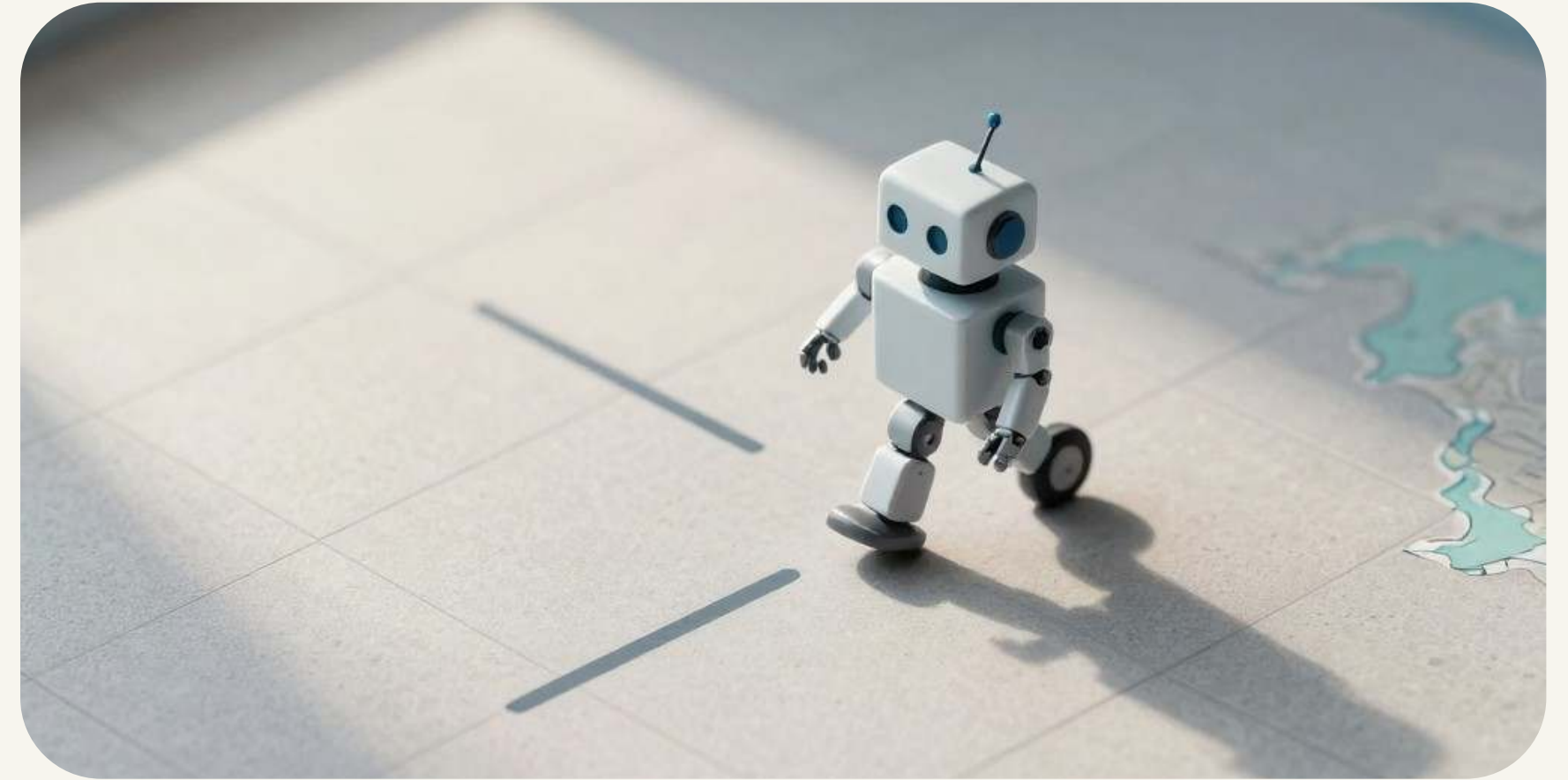


- Векторы вокруг нас



Маршрут по карте

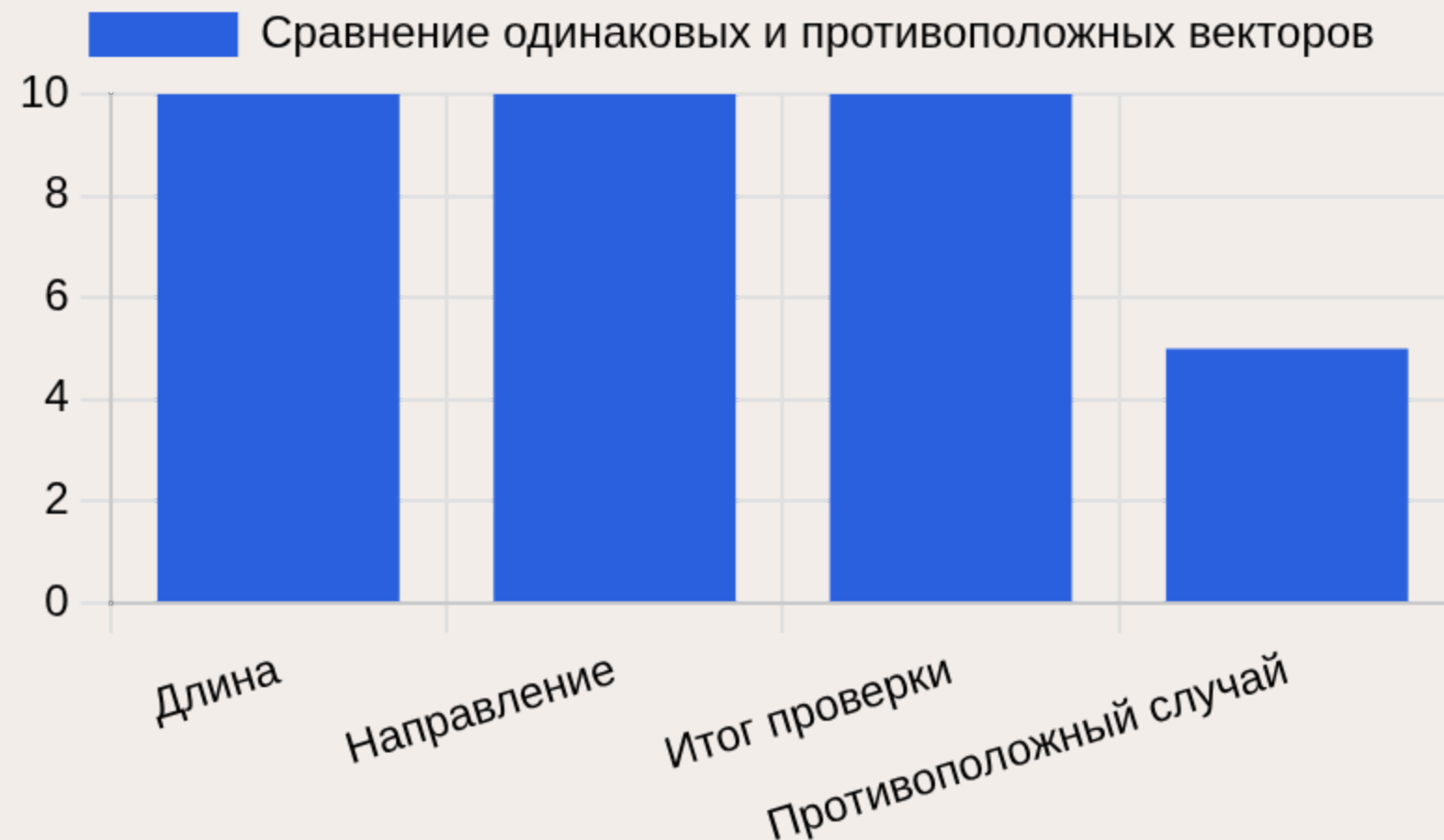
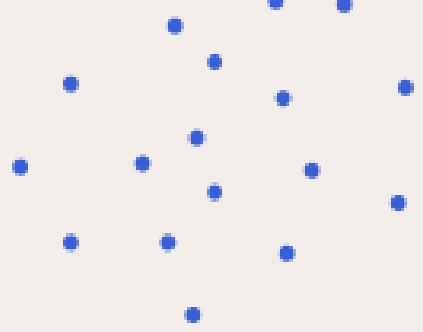
Когда человек идёт по карте от одной точки к другой, его путь можно описать вектором. Если два маршрута ведут одинаково далеко и в одну сторону, это равные векторы, даже если они начинаются в разных местах карты.



Движение робота и ветра

Робот, который делает одинаковый шаг по полу, и стрелка ветра на схеме могут быть описаны одинаковыми векторами. На рисунке это видно как одинаковое смещение в разных местах, без поворота и изменения длины.

• Одинаковые и противоположные векторы



Одинаковая длина сама по себе не гарантирует равенство: направление обязательно должно совпасть.

У одинаковых векторов совпадают все признаки.
У противоположных совпадает только длина, поэтому равенства нет.

Школьные признаки равенства и противоположности векторов; значения на диаграмме условно нормированы.

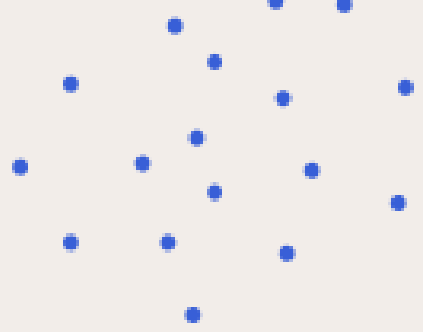
- Краткая памятка по теме

Эта таблица собирает главные правила сравнения векторов в одном месте, чтобы ими было удобно пользоваться при решении задач.

Чтобы установить равенство, нужно проверить сразу несколько признаков. В координатах достаточно сравнить обе компоненты.

Правило	Что важно
Длина	Должна совпадать
Направление	Должно совпадать
Положение	Не влияет
Координаты	Две компоненты равны

Школьный курс геометрии, тема «Векторы».



3

главных признака нужно проверить,
чтобы уверенно сравнить векторы

Сводка основных признаков равенства векторов
по школьному курсу геометрии.

Три шага помогают не ошибиться:
сравнить длину, направление
и координаты. Такой порядок делает
проверку короткой и понятной.



- Почему важно уметь сравнивать векторы



Равенство векторов учит видеть в чертеже не только форму, но и движение. Это помогает точнее решать задачи, уверенно работать с координатами и замечать одинаковые перемещения в любой точке плоскости.

