

Способ подстановки: как решают системы уравнений в 7 классе



Одна переменная заменяет другую,
и система становится проще.



Системы уравнений: два условия — один ответ



Система объединяет два равенства, которые должны выполняться одновременно. Способ подстановки помогает быстро найти пару значений, если одну переменную легко выразить через другую без лишних преобразований.

Главная идея способа подстановки



01

Выражаем переменную

Сначала выбирают одно уравнение и записывают в нём одну переменную через другую. Получается удобное выражение, которое сохраняет все решения исходной системы и готово к подстановке.

02

Подставляем во второе

Затем найденное выражение вместо этой переменной вставляют во второе уравнение. Так две неизвестные исчезают из записи, и система превращается в одно уравнение с одной переменной.

03

Находим значение

После упрощения получают обычное линейное уравнение. Его решают известными приёмами: переносят слагаемые, приводят подобные и находят значение неизвестной без спешки и лишних шагов.

04

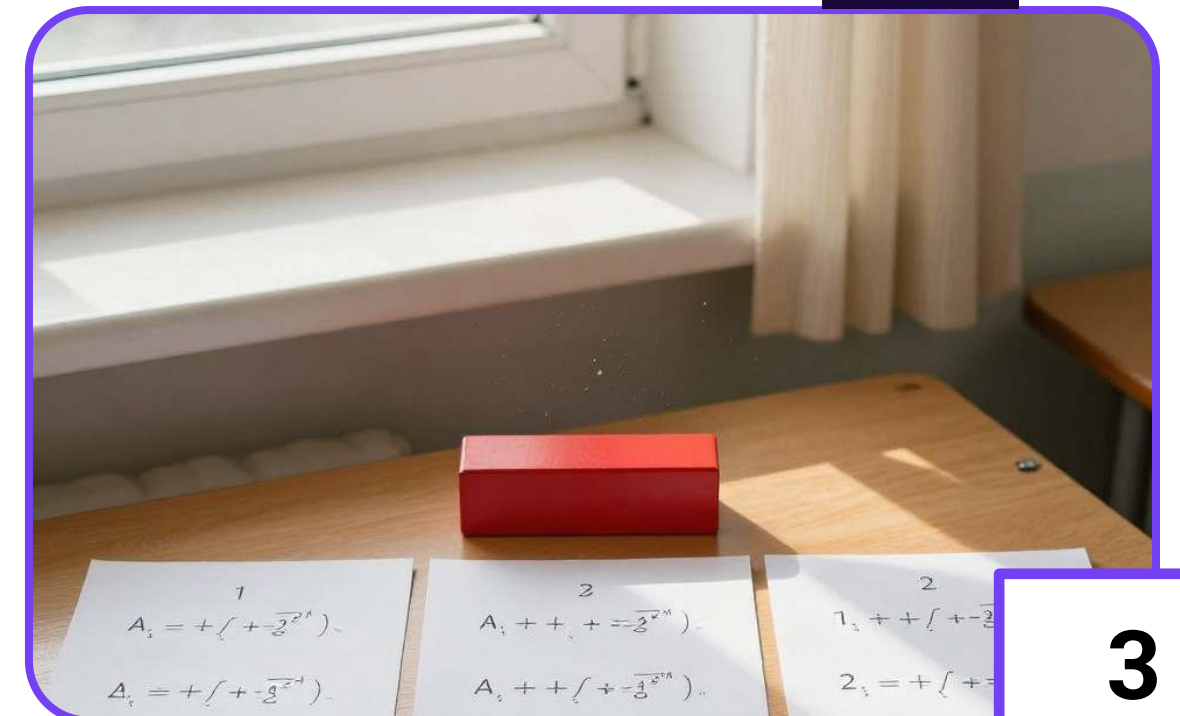
Вычисляем вторую переменную

Когда первая переменная найдена, её значение подставляют в выражение из первого шага. Так получают вторую координату пары, которая подходит обоим исходным уравнениям системы.

05

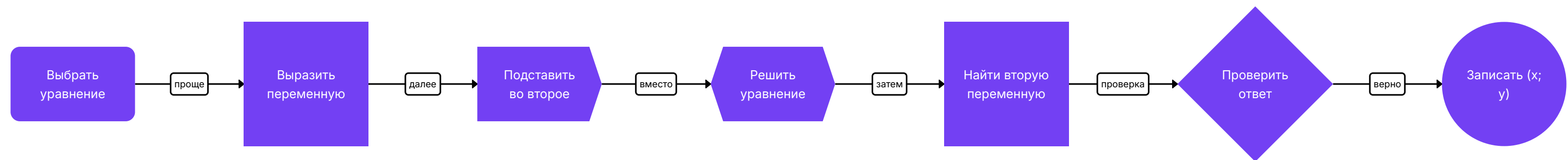
Проверяем ответ

В конце оба значения обязательно проверяют в исходных уравнениях. Если равенства верны, ответ записывают парой чисел в виде $(x; y)$, как требует алгебраическая запись.



Алгоритм решения системы подстановкой

Последовательность шагов от выбора уравнения до записи ответа



Когда способ подстановки особенно удобен



Уже есть готовая запись

Метод особенно удобен, когда в одном уравнении переменная уже выражена, например $y = 5 - x$. Тогда остаётся только подставить выражение и продолжить решение без лишних преобразований.



Коэффициент 1 или -1

Если перед переменной стоит 1 или -1, выразить её проще всего. Не нужно делить на сложное число, а значит, меньше риска сделать ошибку в вычислениях и знаках.



Короткий путь к ответу

Подстановка часто даёт самое короткое решение, когда система не содержит дробей и громоздких выражений. В таких случаях переход к одному уравнению занимает совсем немного времени.



Легко проверить себя

После подстановки удобно сверить каждый шаг с исходной системой. Это помогает заметить ошибку сразу, особенно если уравнения похожи друг на друга или содержат отрицательные числа.

Сравнение способов решения систем уравнений



Содержание темы «Системы линейных уравнений» для 7 класса



У каждого способа есть свой удобный случай, но подстановка особенно полезна, когда одно уравнение уже почти готово к использованию.

Способ	Когда удобен	Главный шаг	Результат
Подстановка	Одно уравнение простое	Выразить и подставить	Одно уравнение
Сложение	Противоположные коэффициенты	Складывать уравнения	Одна переменная
Графический	Нужно увидеть пересечение	Построить прямые	Точка пересечения

Если одна переменная легко выражается, подстановка обычно короче; при противоположных коэффициентах быстрее работает сложение, а график полезен для наглядности.



Выражение переменной: первый шаг решения



○ Готовая запись

Если уравнение уже имеет вид $y = x + 3$, его можно сразу использовать для подстановки. Такой шаг не требует дополнительных преобразований и экономит время на решении.

○ Выражаем из суммы

Из уравнения $2x + y = 7$ легко получить $y = 7 - 2x$. Перенос слагаемого в другую часть равенства сохраняет все решения и делает запись удобной для подстановки.

○ Сохраняем равносильность

Новое выражение должно быть равносильно исходному уравнению. Это значит, что оно не меняет ответ, а лишь записывает то же условие в более удобной форме для дальнейшей работы.



Как распределяются шаги решения и где возникают ошибки



Самые аккуратные действия
нужны при вычислениях: именно
там чаще всего появляются
лишние или пропущенные знаки.

Учебный разбор типичного решения системы
подстановкой

Подстановка и проверка занимают заметную
часть решения, но наибольший риск ошибки
связан с вычислениями и раскрытием скобок.



(4; 6)

— это единственное решение системы после проверки.

Решение системы $y = x + 2$ и $x + y = 10$

Пара значений полностью удовлетворяет обоим уравнениям и показывает, как подстановка приводит к точному ответу без лишних вычислений.

Пример 2: система, где ответ получается дробным

Подставляем выражение

Вместо y подставляем $2x - 1$ во второе уравнение. Получаем $3x + 2x - 1 = 11$, и система сразу превращается в обычное линейное уравнение.

Решаем уравнение

После приведения подобных слагаемых выходит $5x - 1 = 11$. Затем прибавляем 1 к обеим частям и находим $5x = 12$, откуда $x = 12/5$.

Находим вторую переменную

Теперь подставляем найденное значение x в выражение $y = 2x - 1$. Получаем $y = 2 \cdot 12/5 - 1$, то есть $y = 19/5$.

Не боимся дробей

Дробный ответ в системе уравнений — нормальный результат, а не ошибка. Важно лишь аккуратно выполнять действия и не округлять числа раньше времени.

Проверяем вычисления

Если подставить обе дробные координаты обратно, равенства выполняются. Значит, решение верное, а способ подстановки сработал так же хорошо, как и в примере с целыми числами.



Проверка решения: обязательный этап



1. Подстановка найденных значений

Полученные x и y подставляют в первое и второе исходные уравнения. Так сразу видно, подходят ли найденные числа обеим частям системы.

2. Сравнение равенств

Если в обоих уравнениях получается верное равенство, решение записано правильно. Несовпадение хотя бы в одном месте указывает на ошибку в вычислениях.

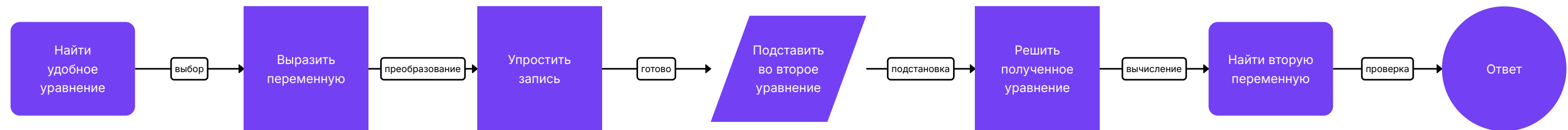
3. Исправление и вывод

При неверном результате возвращаются к месту ошибки: знакам, скобкам или дробям. Затем находят верную пару чисел и записывают ответ в виде $(x; y)$.



Если выражение переменной получается длинным

Схема показывает, как упростить выражение и не потерять точность при подстановке в систему уравнений.



Типичные ошибки при решении способом подстановки



❑ Скобки пропускают

При подстановке выражение часто записывают без скобок. Из-за этого меняются знаки и получается другое значение, хотя исходное уравнение было составлено верно.

❑ Неверно переносят слагаемые

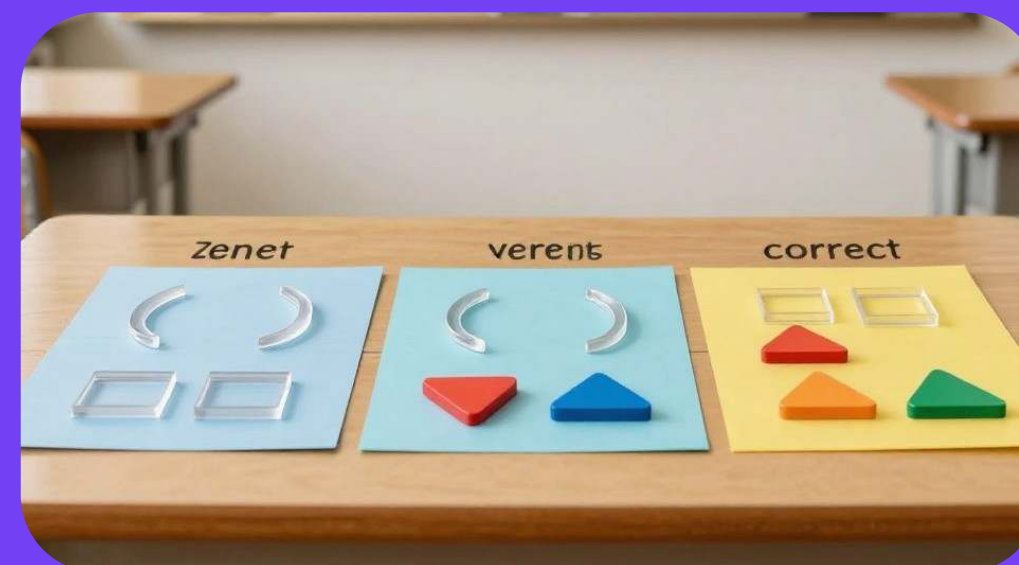
Если при переносе через знак равенства забыть сменить знак, итоговое уравнение станет неправильным. Такая ошибка особенно заметна при решении длинных выражений.

❑ Путают x и y

Иногда ученик находит значение не той переменной или подставляет его в другое место. Тогда система решается не полностью, а ответ теряет смысл.

❑ Записывают не пару чисел

Ответ системы должен быть оформлен как пара $(x; y)$. Если указать только одно число, решение нельзя считать завершённым, даже при верных вычислениях.



❑ Ошибаются в раскрытии скобок

При умножении на коэффициент или раскрытии скобок с минусом легко потерять знак. Поэтому каждый промежуточный шаг нужно проверять отдельно.

Какие шаги требуют наибольшей внимательности

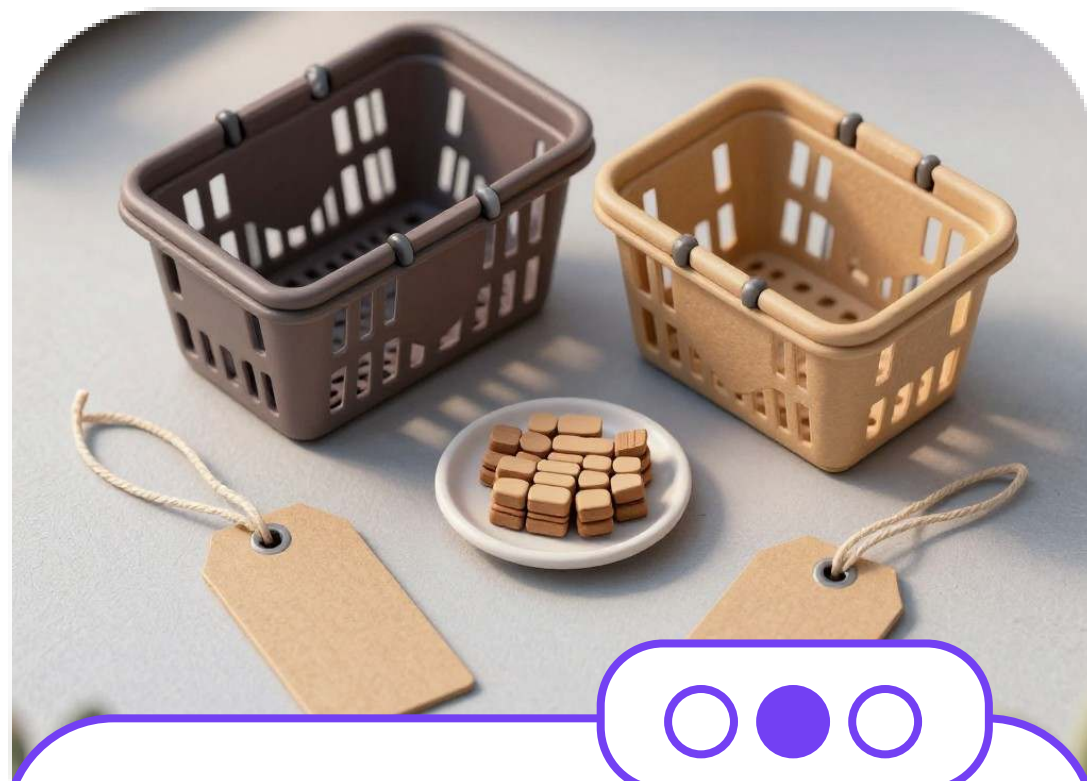


Диаграмма помогает увидеть, что сложнее всего не выбрать уравнение, а аккуратно выполнить вычисления и проверку результата без потери знаков.

Учебный разбор этапов решения систем уравнений способом подстановки

Наибольшая нагрузка приходится на вычисления и проверку: именно там чаще появляются ошибки со скобками, дробями и отрицательными числами.

Система уравнений как модель жизненной задачи



Покупка двух товаров

В магазине два товара могут стоить вместе 50 рублей, а один из них быть дороже другого на 8 рублей. Обозначив цены через x и y , можно составить систему и найти обе стоимости. Затем ответ легко проверить по условию покупки и общей сумме.



Расстояние и время

Если два человека идут навстречу друг другу или движутся с разной скоростью, неизвестные удобно выразить через систему уравнений. Подстановка помогает связать расстояние, время и скорость в одной задаче. Так математическая запись превращается в понятную схему движения.



Возраст и сравнение чисел

Задачи на возраст часто строятся на двух условиях: разнице лет и сумме возрастов. Тогда система уравнений показывает, как связаны числа между собой. После решения можно проверить, действительно ли найденные значения соответствуют описанной ситуации и здравому смыслу.

Связь способа подстановки с другими темами алгебры

01

Линейные уравнения

Способ подстановки основан на умении решать линейные уравнения. Без навыка переносить слагаемые, делить обе части и получать ответ в виде числа метод становится неудобным.

02

Равносильные преобразования

Каждый шаг должен сохранять решения исходной системы. Поэтому выражение переменной, подстановка и упрощение считаются равносильными преобразованиями, если не меняют множество ответов.

03

Скобки и подобные слагаемые

При подстановке часто приходится раскрывать скобки и приводить подобные слагаемые. Эти действия помогают превратить длинную запись в одно уравнение с одной неизвестной.

04

Подготовка к новым темам

Навык подстановки нужен не только в 7 классе. Он помогает уверенно решать более сложные задачи, где несколько условий связаны друг с другом и требуют точных преобразований.

Короткий разбор решения по шагам

Пример решения системы линейных уравнений способом подстановки

Действие	Запись	Результат
Дано	$x - y = 1; y = 2x - 5$	Система
Подстановка	$x - (2x - 5) = 1$	Новое уравнение
Решение	$x = 4$	Найдена x
Подстановка обратно	$y = 3$	Найдена y
Проверка	оба равенства верны	Ответ (4; 3)

Таблица показывает переход от заданной системы к ответу через подстановку, вычисления и проверку.

Краткая запись помогает увидеть логику решения: сначала выражают переменную, затем находят вторую и обязательно проверяют результат в обеих частях системы.

Почему у системы обычно один ответ



○ Прямые на координатной плоскости

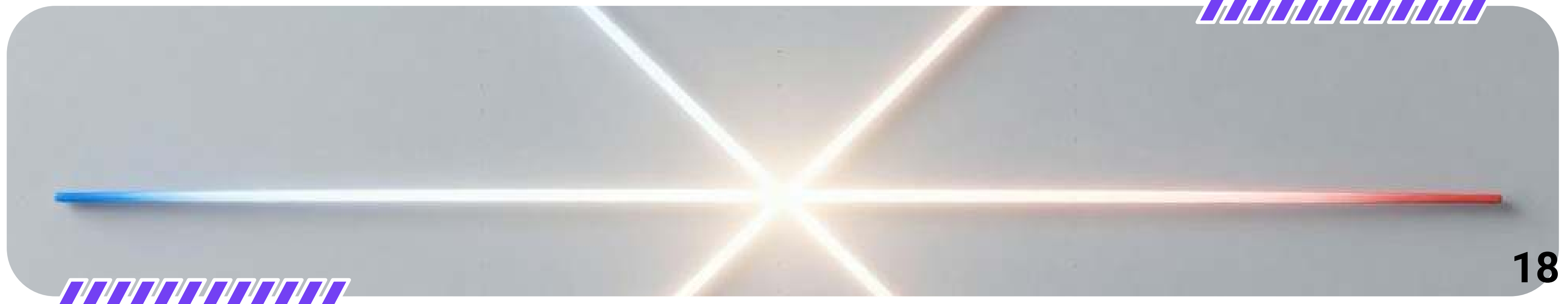
Каждое линейное уравнение можно представить как прямую. Решение системы соответствует точке, в которой эти две прямые встречаются на плоскости.

○ Одна точка пересечения

Если прямые пересекаются, у системы есть единственное решение. Именно его и находит способ подстановки, переводя задачу к одному уравнению.

○ Нет совпадения — нет единого ответа

Параллельные прямые не имеют общей точки, поэтому решений нет. Если прямые совпадают, общих точек бесконечно много, и система имеет бесконечно много решений.



Три возможных результата при решении системы



После подстановки итоговое уравнение сразу показывает тип результата: число, тождество или противоречие.

Классификация результатов линейных систем уравнений

Тип ответа определяют по виду последнего уравнения: конкретное значение даёт одно решение, равенство без переменных — бесконечно много, а противоречие означает отсутствие решений.



Способ подстановки: короткий путь к точному ответу



Подстановка помогает быстро свести систему к одному уравнению и найти пару значений без лишних действий. Главное — аккуратность, проверка и понимание каждого шага.

