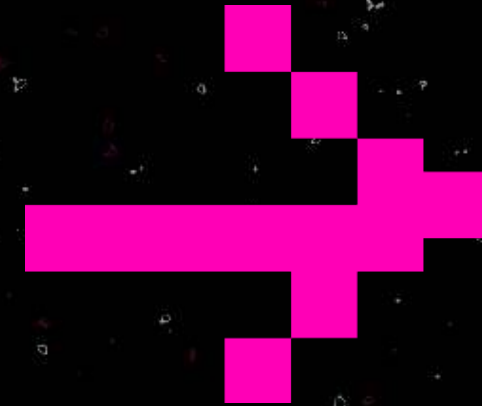


Поворот плоскости вокруг ТОЧКИ

Разберём центр, угол и направление поворота.



A decorative graphic consisting of a grid of pink and blue squares and lines, positioned in the top-left and bottom-right corners of the slide.

Повороты вокруг нас

Поворот легко заметить в часах, колесе, вентиляторе и дверной ручке. В геометрии это движение помогает понимать симметрию, строить фигуры и решать задачи на плоскости без искажения формы и размеров.

Что такое поворот плоскости

■ Одна неподвижная точка

При повороте каждая точка фигуры движется вокруг центра O . Сам центр остаётся на месте, а все остальные точки меняют своё положение по правилу вращения.

■ Образ точки

Точка A после поворота переходит в точку A' . Эти точки находятся на одинаковом расстоянии от центра O , поэтому поворот не изменяет длину отрезка OA .

■ Угол поворота

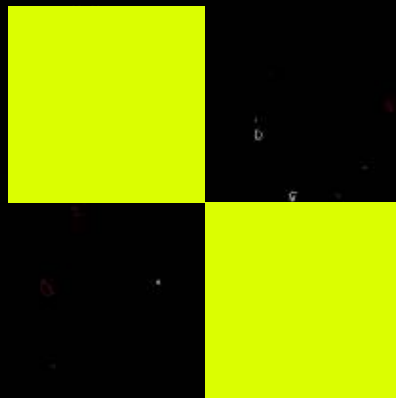
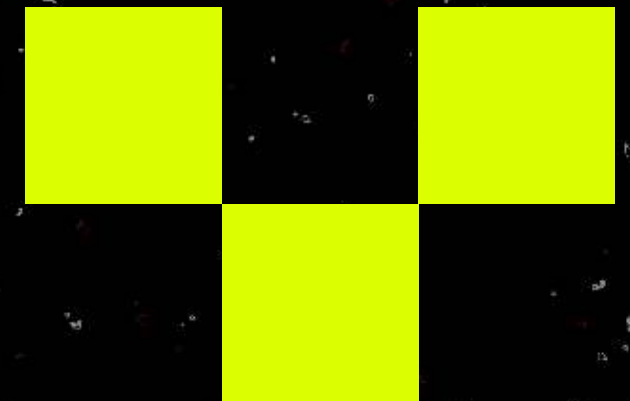
Угол AOA' показывает, насколько повернулась точка. Он равен заданному углу поворота и измеряется между исходным и новым положением луча OA .

■ Сохранение размеров

Поворот не меняет длины отрезков, величины углов и форму фигуры. Поэтому исходная фигура и её образ остаются равными, хотя располагаются в разных местах.

■ Движение по окружности

Каждая точка фигуры при повороте описывает дугу окружности с центром в точке O . Именно поэтому поворот называют вращением вокруг одной неподвижной точки.



Основные элементы поворота

В таблице показано, из каких частей состоит поворот и что происходит с точкой при вращении.

Главное свойство поворота — каждая точка движется вокруг центра по окружности, не меняя расстояния до него.

Элемент	Обозначение	Смысл
Центр	O	Неподвижная точка
Образ	A'	Новая точка
Результат	$OA=OA'$	Расстояние сохраняется

Определение поворота плоскости вокруг точки

Центр поворота и траектория точки

Центр остаётся на месте

Точка O не перемещается при повороте. Она служит опорой для всего преобразования, а все остальные точки строят своё новое положение относительно неё.

Путь по окружности

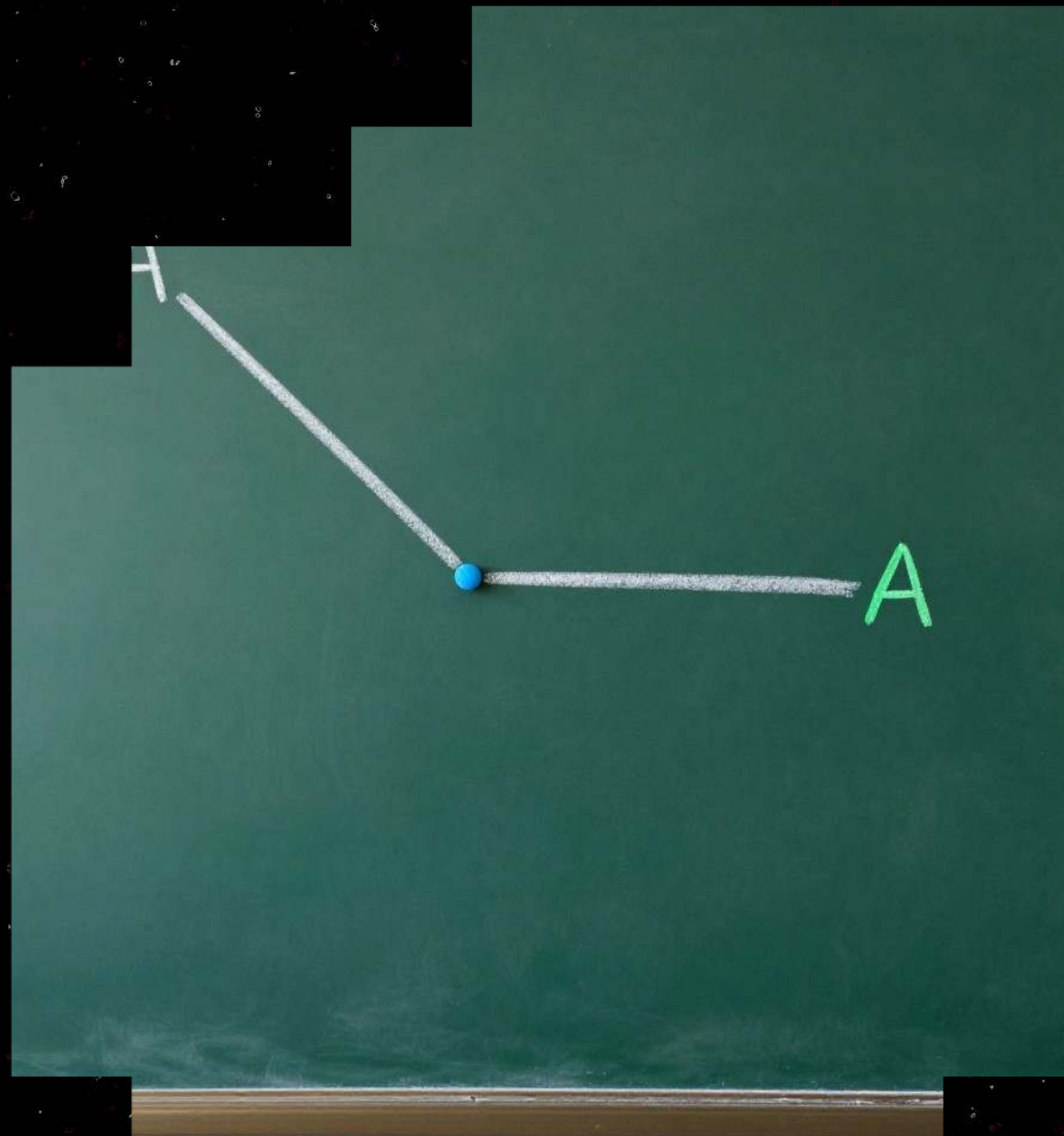
Если точка A вращается вокруг O , её траектория — окружность с центром O . Радиус этой окружности равен расстоянию от точки A до центра.

Одна дуга движения

Чтобы показать поворот на чертеже, достаточно изобразить два положения точки A и A' и дугу между ними. Она наглядно показывает путь движения точки.

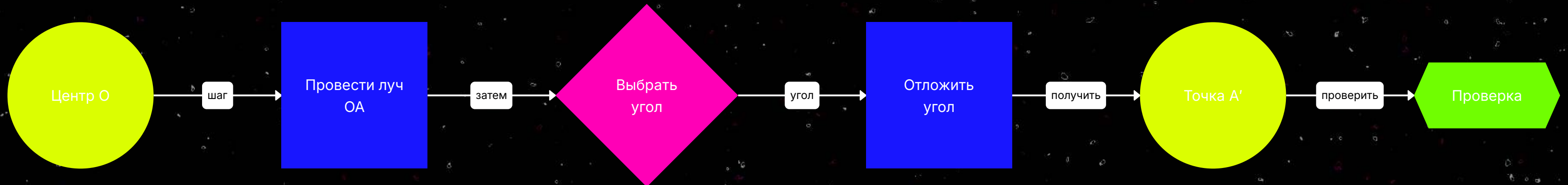
Связь с фигурой

Когда поворачивается вся фигура, каждая её вершина движется по своей окружности. При этом все вершины сохраняют взаимное расположение и образуют новую, равную фигуру.



Алгоритм построения поворота точки

Пошаговое построение образа точки при повороте вокруг центра O .



Свойства поворота

1

Длины сохраняются

После поворота соответствующие отрезки остаются равными. Это значит, что фигура не растягивается и не сжимается, а только меняет положение на плоскости.

2

Углы не меняются

Величины всех углов сохраняются, поэтому форма фигуры остаётся той же. Именно поэтому поворот относят к движениям, сохраняющим геометрические свойства.

3

Прямые и окружности

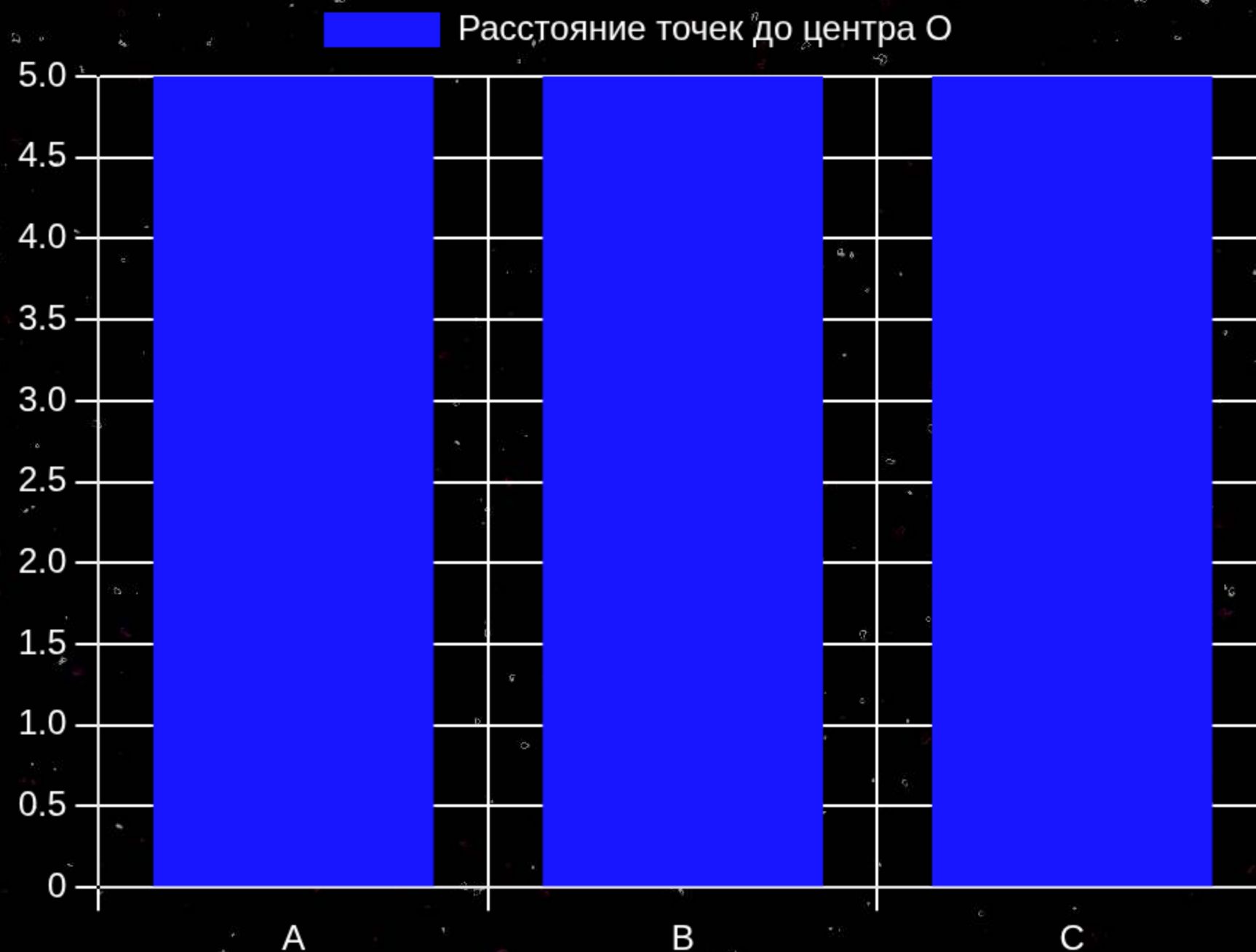
Прямая после поворота остаётся прямой, а окружность — окружностью. Такие линии не ломаются и не превращаются в другие виды линий.

4

Площадь и вид фигуры

Площадь фигуры также не изменяется. Равносторонний треугольник, квадрат и другие правильные фигуры после поворота остаются такими же по форме и размерам.

Что происходит с точками при повороте



У всех точек фигуры может быть разное новое положение, но расстояние до центра остаётся одним и тем же.

Если расстояние до центра одинаково, значит, поворот выполнен верно; различается только положение точек на плоскости.

Учебное определение поворота вокруг точки

Повороты на 90° , 180° и 360°

90°

Это четверть оборота. Точка переходит в новое положение, а фигура заметно поворачивается относительно центра.

180°

Это половина оборота. Точка оказывается по другую сторону центра и лежит на той же прямой, что и исходная точка.

360°

Это полный оборот. После такого поворота фигура возвращается в исходное положение и совпадает сама с собой.

Направление поворота

■ По часовой стрелке

Если поворот идёт по часовой стрелке, точка переходит в новое положение в том же направлении, что и движение стрелок на циферблате.

■ Против часовой стрелки

При повороте против часовой стрелки движение происходит в обратную сторону. Даже при одинаковом угле образ точки будет другим.

■ Почему это важно

Направление нужно указывать точно, иначе можно построить неверный образ фигуры. Для проверки удобно представить циферблат и следить за движением отрезка ОА.



Координаты точки при повороте вокруг начала координат

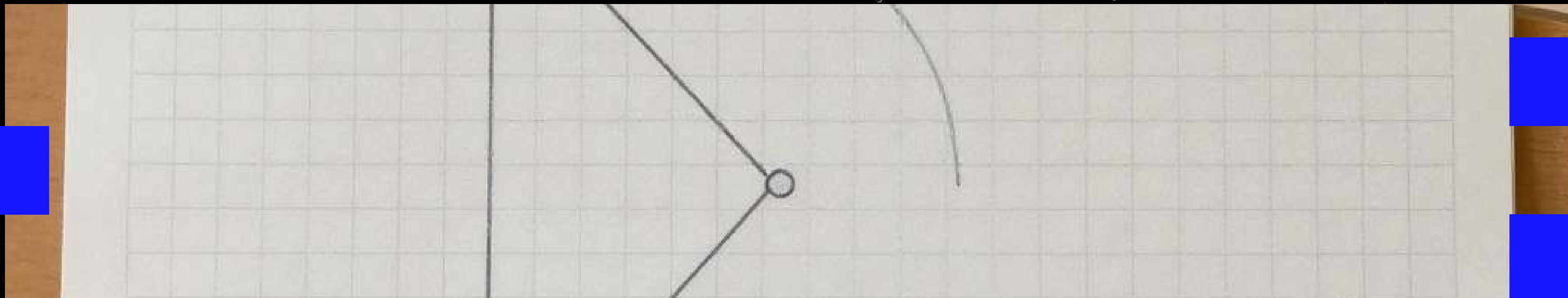
Поворот	Новые координаты
90° против часовой	$(-y, x)$
90° по часовой	$(y, -x)$
180°	$(-x, -y)$

При повороте точки вокруг начала координат координаты меняются по определённым правилам, а расстояние до начала координат остаётся тем же.

Во всех случаях сохраняется расстояние до начала координат, а изменение координат зависит только от угла и направления поворота.

Правила поворота точки на координатной плоскости вокруг начала координат.

Поворот на клетчатой бумаге



Отметь центр

Сначала выбери точку O как центр поворота и отметь исходную вершину фигуры. На клетчатой бумаге удобно сразу видеть, где находится каждая точка относительно центра.

Построй нужный угол

Проведи луч от центра к точке и отложи заданный угол в нужном направлении. Это помогает точно определить, где окажется образ точки после поворота.

Сохрани расстояние

От новой стороны угла отложи отрезок той же длины, что и до поворота. Если расстояние сохранено, образ точки будет расположен верно и фигура не исказится.

Соедини вершины

Построй так все вершины фигуры, а затем соедини их в том же порядке. Для проверки удобно использовать треугольники, квадраты и другие простые фигуры из отрезков.

1

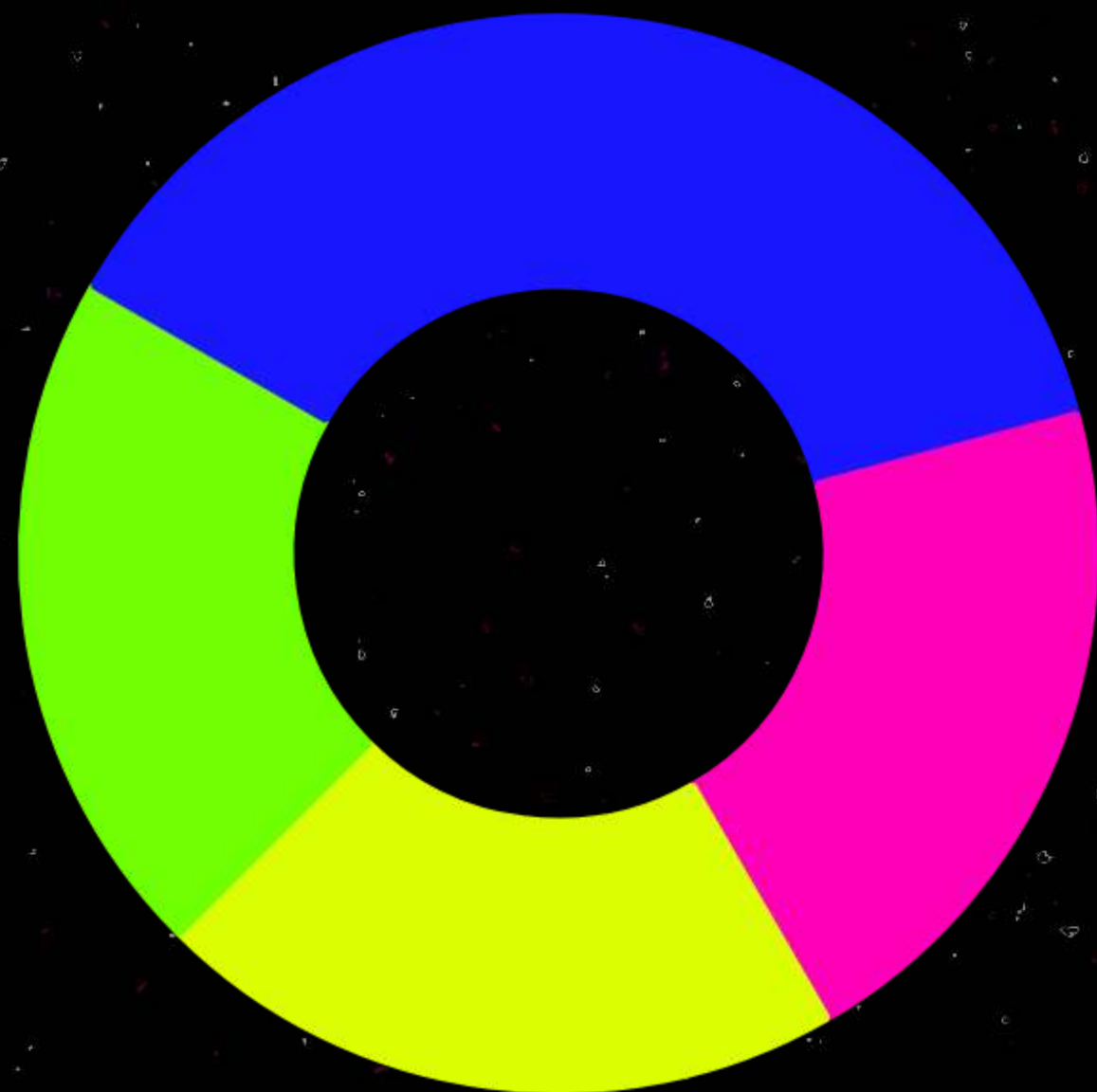
2

3

4

Что сохраняется при повороте, а что меняется

■ Длина ■ Углы ■ Площадь ■ Форма
■ Положение

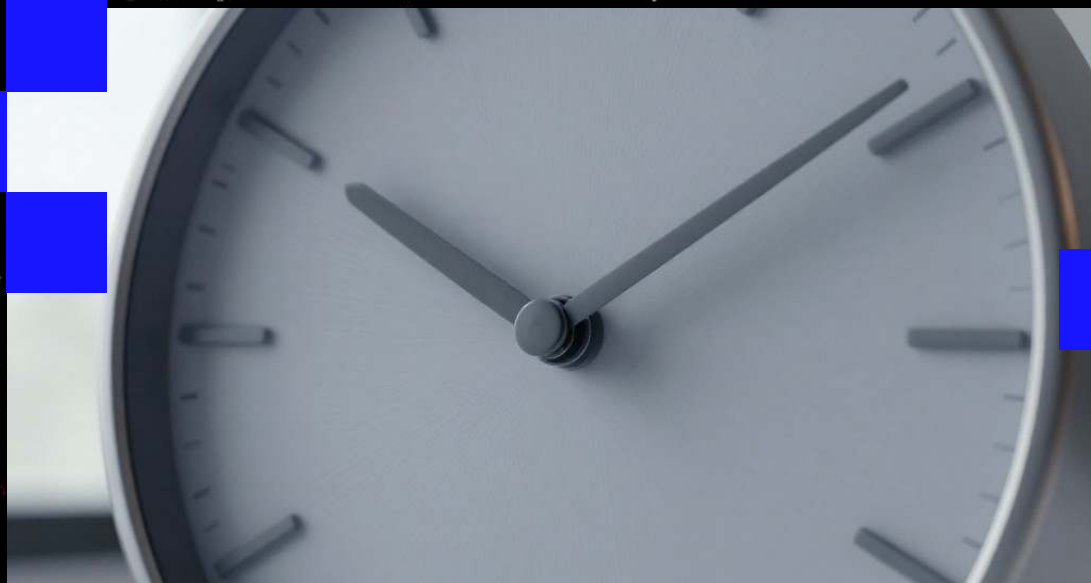


Поворот не меняет саму фигуру,
а только её расположение
относительно центра.

Сохраняются геометрические
характеристики фигуры, а изменяется
только её положение на плоскости; это
и отличает поворот от искажения.

■ Свойства геометрического поворота вокруг точки.

Поворот в жизни и технике



Часы показывают время

Стрелки часов движутся вокруг одной точки, и по их положению легко заметить поворот. Это простой пример вращения, который дети видят каждый день. На рисунке можно показать циферблат, где стрелка меняет направление, но вращается вокруг центра.



Колесо и вентилятор

У велосипеда колесо катится, а лопасти вентилятора вращаются вокруг оси. В обоих случаях движение повторяется по кругу и помогает понять, как работает поворот в реальной жизни. Для коллажа подойдут предметы, где хорошо виден центр вращения.

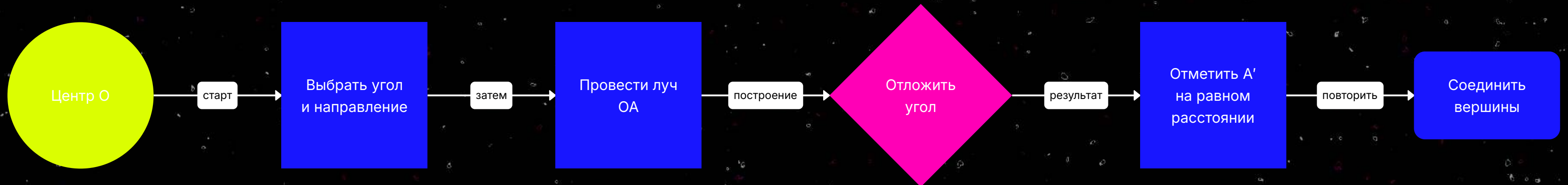


Дверная ручка и карусель

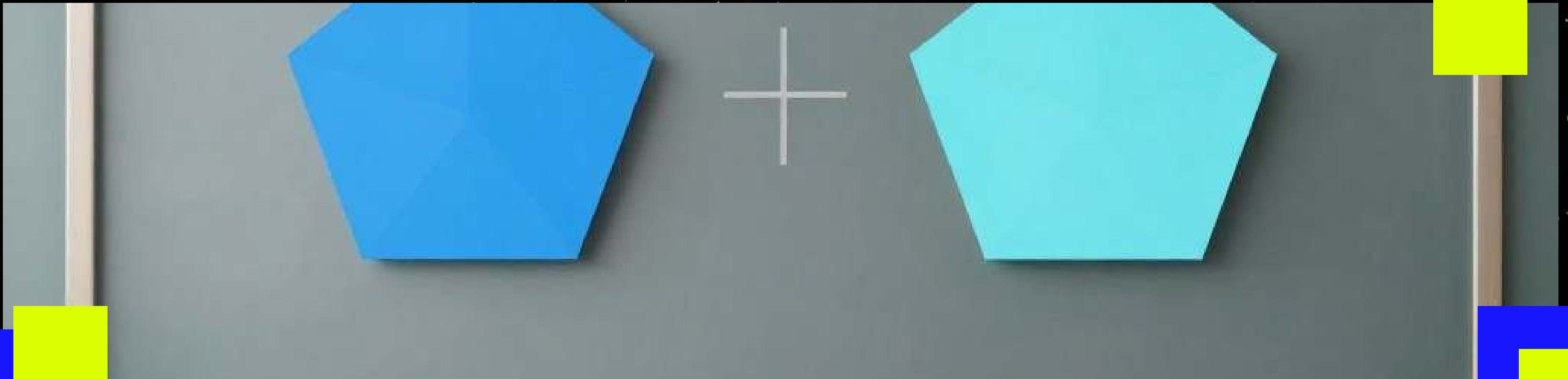
Дверную ручку поворачивают, чтобы открыть дверь, а карусель вращается вокруг своей оси. Эти предметы показывают, что поворот может не только менять положение, но и помогать управлять механизмом. Изображение таких объектов делает тему особенно понятной.

Алгоритм построения образа фигуры при повороте

Последовательность построения точки и всей фигуры вокруг центра O.



Чем поворот отличается от осевой симметрии



Разный способ движения

При осевой симметрии фигура отражается относительно прямой, а при повороте вращается вокруг точки. Поэтому путь каждой точки и способ построения образа оказываются разными.

1

Положение образа

У симметрии точка и её образ находятся по разные стороны от оси, а при повороте образ лежит на окружности с центром в точке поворота. Это хорошо видно на чертеже.

2

Общие свойства

Оба преобразования сохраняют форму, длины отрезков и величины углов. Из-за этого фигура после преобразования остаётся такой же по размеру, хотя занимает новое положение.

3

Как не перепутать

Если нужно «отразить» фигуру, ищут ось симметрии, а если нужно «повернуть» — задают центр, угол и направление. Это главное различие для выполнения построений.

4

Углы поворота и результат преобразования

■ 90° ■ 180° ■ 270° ■ 360°



Чем больше угол поворота, тем заметнее меняется положение фигуры относительно центра.

Повороты на 90° и 270° дают разные положения, 180° переносит фигуру напротив центра, а 360° возвращает её обратно.

Стандартные углы поворота геометрической фигуры вокруг точки.

Типичные ошибки при выполнении поворота

Перепутано направление

Часто ошибаются, если путают поворот по часовой стрелке и против неё. Тогда образ точки строится в неверной стороне от исходного положения и вся фигура смещается неправильно.

Неверный угол

Если угол отложен неточно, точка не попадёт на нужное место. Даже небольшая ошибка меняет результат, поэтому полезно пользоваться транспортиром и внимательно отмечать деления.

Не сохранено расстояние

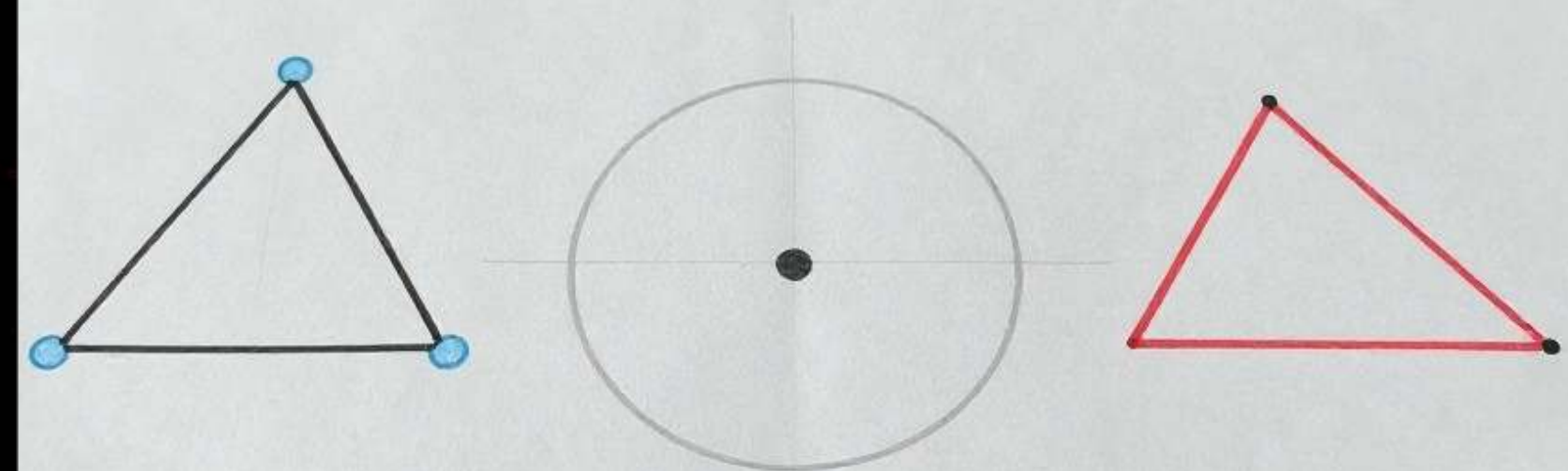
Иногда забывают, что расстояние от точки до центра должно остаться тем же. Если OA и OA' не равны, это уже не поворот, а другое преобразование.

Путаница с вершинами

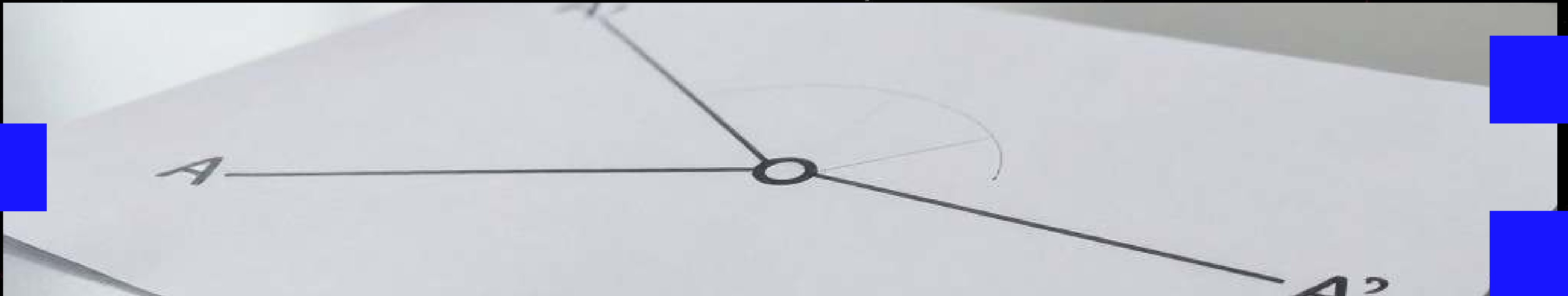
При соединении точек нужно соблюдать тот же порядок, что и в исходной фигуре. Если перепутать вершины, получится искажённый рисунок, хотя отдельные точки могут быть построены верно.

Нет проверки

Полезно всегда сверять длины сторон и углы после построения. Проверка помогает заметить ошибку до того, как чертёж будет считаться завершённым.



Как проверить правильность построения



Сравни расстояния

Измерь отрезки OA и OA' линейкой. Если они равны, значит, точка образована на правильном расстоянии от центра поворота и основное условие выполнено.

Проверь угол

С помощью транспортира измерь угол AOA' . Он должен совпадать с заданным углом поворота, иначе точка была перенесена неверно.

Сопоставь фигуры

Проверь, что соответствующие стороны исходной фигуры и её образа равны, а вершины соединены в том же порядке. Тогда форма и размеры сохраняются.

Сделай общий вывод

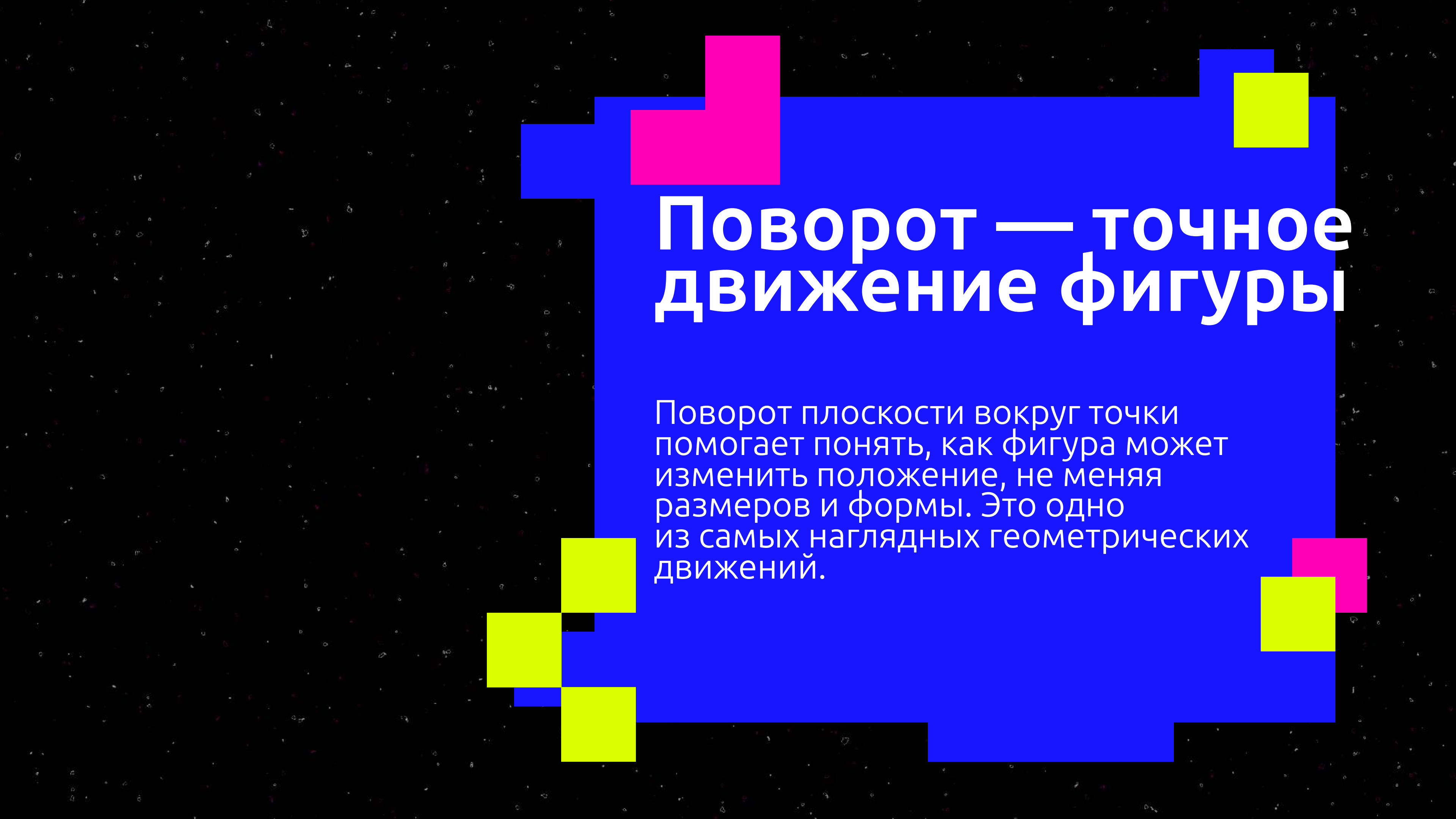
Если расстояния, углы и порядок построения совпадают, чертёж выполнен правильно. Такой контроль особенно полезен, когда нужно построить не одну точку, а всю фигуру.

1

2

3

4



Поворот — точное движение фигуры

Поворот плоскости вокруг точки помогает понять, как фигура может изменить положение, не меняя размеров и формы. Это одно из самых наглядных геометрических движений.