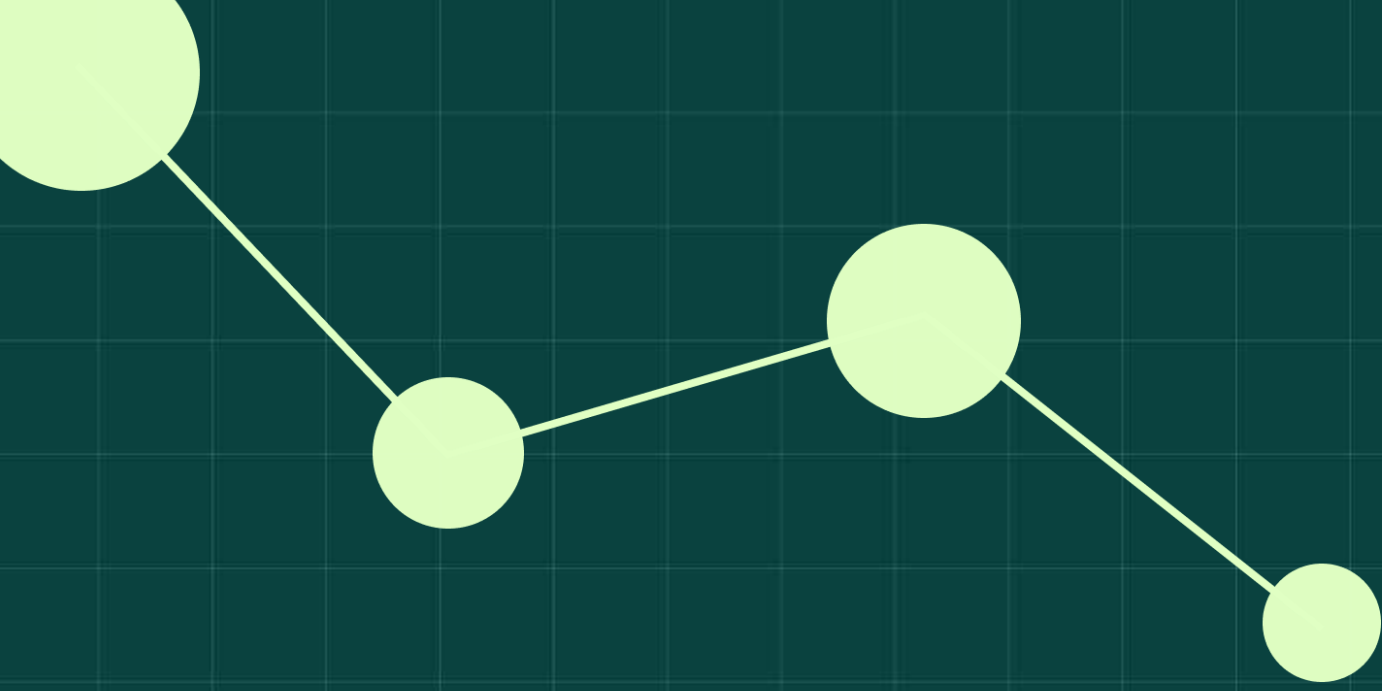
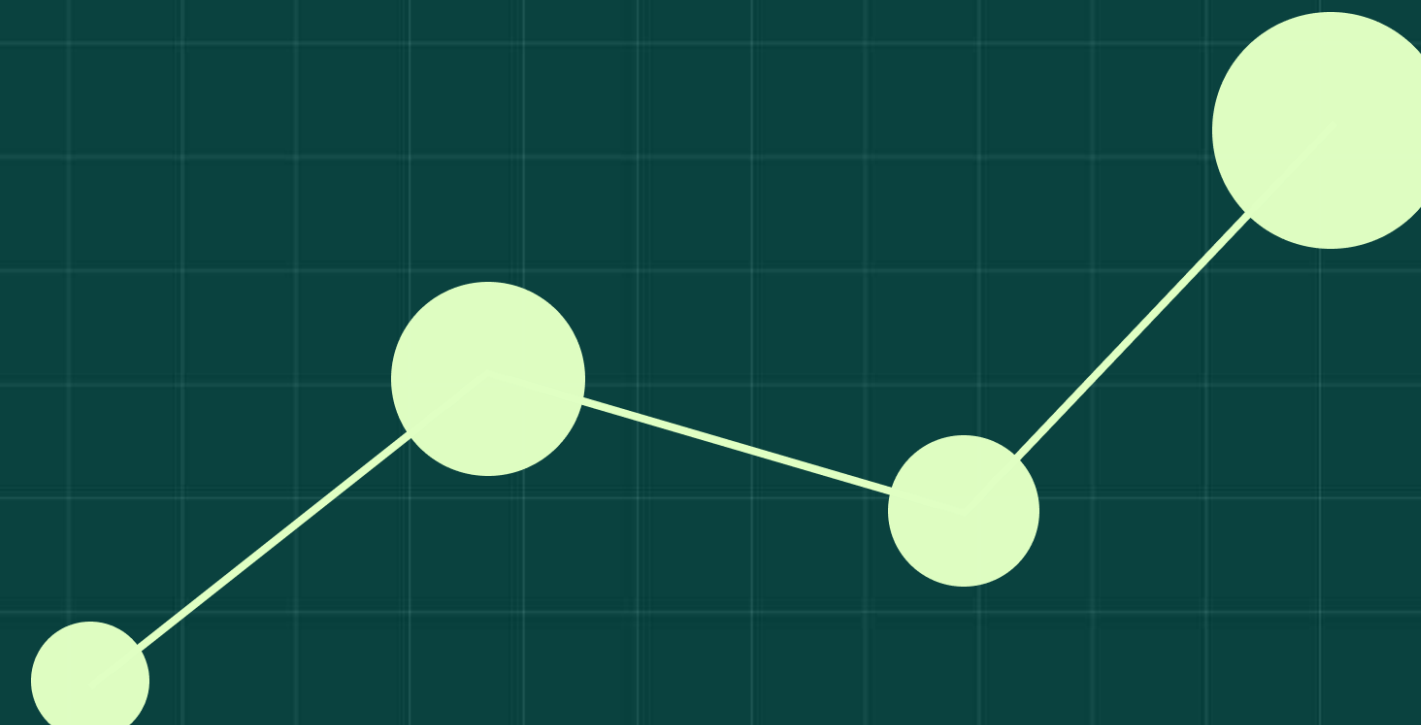




Система линейных уравнений и графическое решение

Увидим, как две прямые дают одно общее решение.



Почему эта тема важна в 7 классе

Системы уравнений помогают решать жизненные задачи, где нужно учитывать сразу два условия. Эта тема соединяет алгебру с графиками, координатной плоскостью и подготавливает к изучению функций.



Линейное уравнение с двумя переменными

3

1

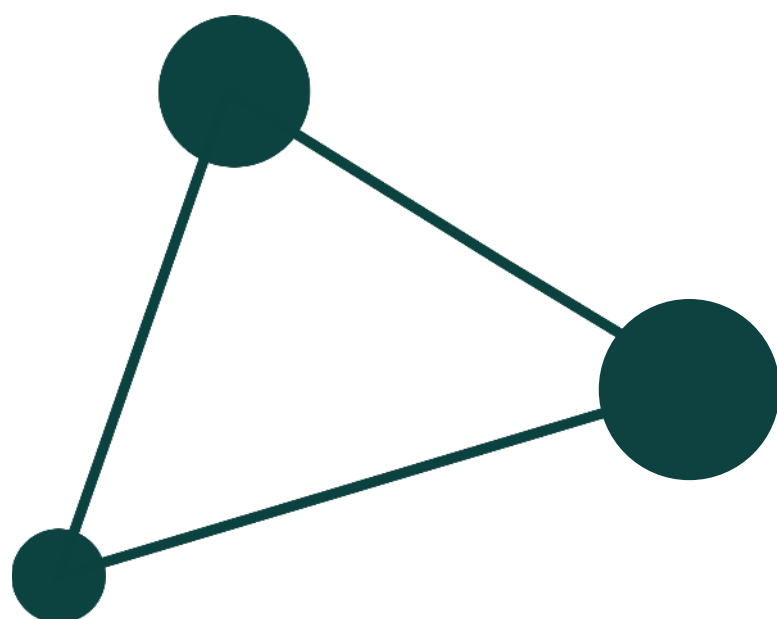
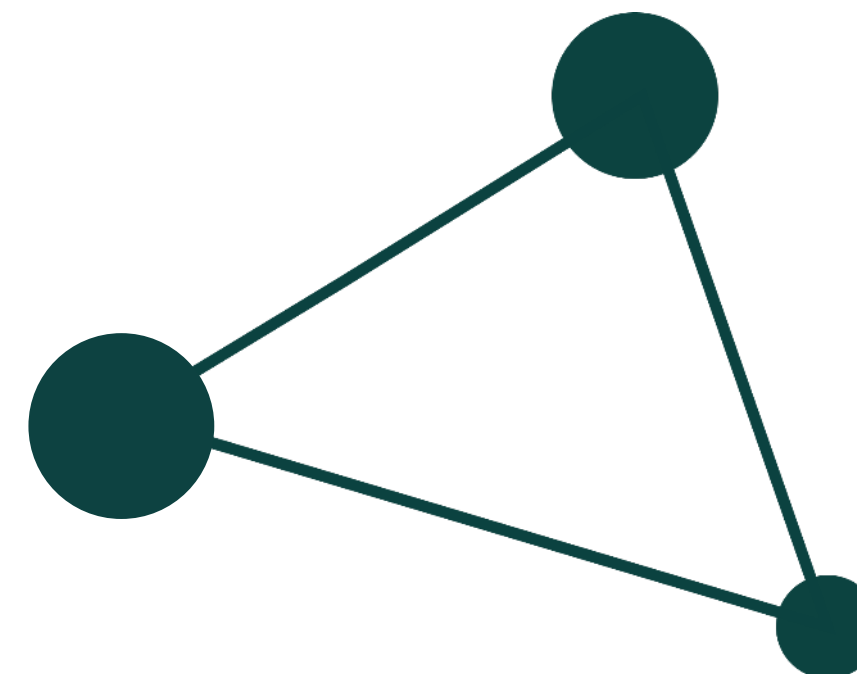
Общий вид

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$. Здесь a , b и c — числа, причём a и b не могут быть равны нулю одновременно.

2

Что считается решением

Решением называют такую пару чисел $(x; y)$, при которой равенство становится верным. Одному уравнению могут подходить многие пары чисел, а значит, и множество точек.



3

Связь с графиком

Каждой паре решений соответствует точка на координатной плоскости. Все такие точки образуют одну прямую линию, поэтому график линейного уравнения всегда является прямой.

4

Почему это удобно

Если уравнение изображено графически, его решения можно не только вычислять, но и видеть. Это помогает понимать, как меняется зависимость между x и y .

Что называют системой линейных уравнений

4

- Два уравнения

Система состоит из двух линейных уравнений, в которых используются одни и те же переменные. Каждое уравнение задаёт свою прямую на координатной плоскости.

- Общее решение

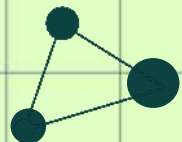
Решением системы считают пару чисел, которая одновременно подходит обоим уравнениям. Значит, нужно найти не любое решение, а общую точку двух графиков.

- Геометрический смысл

Если прямые пересекаются, их общая точка и есть ответ. Именно поэтому графический способ делает поиск решения наглядным и понятным.

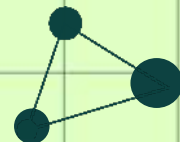
Координатная плоскость и построение прямой

5



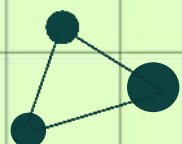
Оси координат

Горизонтальная ось обозначается x , вертикальная — y . Вместе они образуют координатную плоскость, на которой удобно отмечать точки и строить графики.



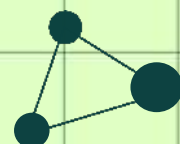
Запись точки

Каждая точка задаётся парой координат $(x; y)$. Сначала указывают значение по оси x , затем — по оси y , поэтому порядок чисел нельзя менять.



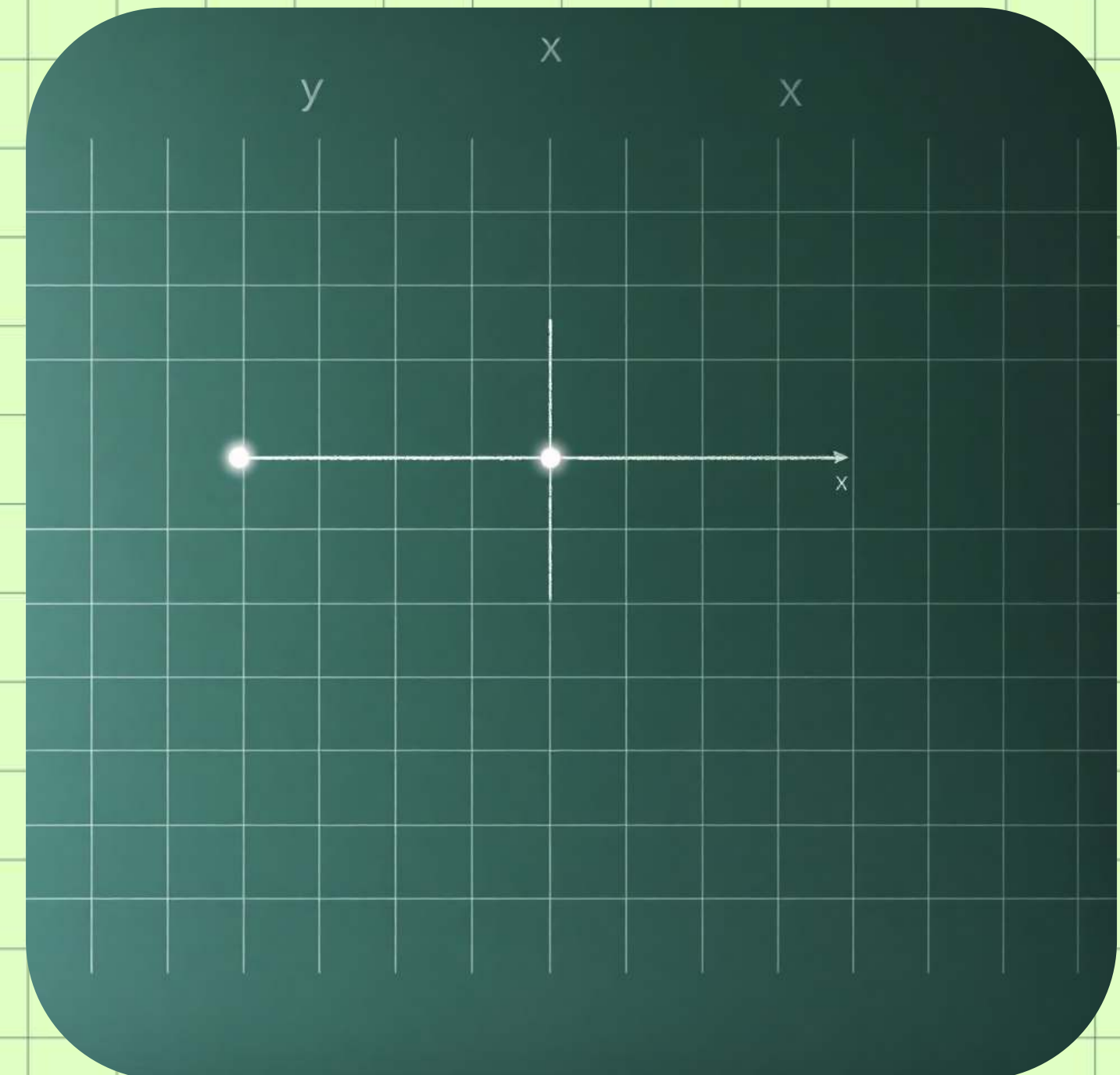
Две точки достаточно

Чтобы построить прямую, обычно находят две её точки и проводят через них линию. Если точки выбраны верно, вся прямая будет построена точно.



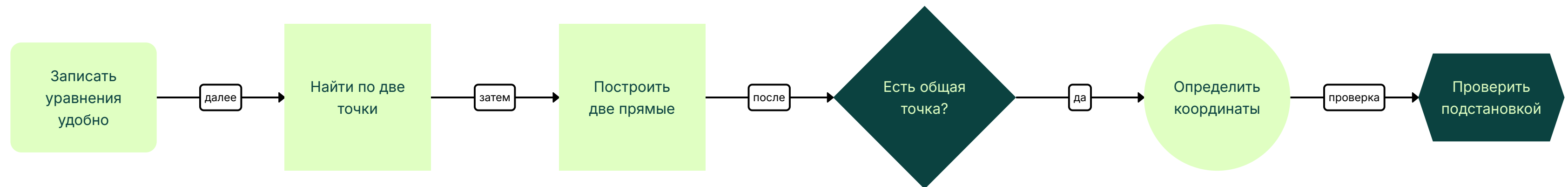
Что показать на рисунке

Полезно отметить сетку, подписи осей, несколько точек и две прямые. Так легче увидеть, где графики пересекаются и как связан рисунок с ответом.



Графическое решение системы шаг за шагом

Последовательность действий при построении двух прямых и поиске общей точки



Сколько решений может иметь система

Расположение	Число решений
Пересекаются	1
Параллельны	0
Совпадают	Бесконечно много

Число решений зависит от того, как расположены две прямые на координатной плоскости.

Одна точка пересечения даёт единственное решение, отсутствие пересечения — отсутствие решений, а совпадение прямых означает бесконечно много решений.



Геометрическая интерпретация системы линейных уравнений

Взаимное расположение прямых и число решений



Одинаковый смысл графиков можно быстро сравнить по трём ситуациям. Для совпадающих прямых условное значение выше, чтобы показать бесконечность на диаграмме.

График наглядно связывает вид прямых с ответом: одно решение, нет решений или бесконечно много решений.

Как находят точки для построения графика



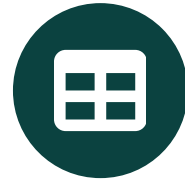
Берут удобное значение x

Если уравнение записано как $y = kx + b$, часто выбирают $x = 0$ и $x = 1$. Так быстрее получить две точки для построения прямой.



Подставляют и считают

При $x = 0$ обычно сразу получается точка $(0; b)$. Затем подставляют второе значение x и находят соответствующее значение y , чтобы получить ещё одну точку.



Используют таблицу или преобразование

Если уравнение записано не в удобном виде, его можно преобразовать или составить таблицу значений. Это помогает получить точки без ошибок и аккуратно построить график.

При этих координатах обе формулы дают одно и то же значение y , значит система имеет единственное решение.

Проверка подстановкой для системы $y = x + 1$ и $y = -x + 5$



$(2; 3)$

— точка пересечения прямых $y = x + 1$ и $y = -x + 5$.

Проверка найденного ответа

1

Подстановка в уравнения

Найдите координаты предполагаемой точки пересечения и подставьте их в оба уравнения. Если получаются верные равенства, значит, найденная пара чисел подходит системе и решение записано правильно.

2

Пример проверки

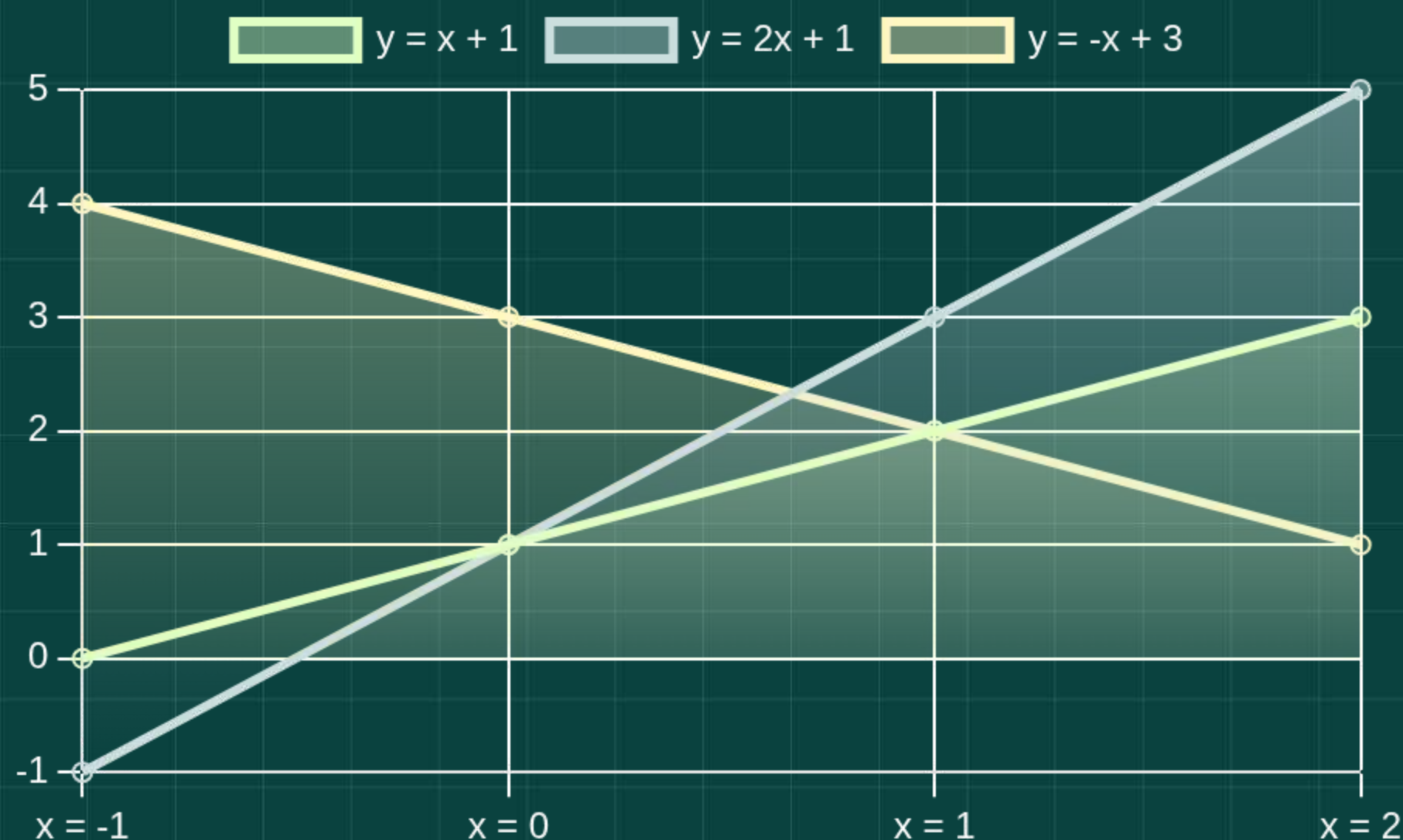
Для точки (2; 3) проверка выглядит так: $3 = 2 + 1$ и $3 = -2 + 5$. Оба равенства верны, поэтому это действительно решение системы.

3

Зачем нужна проверка

Проверка помогает заметить неточность при чтении графика, ошибку в вычислениях или неверно отмеченную точку. Даже аккуратно построенный рисунок лучше всегда подтверждать подстановкой.

Как коэффициенты влияют на вид прямой



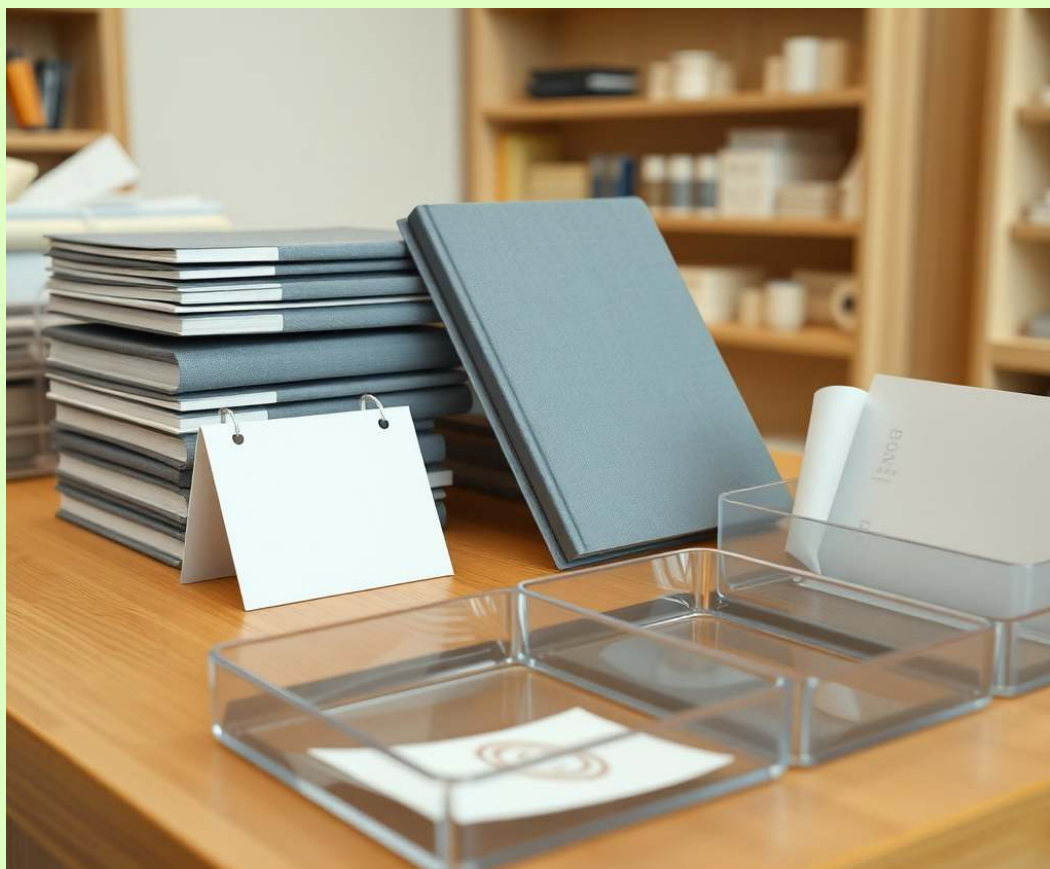
Три прямые построены при одинаковых значениях x , поэтому хорошо видно, как меняются наклон и положение линии при разных коэффициентах.

Чем больше положительный k , тем круче подъём; отрицательный k задаёт убывание. Коэффициент b сдвигает прямую вверх или вниз по оси y .



Учебный пример для наглядного сравнения коэффициентов k и b

Жизненная задача, которая приводит к системе



Покупка двух наборов тетрадей

В магазине нужно купить тетради двух видов так, чтобы выполнить два условия: общее количество и общая стоимость. Одно уравнение описывает число тетрадей, другое — цену. Решение показывает, сколько взять каждого вида.



Билеты для класса

Класс собирается в театр, и нужно распределить обычные и льготные билеты. Известны и число мест, и общий бюджет. Система уравнений помогает найти подходящее сочетание, при котором выполняются оба условия одновременно.

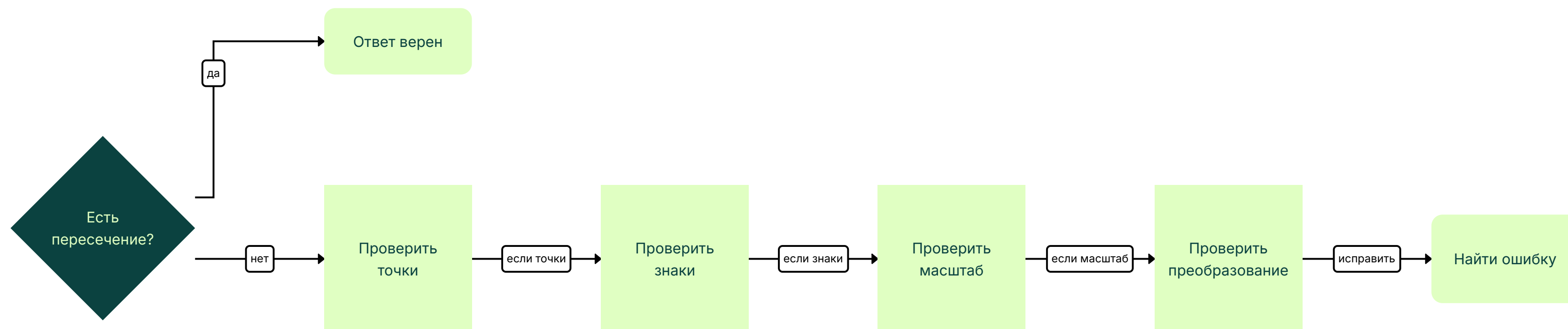


Фрукты на прилавке

Продавец продаёт яблоки и груши, а покупатель выбирает смесь по массе и стоимости. Один набор чисел должен удовлетворять двум требованиям сразу. Именно такие ситуации удобно переводить на язык системы линейных уравнений.

Поиск ошибки в графическом решении

Пошаговая проверка построения и вычислений помогает быстро найти, где нарушилось условие задачи.



Типичные ошибки при графическом решении

Ошибка	Что страдает	Что проверить
Оси перепутаны	Построение	Подписи x и y
Неверные точки	График	Подстановку значений
Разный масштаб	Точность	Шаг сетки

Сравните частые неточности и их последствия. Это помогает заранее проверить построение и избежать неверного ответа.

Большинство ошибок связано не с самой идеей метода, а с невнимательным построением. Проверка осей, масштаба и вычислений снижает риск неверного ответа.



Плюсы и ограничения графического способа



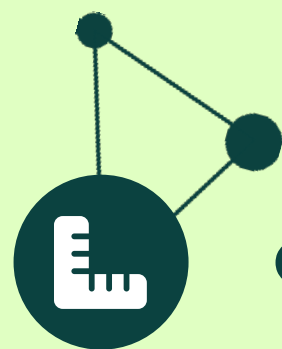
Наглядность

Две формулы сразу превращаются в две прямые, поэтому легко увидеть, как они расположены на координатной плоскости и где может находиться решение системы.



Удобство проверки

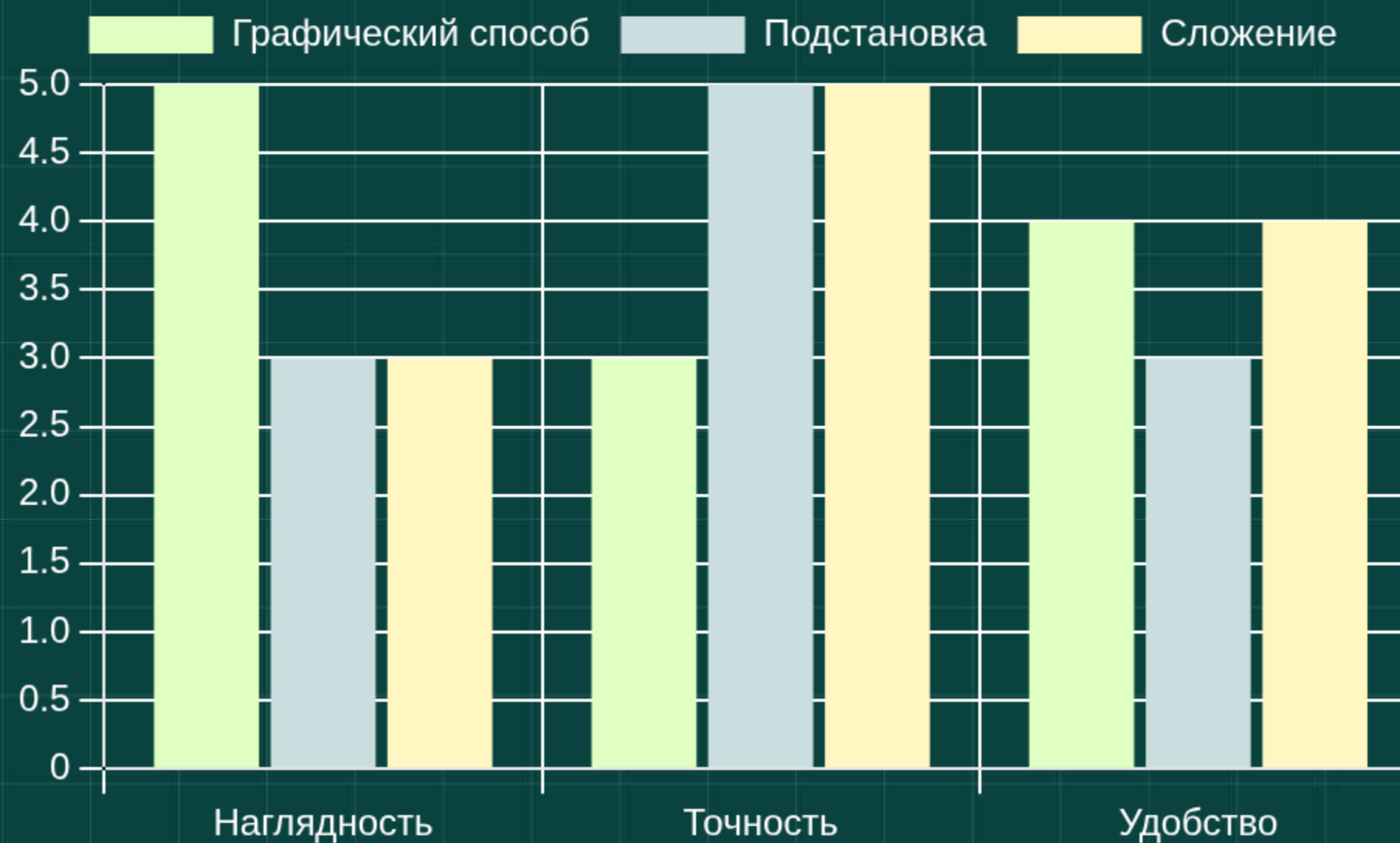
Метод помогает быстро определить, есть ли одна общая точка, нет ли её совсем или совпадают ли прямые. Это полезно для контроля ответа.



Ограничение точности

Если точка пересечения лежит между делениями сетки, прочесть координаты точно трудно. Тогда особенно важно перепроверить результат подстановкой в оба уравнения.

Сравнение способов решения системы



Оценки показывают, для каких задач каждый способ особенно полезен: один быстрее даёт картинку, другой — точный ответ, третий удобно применять при одинаковых коэффициентах.

Универсального способа нет: выбор зависит от условия. На уроке важно уметь применять все три метода и понимать, когда каждый из них эффективнее.



Учебное сравнение методов решения систем линейных уравнений

Связь темы с другими разделами математики

1

Алгебра и координаты

Система уравнений соединяет вычисления с работой на координатной плоскости. Ученик видит, как алгебраическая запись превращается в геометрический объект и как по графику читается ответ.

2

Функции и графики

Запись вида $y = kx + b$ похожа на формулу функции, поэтому тема помогает понять зависимость между величинами. Здесь важно уметь строить график и замечать, как меняется прямая.

3

Практика в других предметах

Навык чтения графиков полезен при изучении движения, температуры и других зависимостей в физике. Он помогает понимать таблицы, диаграммы и реальные данные без лишних вычислений.

Главные обозначения и формулы темы

Запись	Смысл	Пример
$ax + by = c$	Уравнение	линейное
$y = kx + b$	Вид прямой	для графика
$(x; y)$	Точка	координаты
Решение системы	Общая точка	двух прямых

Эти записи нужно узнавать сразу: они помогают быстро понять условие задачи и выбрать способ решения.

Знание обозначений ускоряет чтение задачи и построение графика. Особенно важно понимать связь между формулой, точкой и решением системы.



График помогает увидеть ответ

Графическое решение переводит систему уравнений в две прямые и делает ответ видимым. Оно учит аккуратности, внимательности к знакам и проверке результата подстановкой.