

Понятие рационального числа

Числа, которые удобно делить, измерять и сравнивать.



Почему рациональные числа важны в 6 классе

Когда натуральных чисел уже не хватает, на помощь приходят дроби и десятичные записи: они помогают делить, измерять длину, объём, температуру и записывать результаты точно.



Определение рационального числа

1

Рациональное число можно представить в виде дроби a/b , где a и b — целые числа, а знаменатель b не равен нулю.

2

Числитель может быть положительным, отрицательным или равным нулю. Поэтому в это множество входят и целые числа, и дробные записи.

3

К рациональным числам относятся, например, 5, -2, $3/7$, 0,4 и 0,666... Такие записи могут выглядеть по-разному, но оставаться рациональными.

Какие записи относятся к рациональным числам

Сравним разные формы записи и увидим, почему они входят в одно и то же множество.

Если число можно представить в виде дроби, оно рационально — независимо от формы записи.

Запись	Пример	Почему рационально
Целое	$7 = 7/1$	Дробь с 1
Отрицательное	$-4 = -4/1$	Дробь с 1
Обыкновенная	$3/5$	Вид a/b
Десятичная	$2,75 = 11/4$	Конечная
Периодическая	$0,333... = 1/3$	Период есть

Свойства рациональных чисел: любая запись вида a/b , где a и b — целые, $b \neq 0$.

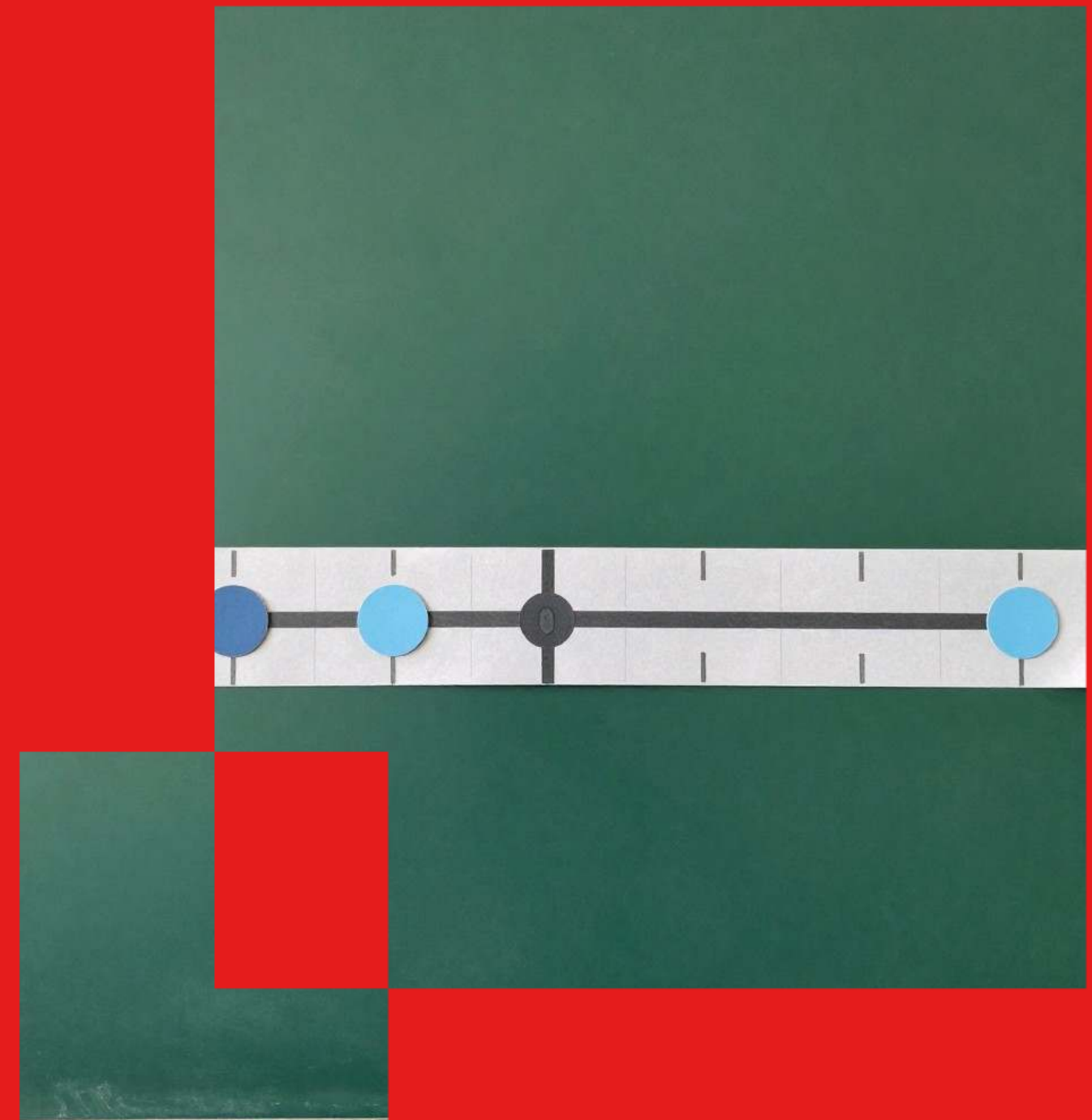
Рациональные числа на координатной прямой

Положение относительно нуля

Каждому рациональному числу соответствует своя точка. Положительные числа откладывают вправо от нуля, а отрицательные — влево. Ноль занимает середину.

Одна прямая — разные числа

На одной прямой можно отметить -2 , $-1/2$, 0 , $1/3$, $2,5$ и 4 . Так видно, что рациональные числа бывают целыми, дробными и десятичными.



Виды записи рациональных чисел

Разные записи помогают выбирать удобную форму для вычислений, измерений и сравнения величин.

Одна и та же величина может быть записана несколькими способами, если она рациональна.

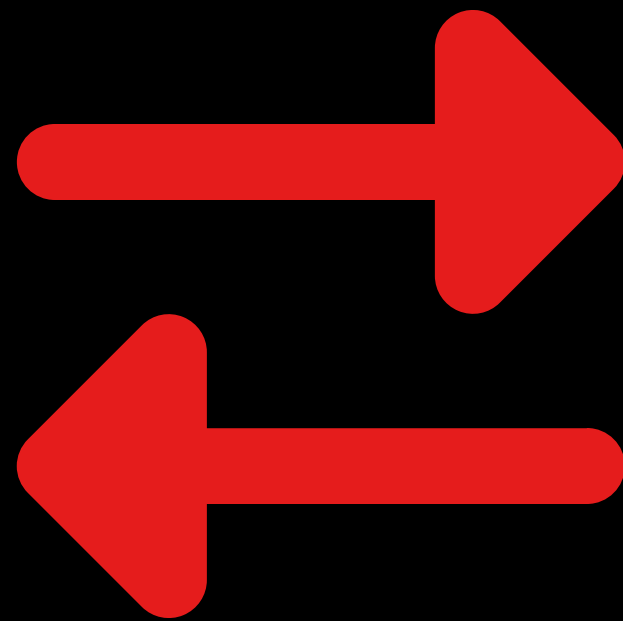
Учебная классификация форм записи рациональных чисел; дата не требуется.

Конечные десятичные дроби



Ограниченная запись

У таких дробей после запятой стоит конечное число цифр: например, 0,4; 1,25; -7,08. Их можно прочитать и записать без продолжения.



Легко переводятся в дробь

Конечную десятичную дробь удобно представить в виде обыкновенной дроби: $0,4 = \frac{2}{5}$, $1,25 = \frac{5}{4}$, $0,75 = \frac{3}{4}$.



Часто встречаются в жизни

Такие записи используют в длине, массе, цене и других измерениях, где важна точность, но не нужна бесконечная запись.

Периодические десятичные дроби

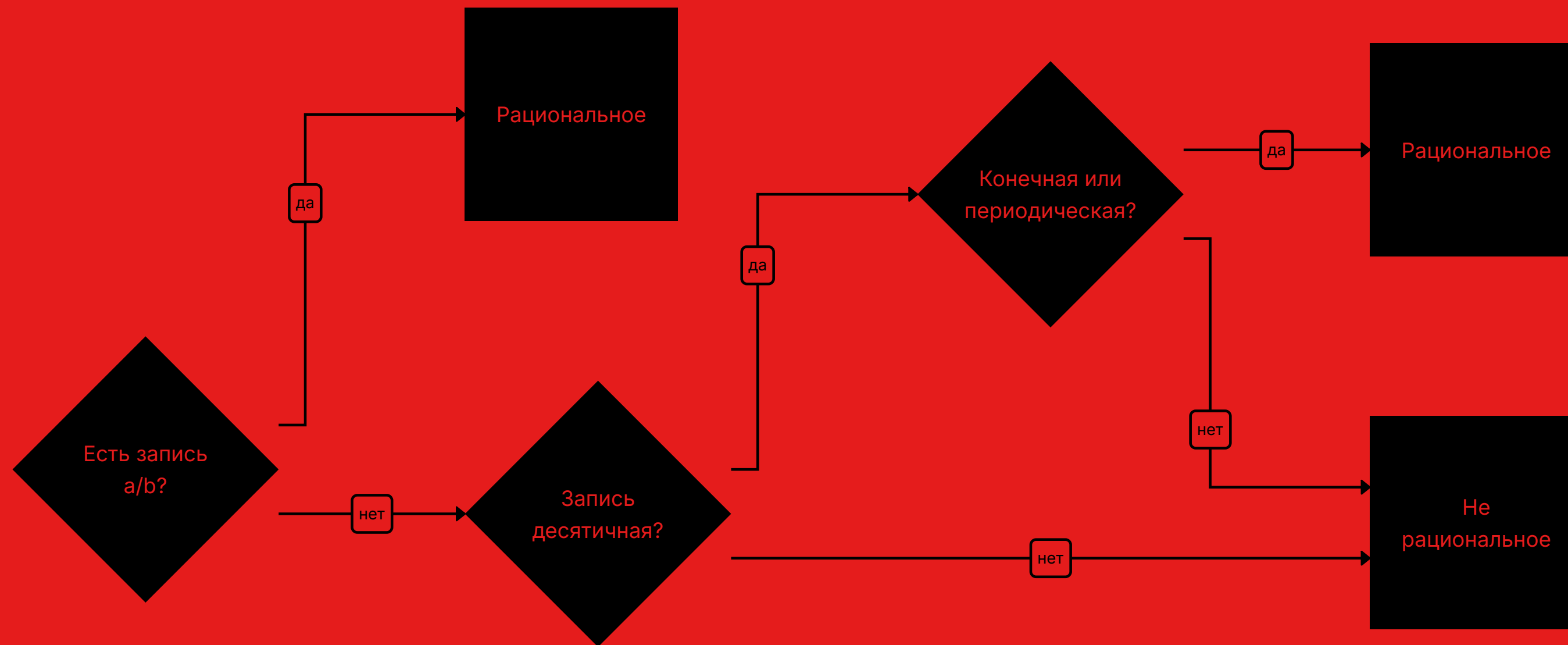
Периодическая десятичная дробь содержит повторяющуюся часть, которая продолжается бесконечно. Эта повторяющаяся часть называется периодом.

Примеры: $0,333\dots$; $1,272727\dots$; $-2,1666\dots$
Повторение может быть коротким или длинным, но оно всегда сохраняется в записи.

Любая периодическая десятичная дробь рациональна. Например, $0,333\dots = 1/3$, а $1,272727\dots = 14/11$.

Проверка числа на рациональность

Алгоритм основан на виде записи числа: дробь, конечная десятичная запись или бесконечная повторяющаяся запись.



$n/1$

**так можно записать любое целое
число, поэтому целые числа входят в
множество рациональных.**

Одна дробная запись показывает,
что рациональные числа включают
не только дроби, но и все целые
числа.

Определение рационального числа: запись
вида a/b , где $b \neq 0$.

Сравнение рациональных чисел

Рациональные числа удобно сравнивать, если привести их к общему знаменателю или записать десятичными дробями. Тогда сразу видно, какое число больше, меньше или равно другому.

На координатной прямой больше то число, которое расположено правее. Для отрицательных чисел это особенно важно: -2 больше, чем -5 , потому что находится ближе к нулю.



Одно число в разных записях

Таблица показывает, что одно и то же рациональное число можно записать несколькими способами: дробью, десятичной дробью или целым числом.

Разные записи могут обозначать одно число, если они равны по значению. Это помогает выбирать наиболее удобную форму для вычислений и сравнения.

Число	Дробь	Десятичная
3	$\frac{3}{1}$	3,0
$-\frac{5}{2}$	$-\frac{5}{2}$	-2,5
$\frac{7}{10}$	$\frac{7}{10}$	0,7

Примеры из темы «Рациональные числа»

Рациональные числа в повседневной жизни

Такие числа встречаются не только в задачах, но и в обычных измерениях, где важна точность записи результата.

Чаще всего рациональные числа нужны там, где значения бывают дробными или отрицательными. Поэтому они постоянно используются в быту и на уроках математики.

Учебные примеры по теме рациональных чисел

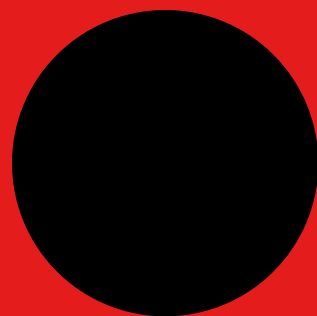
Действия с рациональными числами

Рациональные числа можно складывать и вычитать, если привести их к удобной форме записи. После вычисления результат тоже остаётся рациональным числом.

При умножении двух рациональных чисел снова получается рациональное число. Это свойство удобно при работе с дробями, десятичными дробями и смешанными записями.

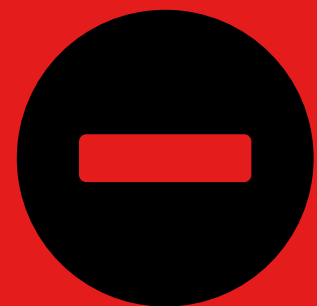
Делить можно только на ненулевое число. Такие действия часто применяют в задачах на движение, покупки, измерения и сравнение величин.

Ноль и отрицательные рациональные числа



Ноль

Ноль является рациональным числом, потому что его можно записать как $0/1$. При этом он не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам.



Отрицательные числа

Числа меньше нуля, например $-1/2$, -3 и $-4,75$, называют отрицательными рациональными числами. Они показывают значение ниже нулевой отметки.

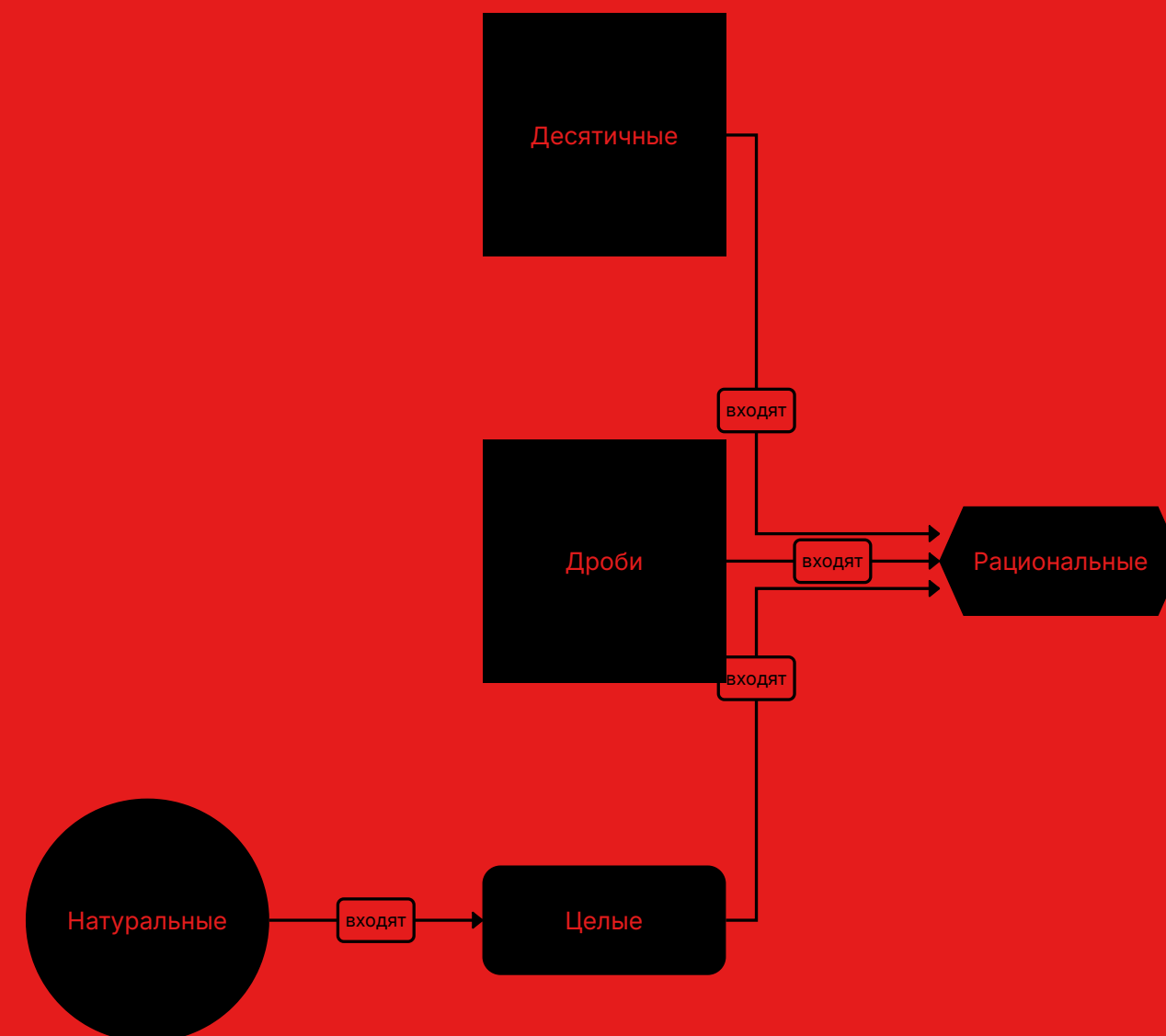


Примеры из жизни

Отрицательные числа используют для долгов, температуры ниже нуля и глубины под уровнем моря. Так удобно обозначать величины с отрицательным значением.

Связь натуральных, целых и рациональных чисел

Схема показывает, как одно множество чисел входит в другое и расширяет его.



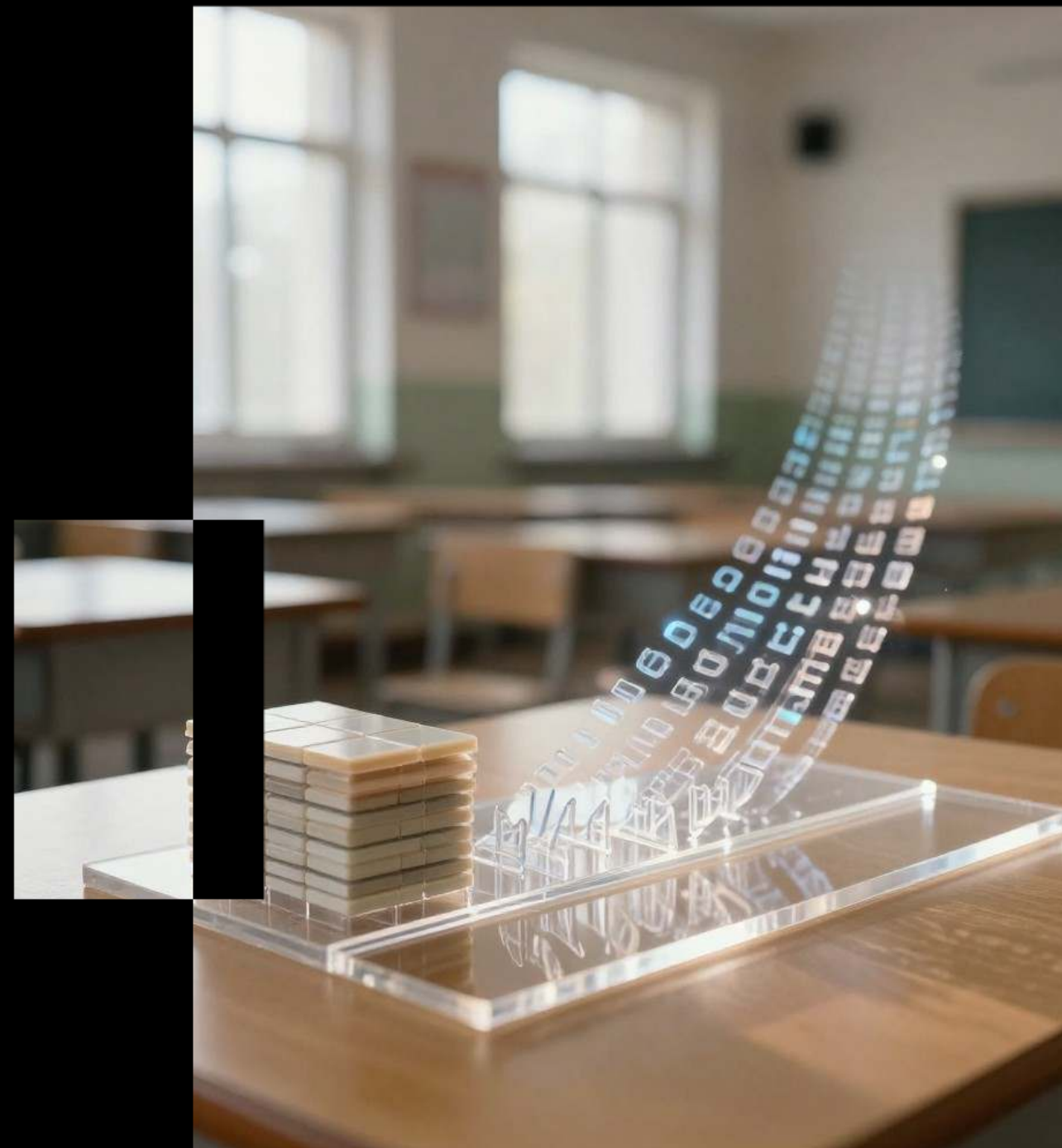
Почему бесконечная непериодическая запись не рациональна

Запись без повторения

Если десятичная запись бесконечна и в ней не выделяется повторяющийся период, такое число нельзя представить в виде дроби a/b . У него нет конечного дробного аналога.

Почему это важно

К таким числам относятся, например, π и $\sqrt{2}$. Их нельзя записать как рациональные, потому что дробная форма для них не существует в виде отношения целых чисел.



Типичные ошибки при работе с рациональными числами

Полезно всегда проверять запись числа и не торопиться при преобразованиях из дроби в десятичную форму.

Чаще всего ошибки связаны не со сложностью темы, а с невнимательностью. Проверка по координатной прямой помогает быстро заметить неточность.

Обобщение распространённых ошибок при изучении темы

Как работать с рациональными числами

1. Определить знак

Сначала нужно понять, число положительное, отрицательное или равно нулю. Это помогает избежать ошибки уже на первом шаге.

2. Выбрать запись

Затем определяют, что дано: дробь, десятичная дробь или целое число. После этого удобнее выбрать способ преобразования.

3. Выполнить действие

Дальше число сравнивают, переводят в другую форму или вычисляют значение. Важно сохранять правильную структуру записи.

4. Проверить ответ

Результат полезно сверить по координатной прямой, прикидкой и обратным переводом в дробь. Так легче заметить ошибку.

Рациональные числа — удобный язык для измерений и вычислений

Рациональные числа помогают записывать дробные, целые и десятичные значения, сравнивать их и выполнять вычисления. Эта тема нужна для точных измерений, решения задач и понимания реальных величин.