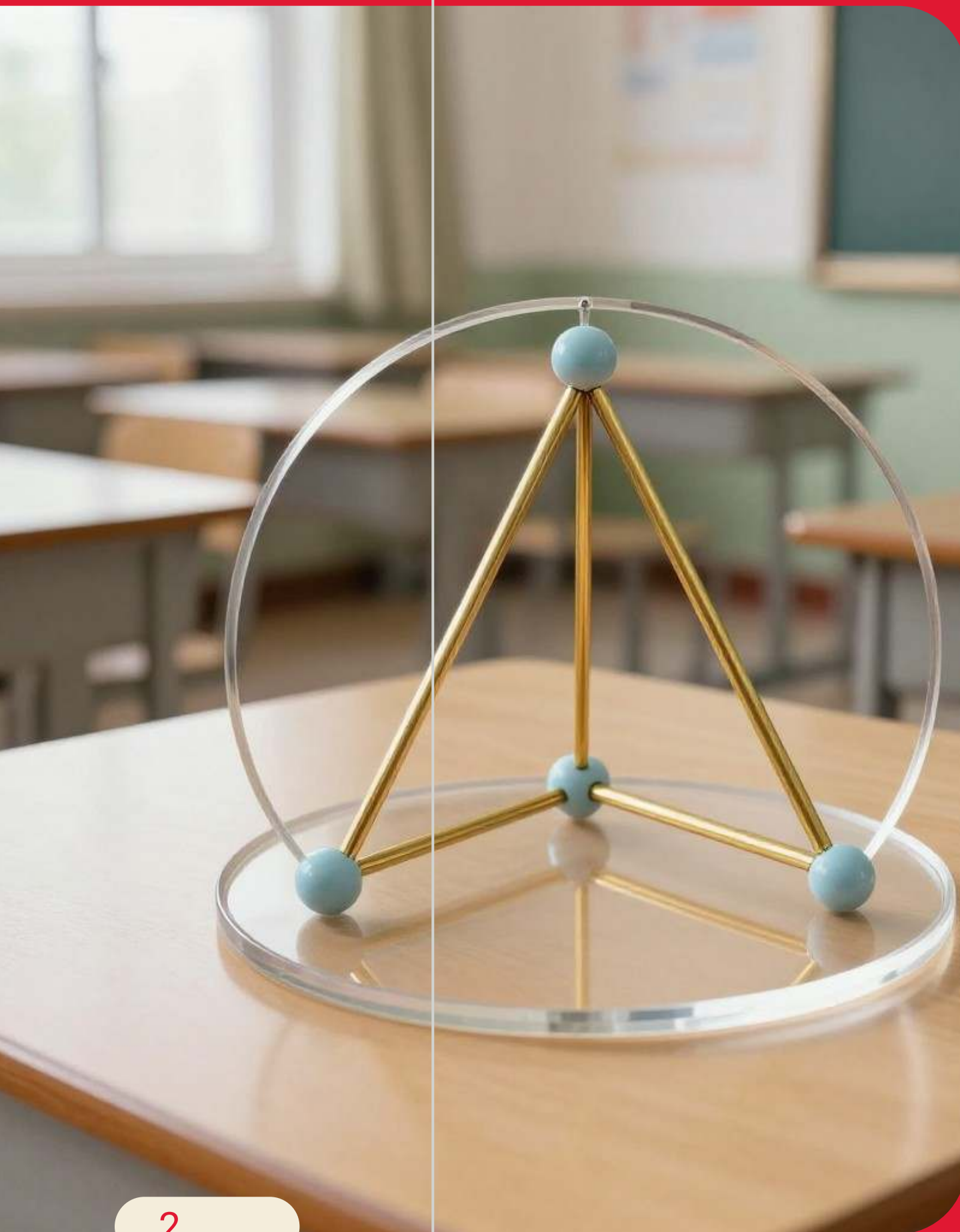




Треугольники, описанные около окружности

Одна окружность связывает стороны, углы и площадь треугольника.



Зачем изучать описанный около окружности треугольник

Эта тема помогает решать задачи на построение, находить радиус и площадь, а также видеть связь между касательными, биссектрисами и точками касания в одной фигуре.

Что означает «треугольник описан около окружности»

01

Окружность касается сторон

Треугольник считают описанным около окружности, если окружность касается всех трёх его сторон. Тогда каждая сторона играет роль касательной и входит в общую геометрическую конструкцию.

02

Точка касания на стороне

Точка касания лежит прямо на стороне треугольника. В этой точке радиус окружности перпендикулярен стороне, поэтому касание задаёт точную связь между окружностью и фигурой.

03

Центр внутри треугольника

Центр вписанной окружности всегда расположен внутри невырожденного треугольника. Он одинаково удалён от всех сторон, поэтому от него можно провести равные перпендикуляры к каждой стороне.

04

Биссектрисы указывают центр

Чтобы найти этот центр, используют биссектрисы углов. Их пересечение показывает точку, из которой окружность касается всех сторон треугольника и удобно строится на чертеже.



Основные элементы и их значения

Каждый элемент помогает описать положение окружности внутри треугольника и выполнять вычисления.

Все ключевые элементы связаны через касание, биссектрисы и одинаковое расстояние от центра до сторон.

Свойства вписанной окружности и треугольника, школьная геометрия

Элемент	Что означает	Роль
Стороны	Касательные	Ограничивают фигуру
Точки касания	Соприкосновение	Связаны равенством
Центр	Пересечение биссектрис	Равные расстояния
Радиус r	До стороны	В формуле $S=pr$

Свойство касательных от одной точки

Равные отрезки

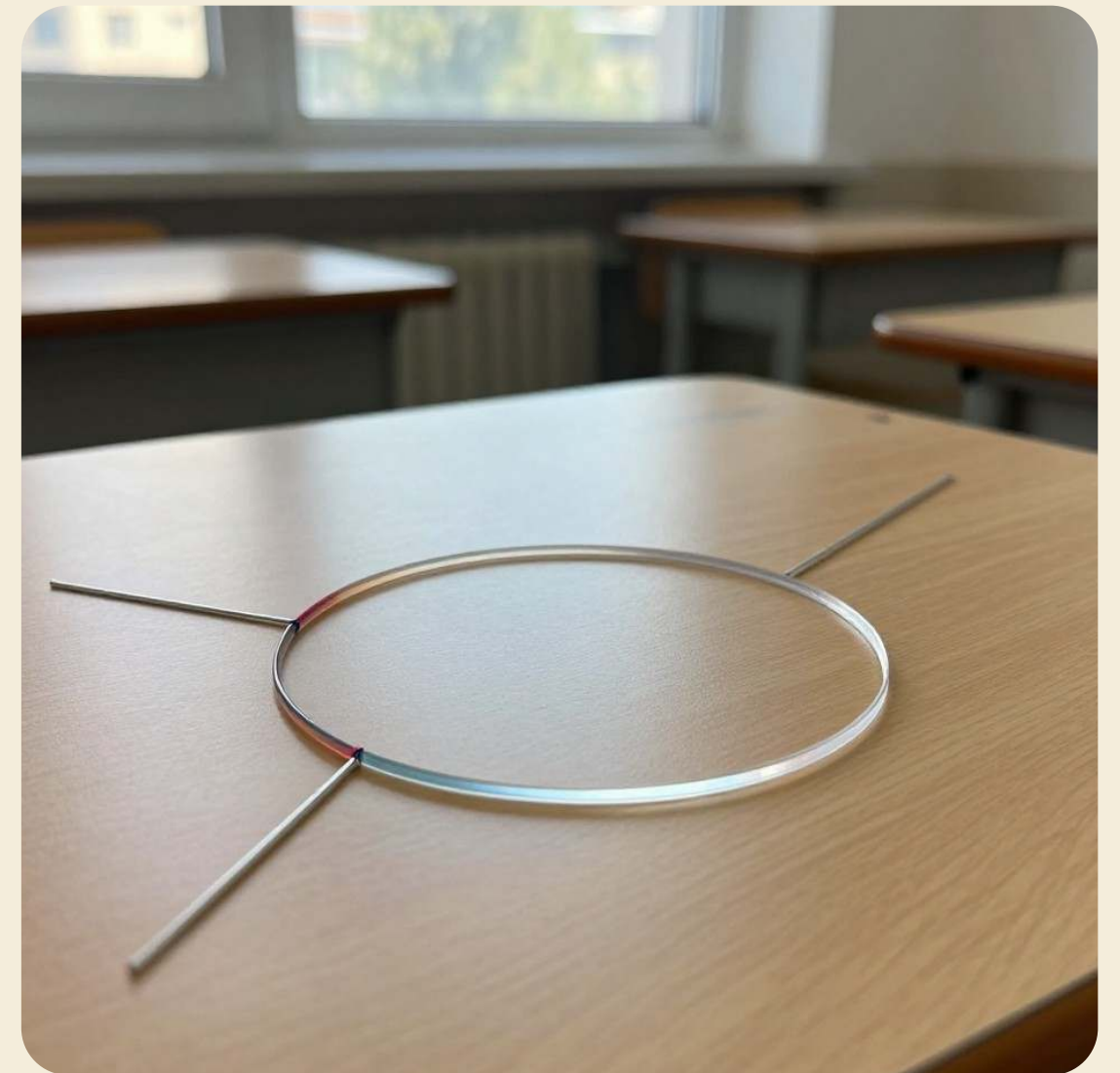
Если из одной точки к окружности проведены две касательные, их отрезки до точек касания равны. Это свойство сразу даёт одинаковые части на двух соседних сторонах треугольника.

Удобно для доказательств

Это свойство часто используют в задачах на доказательство. Оно помогает показать равенство отрезков, подтвердить симметрию рисунка и связать вершины треугольника с точками касания.

Поиск неизвестных длин

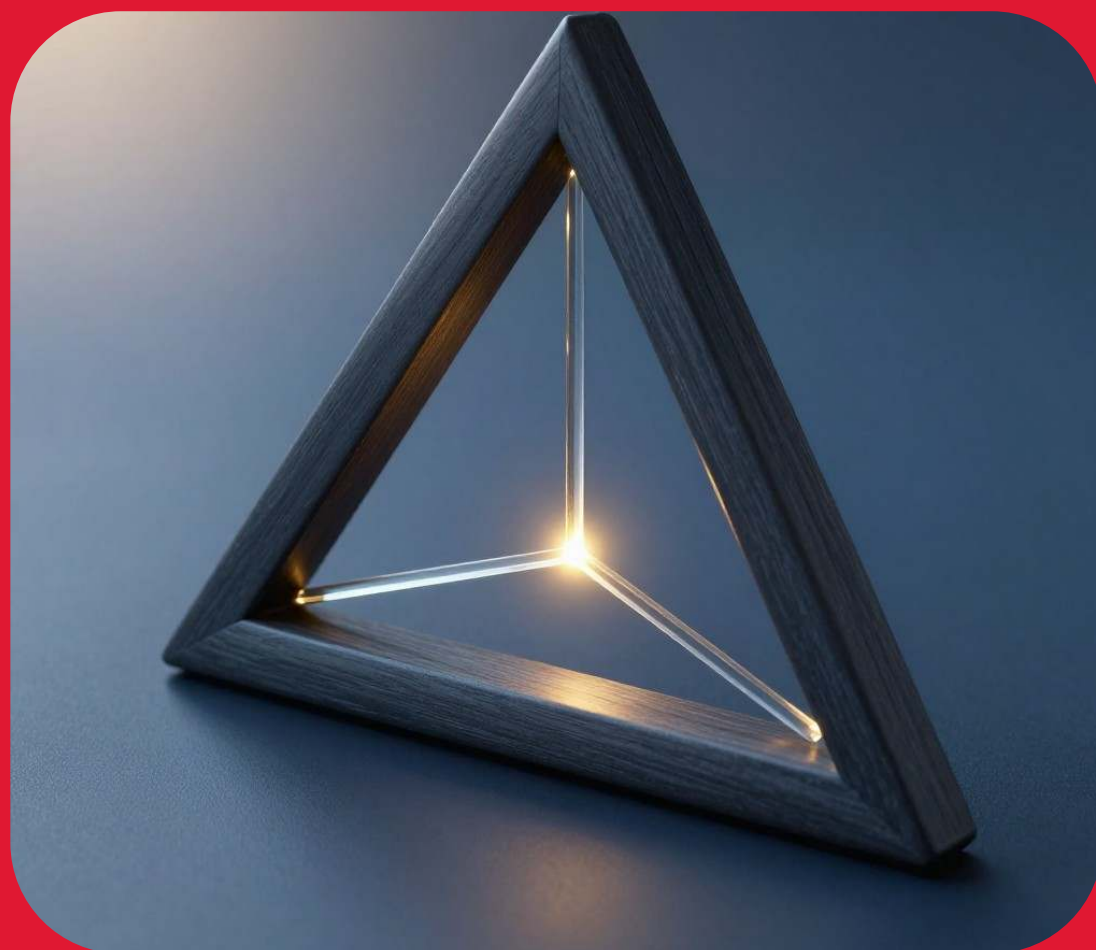
На чертеже равенство касательных помогает находить неизвестные отрезки без лишних измерений. Достаточно заметить, от какой вершины проведены касательные к окружности, и сравнить соответствующие части сторон.



Построение треугольника и вписанной окружности

Последовательность построения показывает, почему биссектрисы нужны для нахождения центра окружности.

Центр вписанной окружности



Точка, где встречаются биссектрисы

Центр вписанной окружности находят как точку пересечения биссектрис углов треугольника. Это не случайное место: именно там расстояния до всех сторон становятся одинаковыми, поэтому можно построить одну окружность, касающуюся каждой стороны.



Равные перпендикуляры к сторонам

Из центра опускают перпендикуляры к сторонам треугольника, и их длины оказываются равны радиусу. На рисунке это выглядит как три одинаковых отрезка, проведённых от одной точки к разным сторонам фигуры.



Почему центр всегда внутри

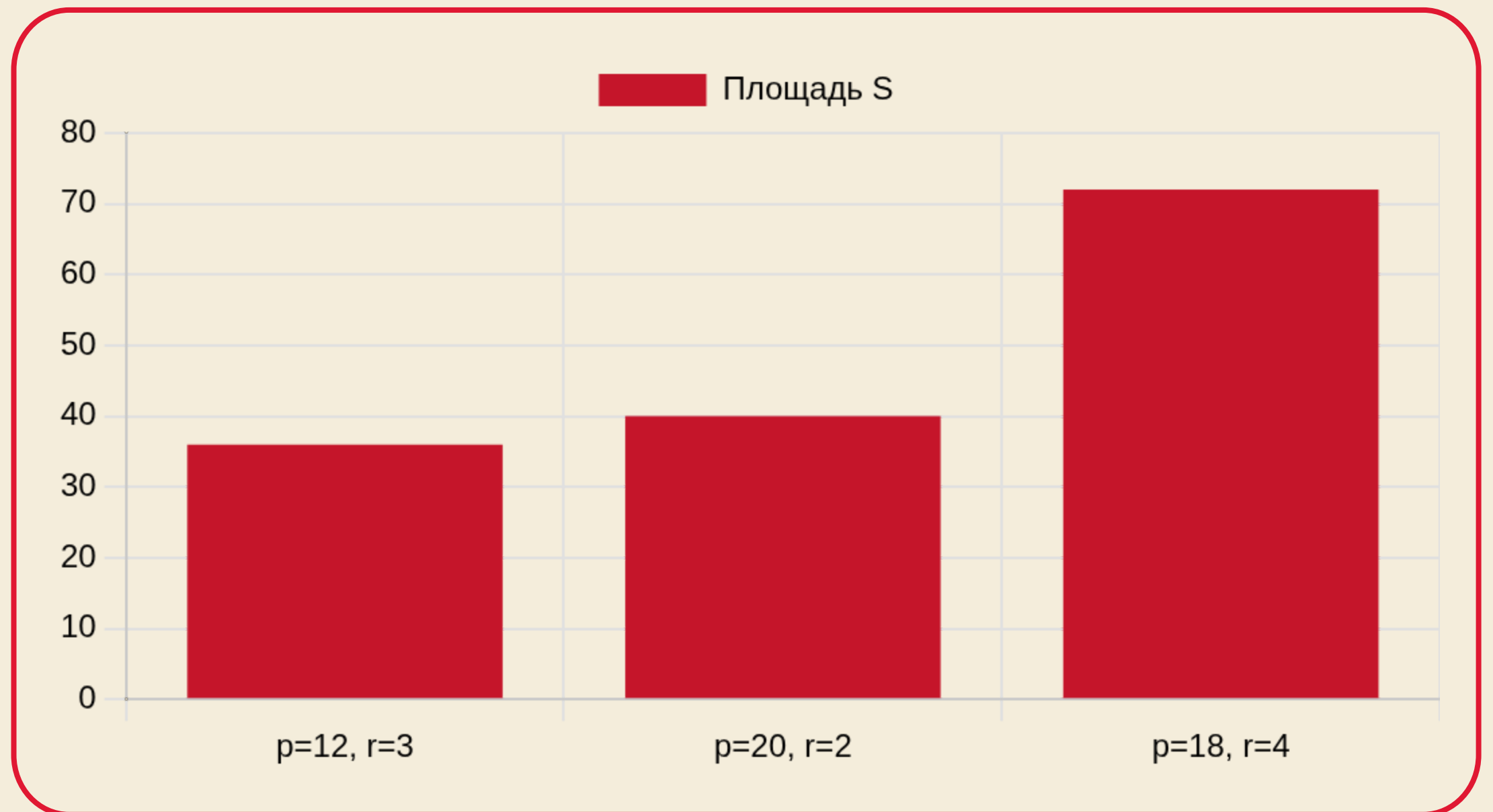
Для любого невырожденного треугольника такой центр существует и лежит внутри фигуры. Биссектрисы делят углы пополам и неизбежно сходятся в одной точке, которая становится опорой для построения вписанной окружности.

Связь площади треугольника с радиусом вписанной окружности

На диаграмме показано, как меняется площадь при разных значениях периметра и радиуса. Формула $S = pr$ позволяет быстро считать результат.

Чем больше радиус при заданном периметре, тем больше площадь треугольника.

Примеры по формуле $S = pr$ из школьной геометрии



3

части площади складываются в один удобный результат.

Площадь треугольника удобно представить как сумму трёх частей, каждая из которых использует один и тот же радиус вписанной окружности.

Вывод формулы площади через разбиение на три треугольника

Что можно найти по данным о треугольнике

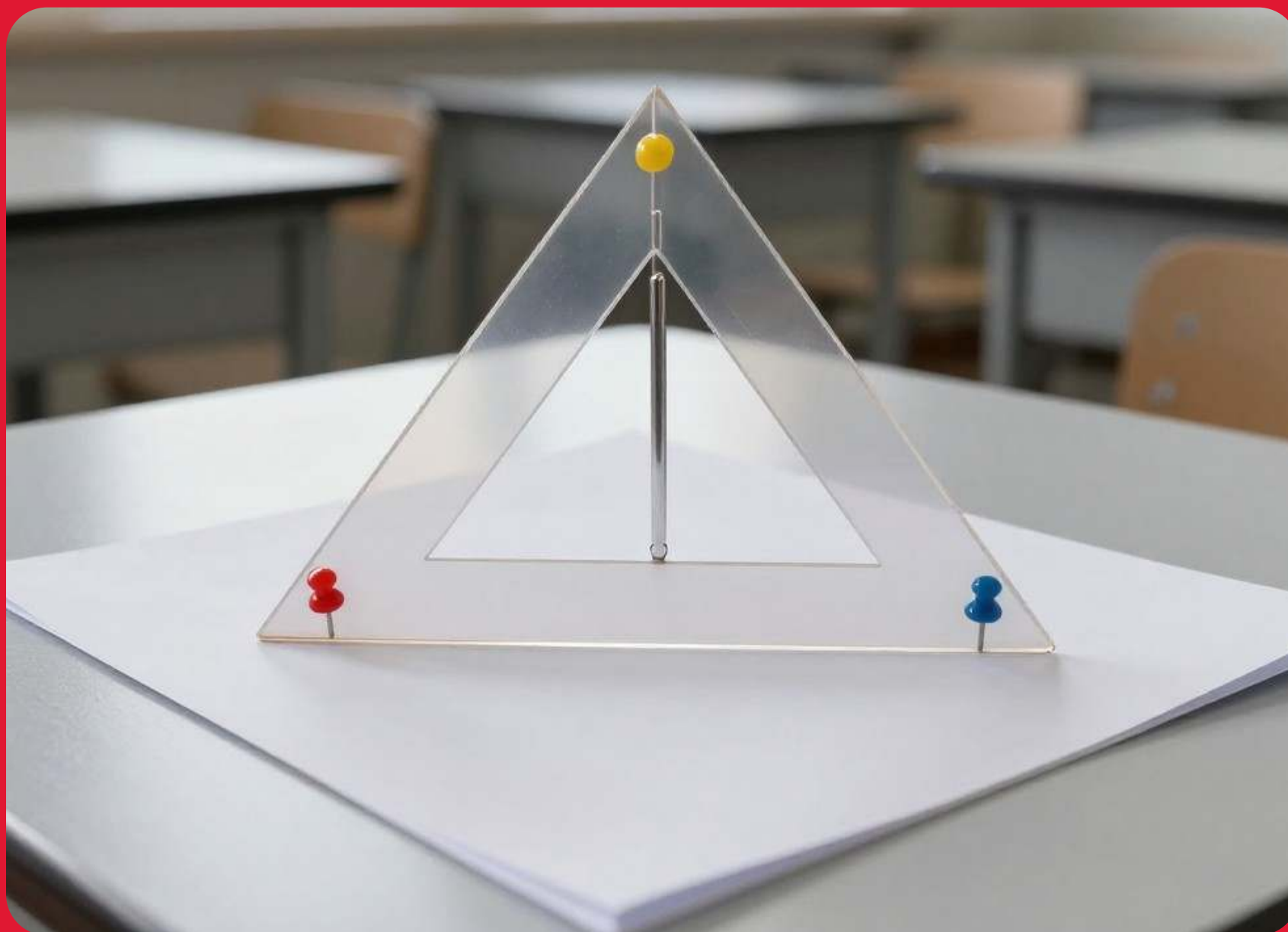
Одна известная величина часто помогает восстановить другие элементы фигуры.

Для решения задач достаточно увидеть, какая из связей подходит к данным, и выбрать нужное свойство или формулу.

Свойства вписанной окружности и формулы площади

Дано	Находят	Связь
S и r	p	$p = S / r$
p и r	S	$S = pr$
Две касательные	Третью длину	От одной вершины равны
Биссектрисы	Центр	Точка пересечения

Равнобедренный треугольник и упрощение построений



Одна ось симметрии

В равнобедренном треугольнике ось симметрии проходит через вершину и середину основания. Поэтому чертёж легче проверять: левая и правая части должны совпадать по форме и расположению точек касания.



Совпадающие линии

Биссектриса, медиана и высота, проведённые к основанию, совпадают. Это сокращает число построений и помогает сразу найти нужную прямую, по которой удобно проводить окружность и перпендикуляр.



Симметричные касания

Точки касания на боковых сторонах находятся на одинаковом расстоянии от оси симметрии. Такое расположение упрощает поиск неизвестных отрезков и позволяет быстро заметить ошибку в построении.



Проверка по рисунку

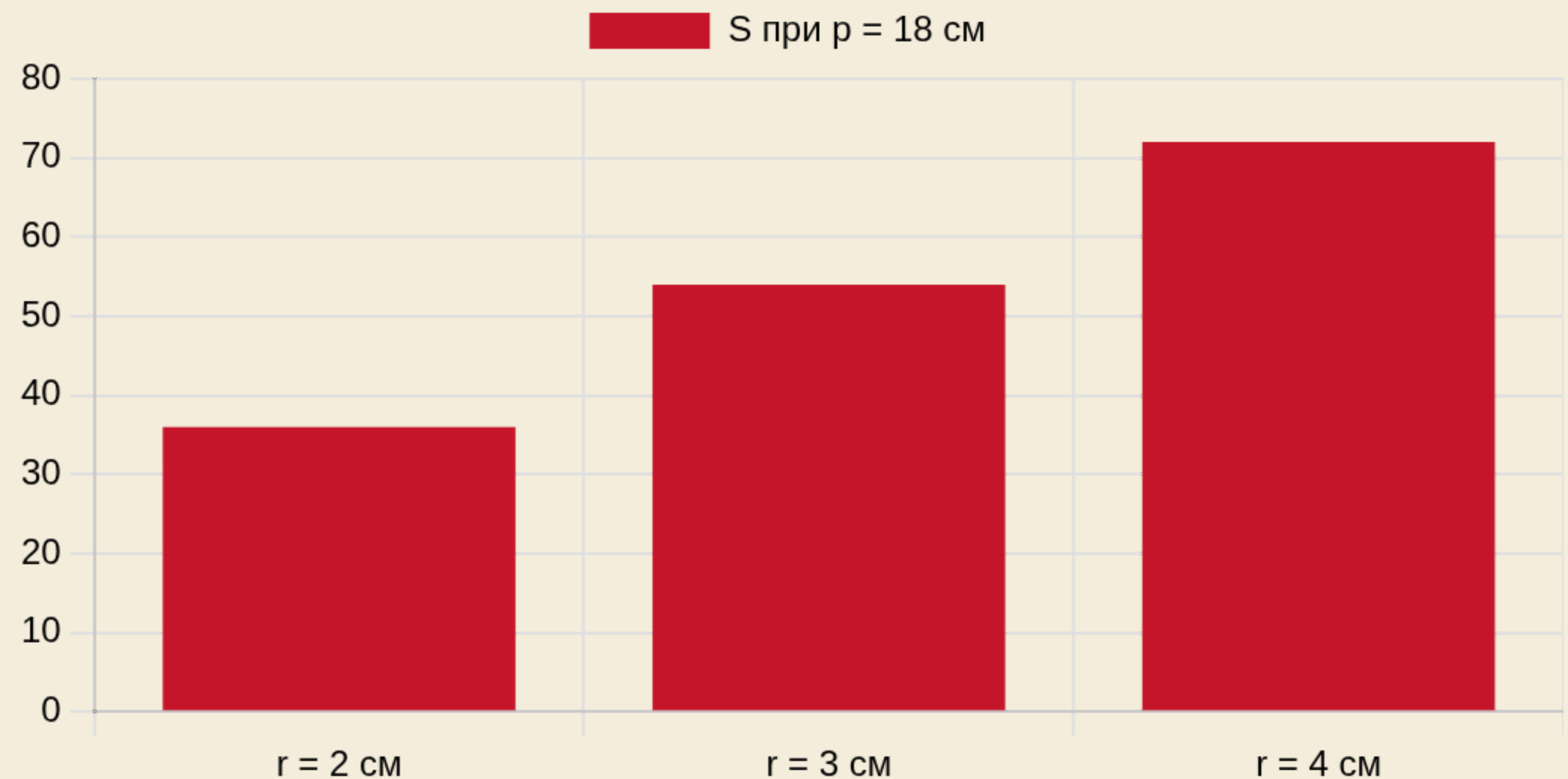
Если одна часть чертежа не совпадает с другой, значит, допущена ошибка в измерениях или построении. Симметрия равнобедренного треугольника делает проверку наглядной и особенно удобной для школьных задач.

Как изменяется площадь при одном и том же периметре

При фиксированном периметре увеличение радиуса вписанной окружности сразу повышает площадь. Это удобно для быстрого сравнения ответов в задачах и проверки вычислений.

Чем больше r при одном и том же p , тем больше S . Данные подтверждают прямую зависимость площади от радиуса.

По формуле $S = pr$, примеры рассчитаны для $p = 18$ см.

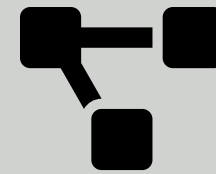


Признаки и проверка правильности построения



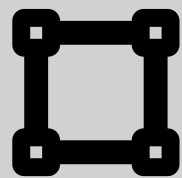
Одинаковое расстояние

Если точка одинаково удалена от всех сторон треугольника, она является центром вписанной окружности. Это главный признак, по которому можно проверить правильность найденного центра.



Пересечение биссектрис

Когда биссектрисы пересекаются в одной точке, через неё можно провести вписанную окружность. Именно поэтому при построении сначала ищут биссектрисы, а уже потом радиус.



Перпендикуляр к стороне

Радиус, проведённый в точку касания, всегда образует прямой угол со стороной. Если на чертеже этот угол не прямой, построение выполнено неверно и требует проверки.



Контроль чертежа

Для самопроверки полезно отметить центр, радиусы и точки касания разными цветами. Тогда легче увидеть, совпадают ли биссектрисы, перпендикуляры и равные отрезки касательных.

Типовые задачи по теме

В таблице собраны самые частые школьные задачи и опорные свойства, которые помогают их решать без лишних построений.

Большинство заданий сводится к трём идеям: площадь, касательные и биссектрисы. Если известна одна величина, можно восстановить несколько других.

Обобщение типовых задач по теме
«Треугольники, описанные около окружности»

Задача	Опора	Что использовать
Радиус	S и p	$r = S / p$
Площадь	p и r	$S = pr$
Касательные	Одна длина	Отрезки равны
Вписанная окружность	Треугольник	Биссектрисы

Связь с углами треугольника

01

Биссектрисы направляют центр

Биссектрисы делят углы пополам, поэтому их пересечение всегда лежит внутри треугольника. Именно эта точка становится центром вписанной окружности и одинаково удалена от всех сторон.

02

Вписанная окружность существует всегда

Независимо от того, остроугольный, тупоугольный или прямоугольный треугольник дан, в нём можно построить вписанную окружность. Меняется лишь форма чертежа и положение точек касания.

03

Форма влияет на детали

Хотя центр остаётся в той же смысловой роли, длины сторон и величины углов изменяют расположение касаний. Поэтому при решении задач важно внимательно читать рисунок и данные.



Алгоритм решения задач на описанный треугольник

Пошаговая схема: от данных на чертеже к проверке ответа через свойства касательных, биссектрис и радиуса вписанной окружности.

Частые ошибки при решении задач

Путают две окружности

Частая ошибка — смешивать вписанную и описанную окружность. У них разные положения относительно треугольника, поэтому прежде всего нужно понять, какая именно окружность дана в задаче.

Ставят полупериметр

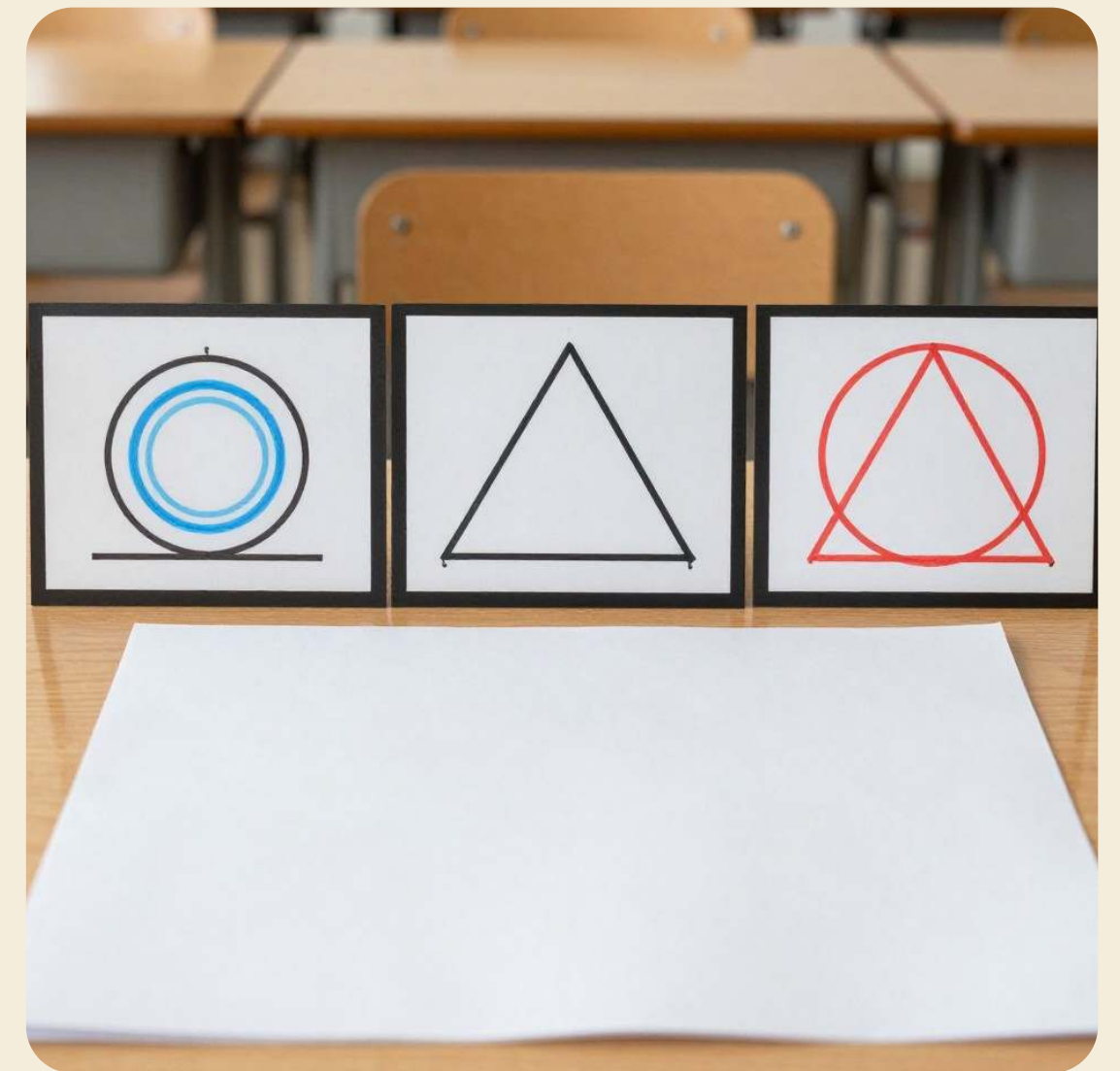
В формулу $S = pr$ подставляют периметр, а не полупериметр. Если перепутать эти величины, ответ получится вдвое больше или меньше правильного значения.

Берут не тот отрезок

Иногда вместо радиуса используют диаметр или наоборот. В геометрии это приводит к неверной площади и неправильным выводам, поэтому следует внимательно подписывать все отрезки на чертеже.

Забывают про касательные

От одной вершины отрезки касательных равны, и это свойство часто помогает найти неизвестную длину. Если его не использовать, можно усложнить задачу и пропустить короткое решение.



Сравнение формул и свойств темы

На схеме показаны четыре опорные связи, которые чаще всего встречаются в решении задач. Все они работают только вместе с рисунком и точными обозначениями.

Формулы в этой теме не существуют отдельно: каждая опирается на конкретное свойство фигуры. Поэтому сначала читают чертёж, потом выбирают нужное правило.

Схема составлена по основным свойствам темы; значения отражают учебную роль, а не измеренные данные.



Где применяется эта тема

Контрольные и самостоятельные

На школьных работах такие задачи проверяют умение пользоваться формулой площади, свойствами касательных и биссектрис, а также аккуратно читать чертёж.

Олимпиадные задания

В более сложных задачах тема помогает находить скрытые длины и доказывать равенство отрезков без лишних вычислений и измерений.

Проверка построений

При геометрических построениях свойства вписанной окружности позволяют быстро убедиться, что чертёж выполнен верно, а все точки расположены правильно.

Итоги темы

Треугольник, описанный около окружности, объединяет касательные, биссектрисы и вписанную окружность. Эти свойства помогают строить фигуру, находить неизвестные элементы и уверенно проверять решение задачи.