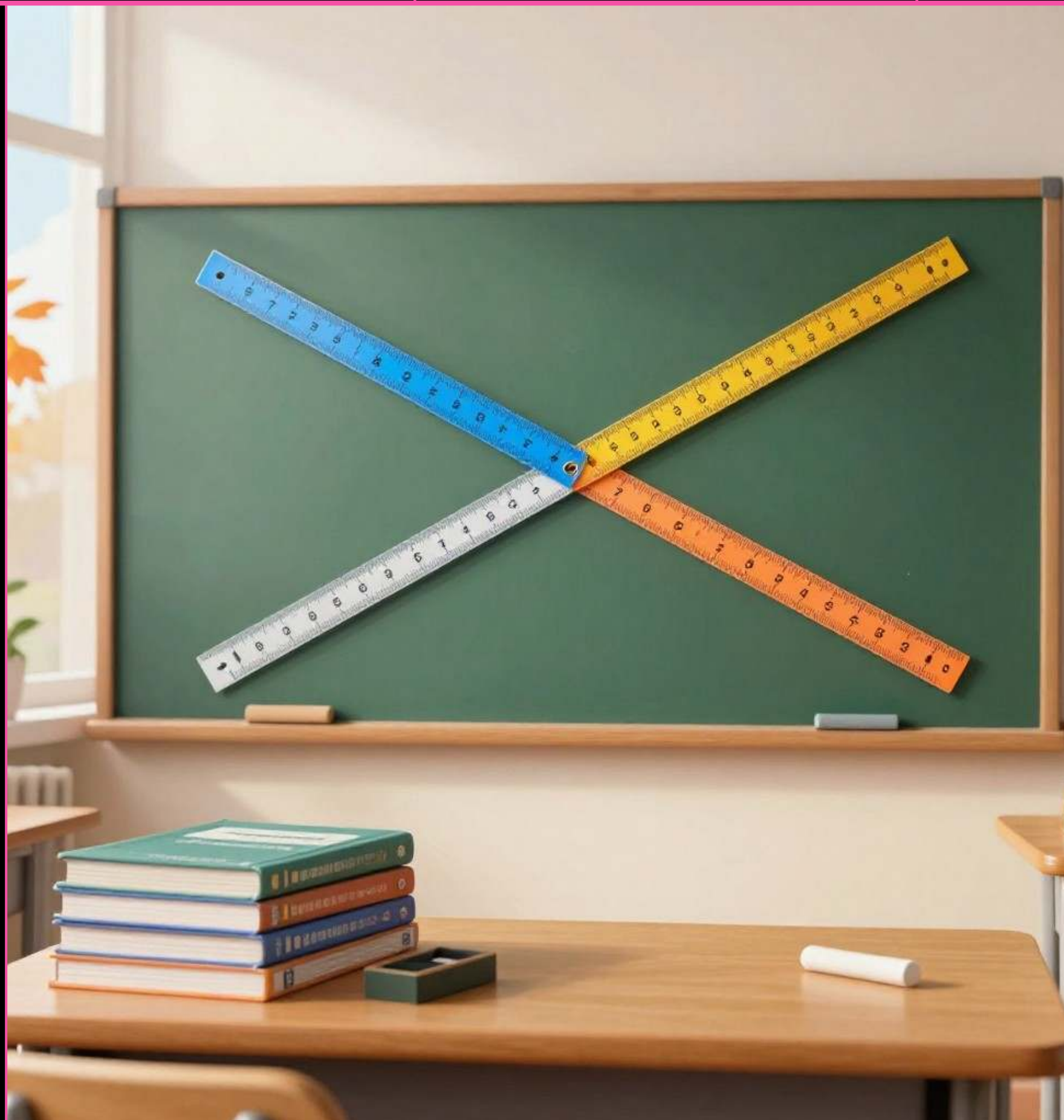


СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ



Два условия, одна пара чисел: учимся
находить решение системы.



ПОЧЕМУ ЭТА ТЕМА ВАЖНА В 7 КЛАССЕ

Системы уравнений помогают находить два неизвестных по двум условиям. Они встречаются в задачах про покупки, движение, возраст и количество предметов, а ещё показывают связь алгебры с геометрией.

ЛИНЕЙНОЕ УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

ОБЩИЙ ВИД

Линейное уравнение с двумя переменными записывают в виде $ax + by = c$, где a и b не равны одновременно нулю. Переменные входят только в первой степени.

01

ЧТО СЧИТАЕТСЯ РЕШЕНИЕМ

Решением называют пару чисел, при которой после подстановки равенство становится верным. Одна и та же пара либо подходит, либо не подходит сразу всему уравнению.

02

КАКИЕ ТОЧКИ ПОДХОДЯТ

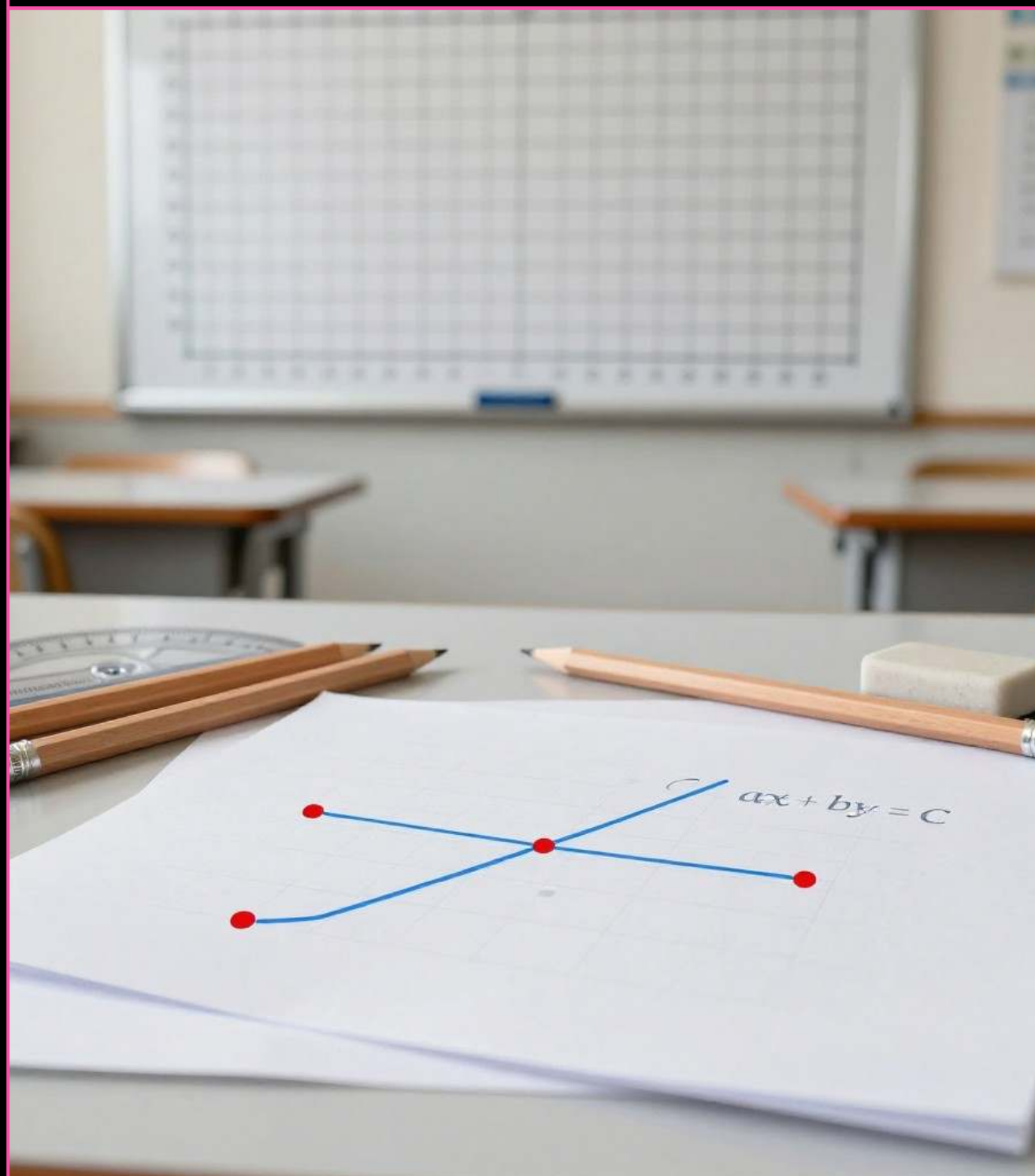
Каждая точка координатной плоскости с такими координатами может быть проверена в уравнении. Если равенство выполняется, точка принадлежит его графику и считается решением.

03

КАК ВЫГЛЯДИТ ГРАФИК

Графиком линейного уравнения с двумя переменными является прямая линия. По этой прямой удобно находить и проверять все пары чисел, которые удовлетворяют уравнению.

04





ЧТО НАЗЫВАЮТ СИСТЕМОЙ УРАВНЕНИЙ

Два условия сразу

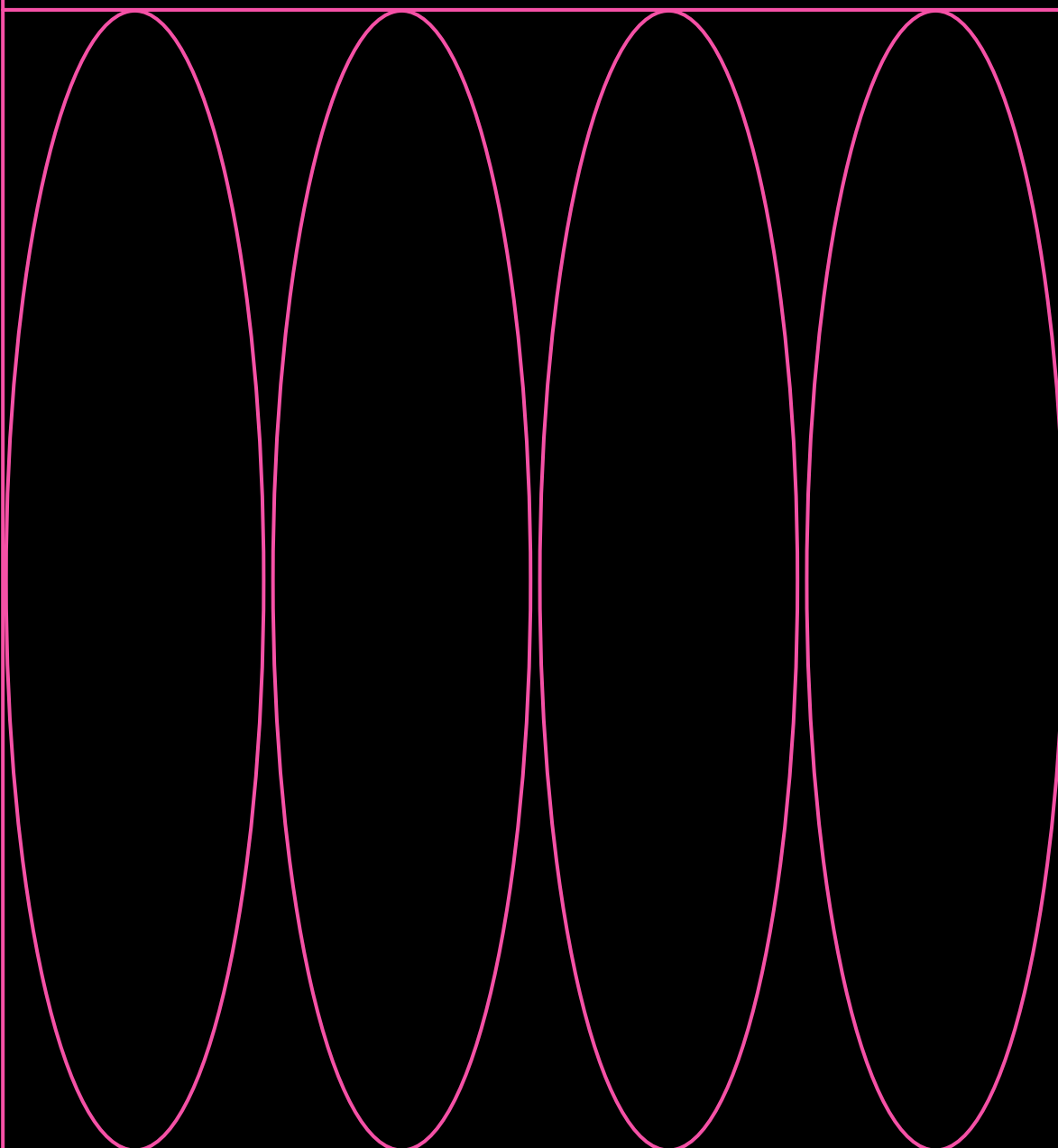
Система состоит из двух уравнений, которые должны выполняться одновременно. Поэтому ищут не любой ответ, а одну пару чисел, подходящую сразу к обоим равенствам.

Общее решение

Если пара чисел удовлетворяет обоим уравнениям, её называют решением системы. Иногда таких пар одна, иногда много, а иногда общих решений совсем нет.

Типичный школьный случай

В 7 классе чаще всего рассматривают системы из двух линейных уравнений с двумя переменными. Такие задания удобно решать вычислениями и проверять на графике.



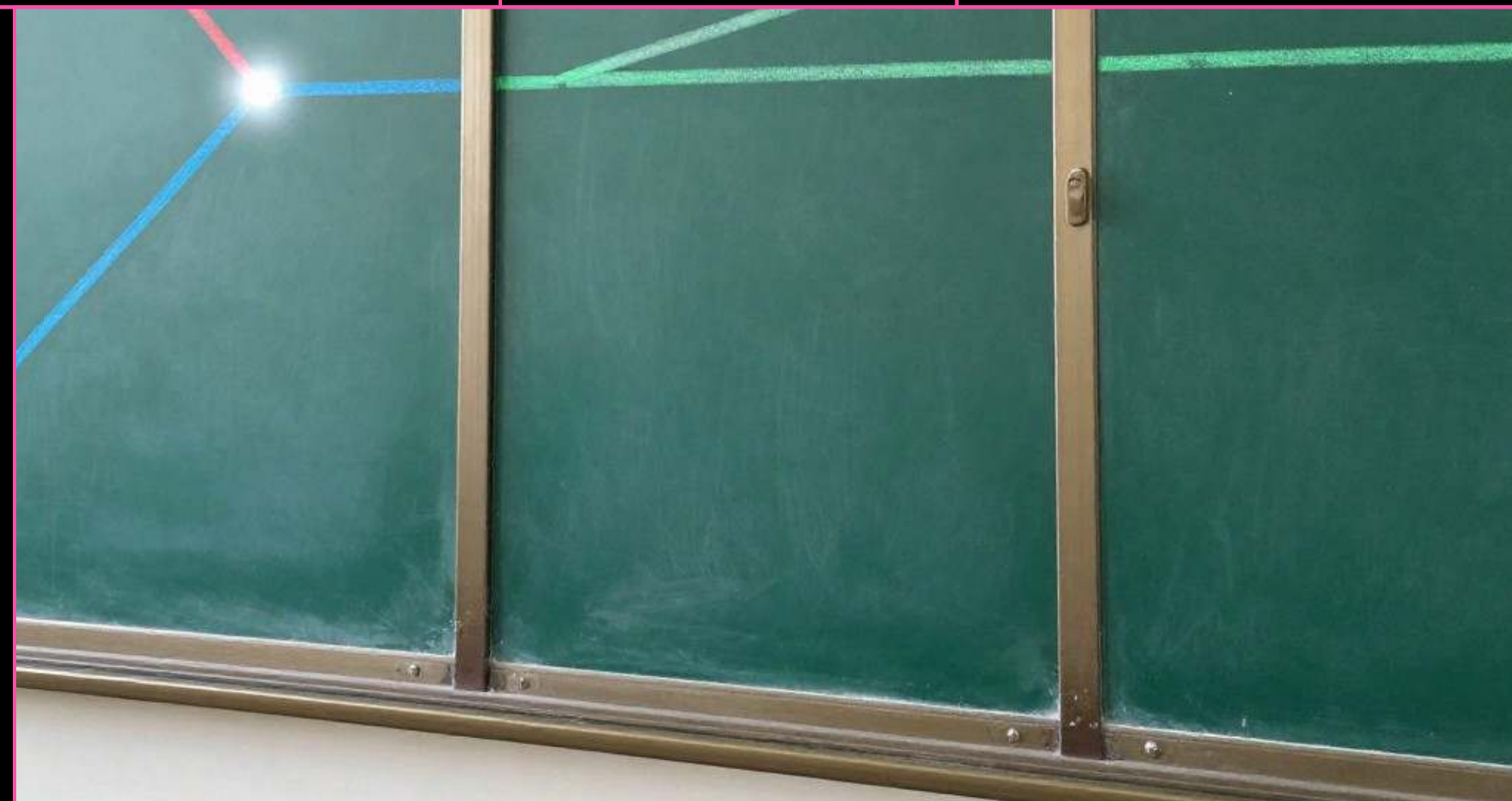
СКОЛЬКО РЕШЕНИЙ МОЖЕТ БЫТЬ У СИСТЕМЫ

Число решений зависит от того, как расположены две прямые на плоскости.

Если прямые пересекаются, совпадают или параллельны, меняется число решений системы.

Случай	Прямые	Результат
Одно решение	Пересекаются	Одна точка
Бесконечно много	Совпадают	Общая прямая
Нет решений	Параллельны	Общих точек нет

ГРАФИЧЕСКИЙ СМЫСЛ РЕШЕНИЯ



КАЖДОЕ УРАВНЕНИЕ — ПРЯМАЯ

Любое линейное уравнение с двумя переменными задаёт на координатной плоскости прямую. Поэтому систему удобно рассматривать как встречу двух прямых, а не только как набор вычислений.

ТОЧКА ПЕРЕСЕЧЕНИЯ

Если прямые пересекаются, их общая точка и есть решение системы. Её координаты одновременно удовлетворяют обоим уравнениям, поэтому ответ получается один.

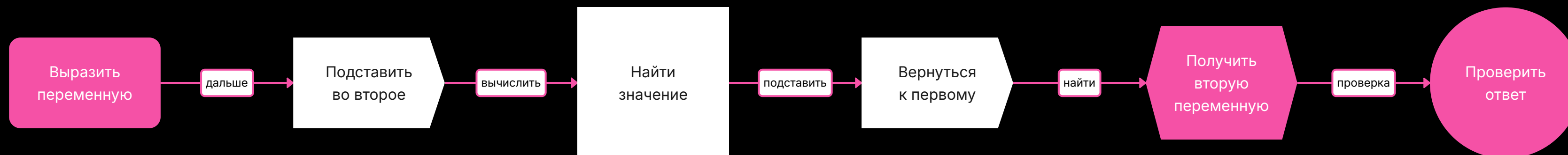
ДРУГИЕ СЛУЧАИ

Когда прямые параллельны, общих точек нет, и решения отсутствуют. Если прямые совпадают, общих точек бесконечно много, поэтому система имеет бесконечно много решений.



АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ ПОДСТАНОВКОЙ

Последовательность шагов при решении системы подстановкой





КОГДА ПОДСТАНОВКА ОСОБЕННО УДОБНА



ПРОСТЫЕ ЧИСЛА И ОТВЕТ

Метод особенно удобен в заданиях с небольшими целыми числами, где после подстановки быстро получается целый ответ. Такой ход решения легче понять и проверить по обоим уравнениям.



ОДНА ПЕРЕМЕННАЯ УЖЕ ВЫДЕЛЕНА

Если в одном уравнении переменная уже выражена через другую, подстановка получается почти готовой. Тогда остаётся только перенести выражение во второе уравнение и аккуратно выполнить вычисления.



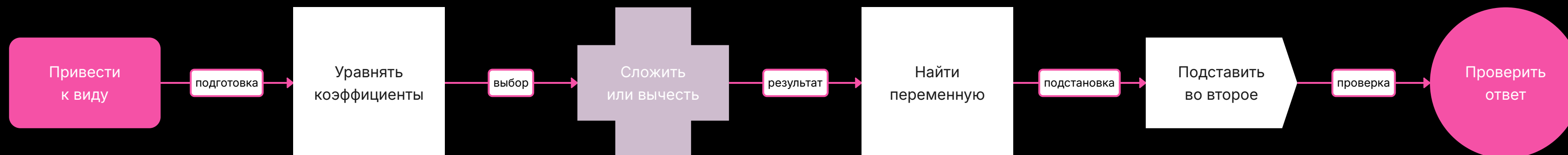
КОЭФФИЦИЕНТ 1 ИЛИ -1

Когда при переменной стоит 1 или -1, её легко выделить без дробей и длинных преобразований. Это делает решение короче и уменьшает риск ошибки в знаках.



АЛГОРИТМ РЕШЕНИЯ СЛОЖЕНИЕМ

Последовательность шагов при решении системы методом сложения





ИДЕЯ МЕТОДА СЛОЖЕНИЯ

УБИРАЕМ ОДИНАКОВЫЕ СЛАГАЕМЫЕ

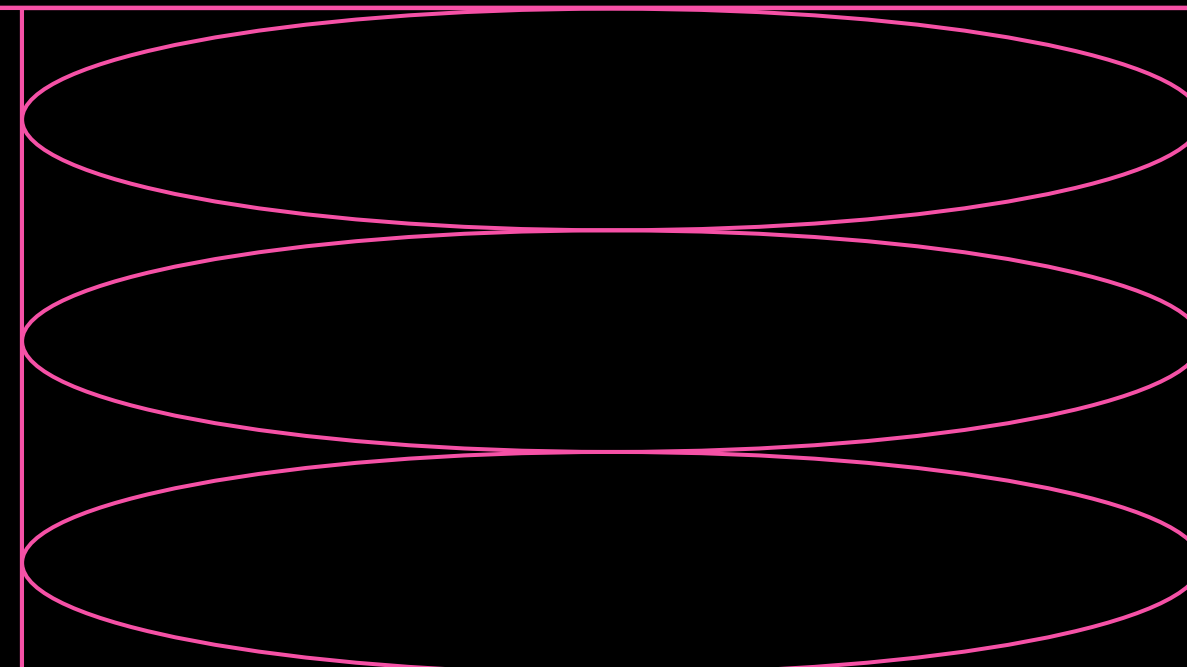
Если в двух уравнениях есть одинаковые или противоположные слагаемые, их можно уничтожить сложением или вычитанием. Тогда остаётся одно уравнение с одной переменной.

01

ПОДБИРАЕМ КОЭФФИЦИЕНТЫ

Иногда уравнения нужно предварительно умножить, чтобы коэффициенты при одной переменной стали равны по модулю. После этого одна переменная исчезает при сложении.

02



КОГДА СПОСОБ УДОБНЕЕ

Метод хорошо работает, если коэффициенты целые и небольшие. В таких задачах вычисления получаются короче, чем при подстановке, особенно когда выражения были бы длинными.

03

ЧТО ПОЛУЧАЕТСЯ В КОНЦЕ

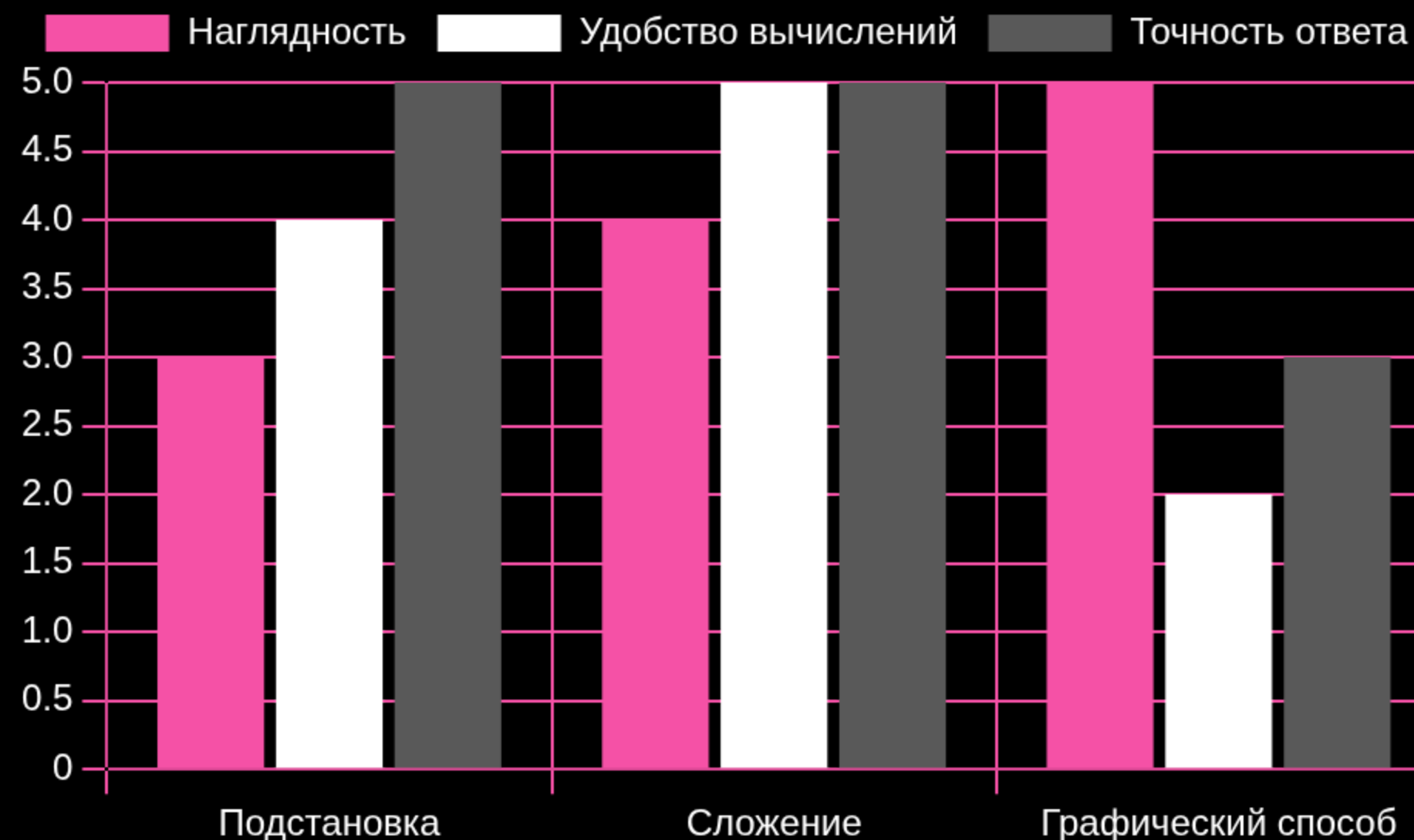
Сначала находят значение одной переменной, затем подставляют его в одно из исходных уравнений и вычисляют вторую. Полученную пару чисел обязательно проверяют.

04

СРАВНЕНИЕ ТРЁХ СПОСОБОВ РЕШЕНИЯ

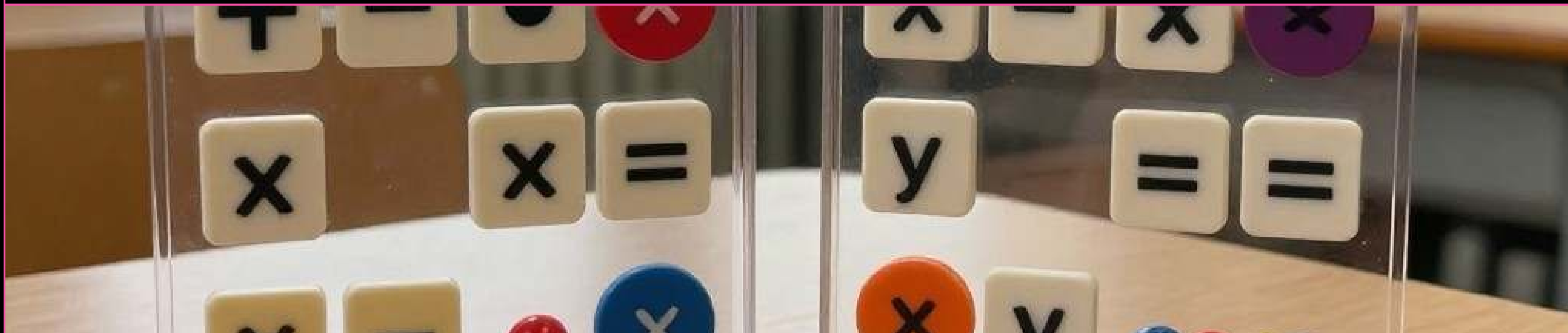
Выбор метода зависит от записи системы и целей решения: иногда важнее скорость, а иногда – понятность каждого шага.

Подстановка и сложение дают точный ответ, а графический способ лучше показывает смысл, чем детали вычислений.



Сравнительная оценка по материалам школьного курса алгебры 7 класса; шкала 1–5.

ПРОВЕРКА НАЙДЕННОГО РЕШЕНИЯ



ПОДСТАВЬТЕ ЗНАЧЕНИЕ

Возьмите найденные x и y и аккуратно подставьте их в первое уравнение системы, сохраняя скобки, знаки действий и порядок вычислений.

01

ПРОВЕРЬТЕ ВТОРОЕ УРАВНЕНИЕ

Затем выполните подстановку во второе уравнение. Если оба равенства верны, пара чисел действительно является решением всей системы.

02

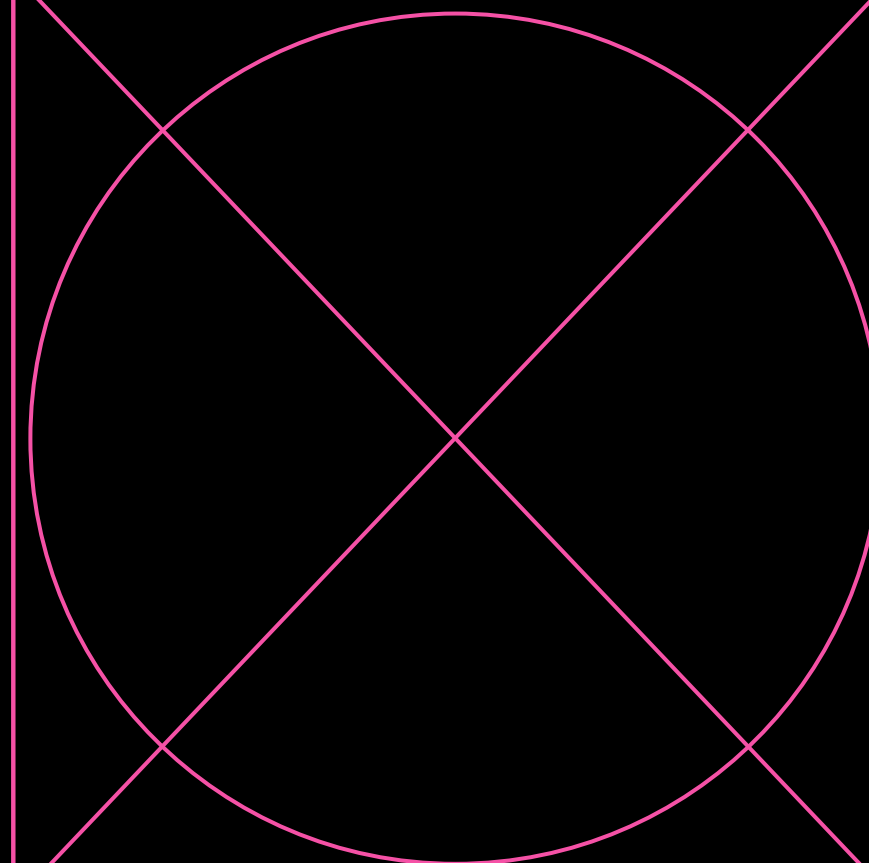
СРАВНИТЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Если хотя бы одно уравнение не выполняется, проверьте вычисления, знаки и саму запись ответа. Такая проверка особенно важна после длинных преобразований.

03



ПУТЬ К ОТВЕТУ В ЗАДАЧЕ О ПОКУПКАХ



Условие задачи

Известны количество двух товаров и общая сумма покупки. Эти данные задают два условия, которые нужно перевести на язык уравнений.

01

Составление системы

Одно уравнение выражает общее число предметов, другое – общую стоимость. После этого задача превращается в систему с двумя неизвестными.

02

Нахождение и проверка

Решают систему, узнают количество каждого товара и подставляют ответ обратно в условие. Так легко убедиться, что покупка описана верно.

03

Типичные ошибки при решении систем

Эти ошибки встречаются чаще всего и мешают получить правильную пару чисел с первого раза.

Большинство ошибок связано не с самой идеей метода, а с невнимательностью при преобразованиях и подстановке.

Ошибка	К чему ведёт	Как избежать
Скобки	Неверный знак	Раскрывать по шагам
Минус	Искажённый ответ	Проверять каждый знак
Нет проверки	Пропущенная ошибка	Подставлять в оба уравнения

КАК ПОСТРОИТЬ ПРЯМЫЕ НА КООРДИНАТНОЙ ПЛОСКОСТИ



ДВЕ ОПОРНЫЕ ТОЧКИ

Чтобы провести прямую, достаточно найти две точки, принадлежащие уравнению. После этого их отмечают на плоскости и соединяют ровной линией.



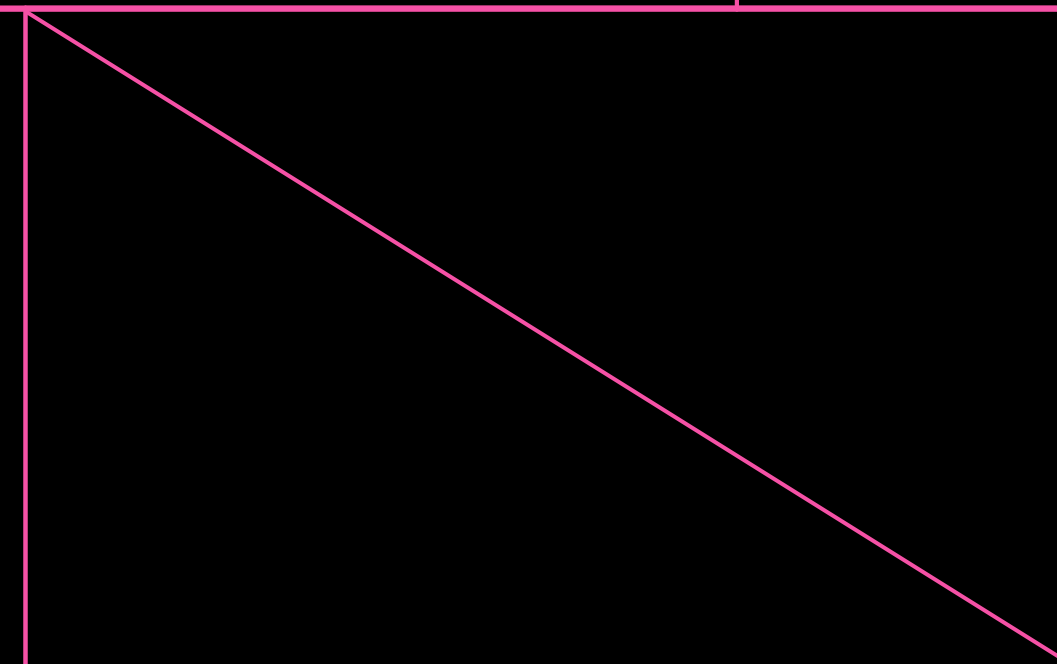
УДОБНЫЕ ПОДСТАНОВКИ

Часто выбирают $x = 0$ или $y = 0$, а также значения, при которых получаются целые координаты. Это ускоряет построение и делает график аккуратным.



СМЫСЛ ГРАФИКА

По расположению прямых видно, пересекаются ли они, совпадают или идут параллельно. Так алгебраическое уравнение превращается в наглядный рисунок.

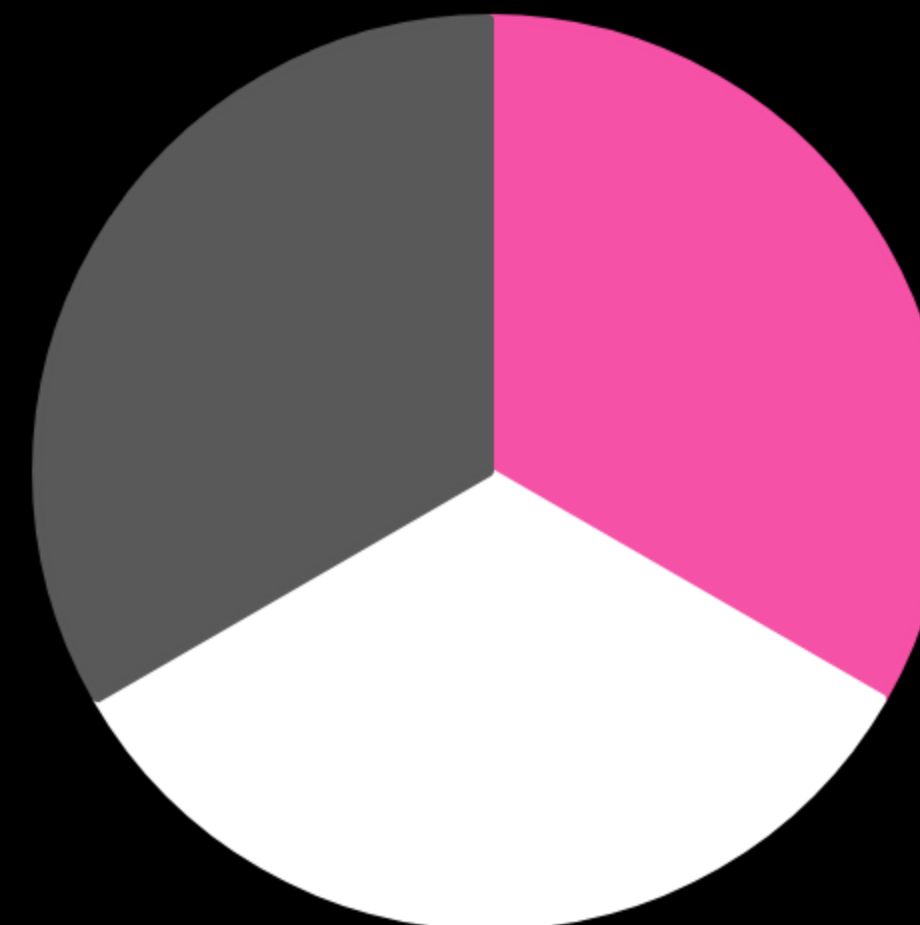


ТРИ ВИДА СИСТЕМ НА ГРАФИКЕ

Круговая схема показывает только три возможных случая расположения прямых, без сравнения их сложности или частоты в заданиях.

У любой системы из двух линейных уравнений геометрический вид сводится к одному из трёх случаев.

Пересекающиеся прямые
 Совпадающие прямые
 Параллельные прямые



Схематическая иллюстрация по теме «Системы линейных уравнений с двумя переменными».

ГДЕ ВСТРЕЧАЮТСЯ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ



Дорога и время

В задаче о движении два условия часто связывают путь, скорость и время. Один участник едет быстрее, другой – медленнее, но оба описываются одинаковыми формулами. По этим данным удобно составить систему и найти неизвестные величины.



Покупки в магазине

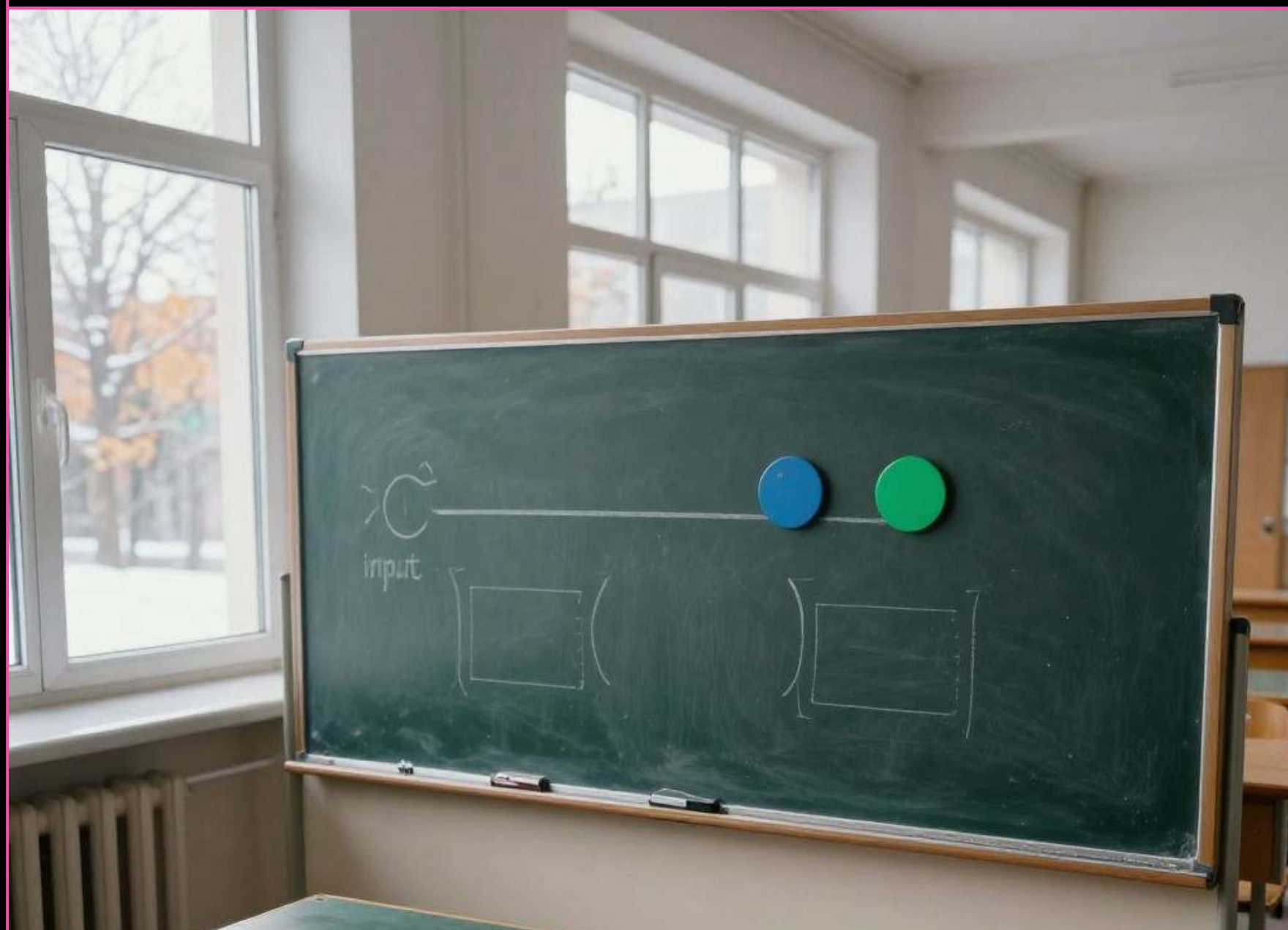
Если известны количество товаров и общая цена, задача быстро превращается в систему. Один товар может стоить дороже другого, поэтому нужно отдельно учесть число штук и стоимость каждой покупки. Такой сюжет хорошо знаком школьникам.



Смеси и возраст

В задачах на смеси и возраст два условия помогают связать разные стороны одной ситуации. Для смеси это могут быть масса и содержание вещества, для возраста – разница лет и сумма возрастов. Здесь особенно важно внимательно читать условие.

КАК БЫСТРО ПОНЯТЬ, ВЕРЕН ЛИ ОТВЕТ



Подставьте обе переменные

Возьмите найденные x и y и подставьте их в каждое уравнение системы. Это самый надёжный способ сразу увидеть, подходит ли ответ.

Сверьте равенства

Если в обоих уравнениях левая и правая части совпадают, решение верно. Даже одна ошибка означает, что пара чисел системе не подходит.

Ищите источник сбоя

Когда ответ не проходит проверку, проверьте знаки, скобки и составление уравнений. Такая проверка особенно полезна после длинных вычислений.

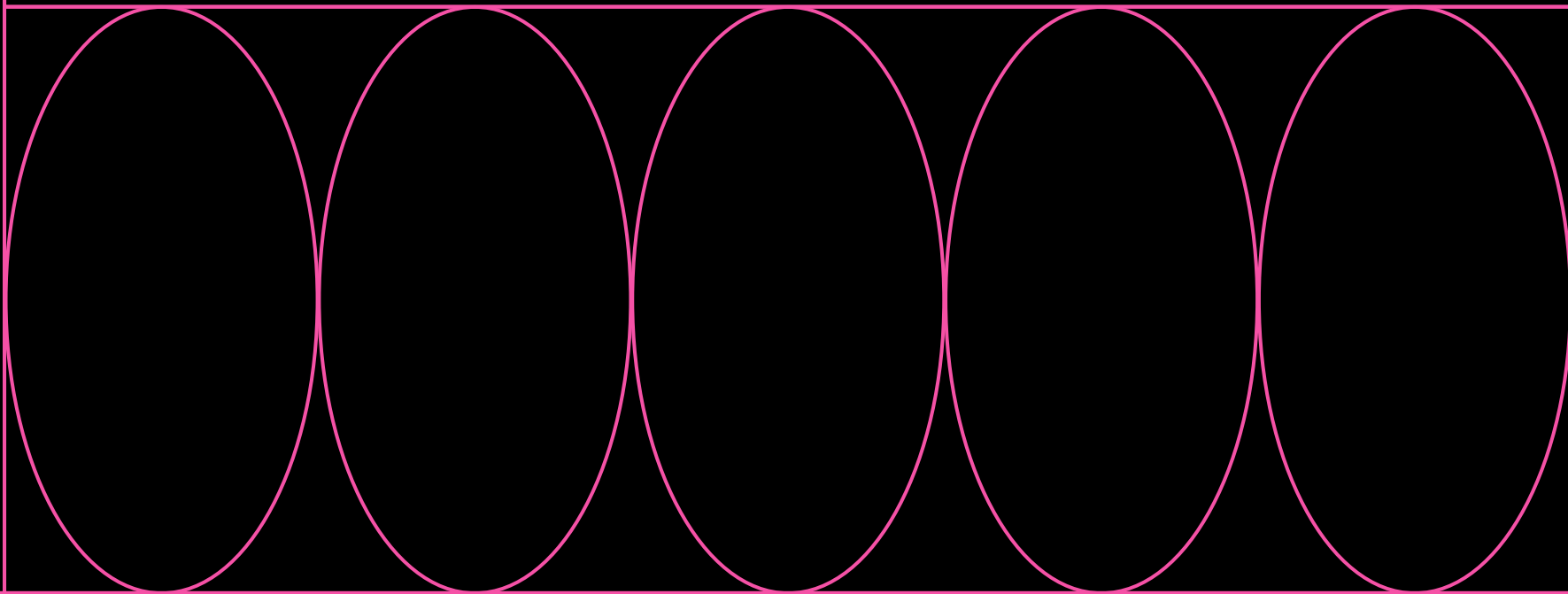
ПРИЗНАКИ ТРЁХ СЛУЧАЕВ У СИСТЕМЫ

Случай	Решений	Результат
Пересекаются	1	Одна пара
Параллельны	0	Нет решения
Совпадают	∞	Много пар

Таблица помогает быстро связать вид прямых на графике с количеством решений системы.

Положение прямых полностью определяет число решений: одна точка, ни одной точки или бесконечно много общих точек.

***ГЛАВНОЕ
О СИСТЕМАХ
ЛИНЕЙНЫХ
УРАВНЕНИЙ***



Системы с двумя переменными показывают, как два условия описывают одну ситуацию. Подстановка, сложение и график помогают найти ответ, а проверка делает его надёжным и точным.