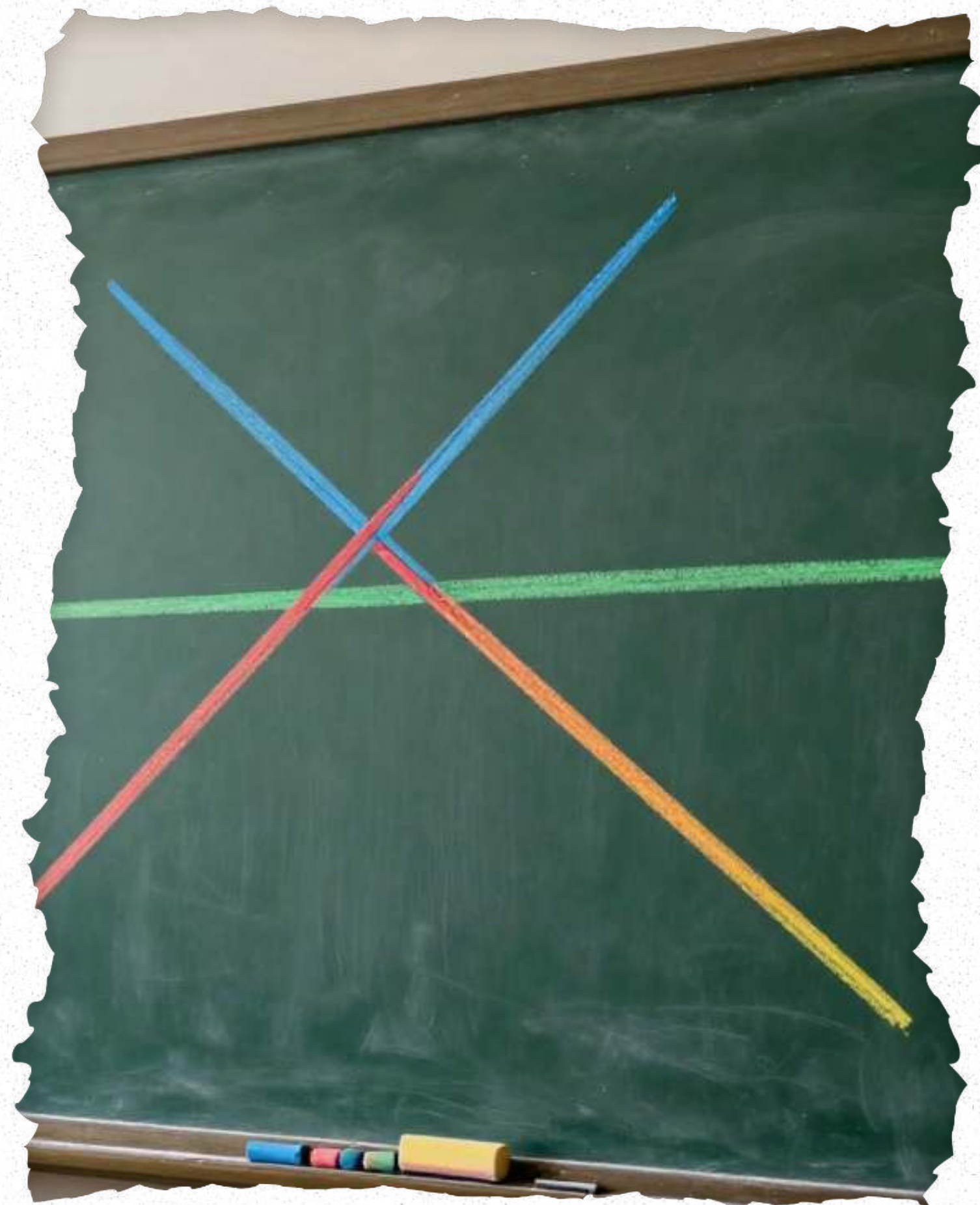


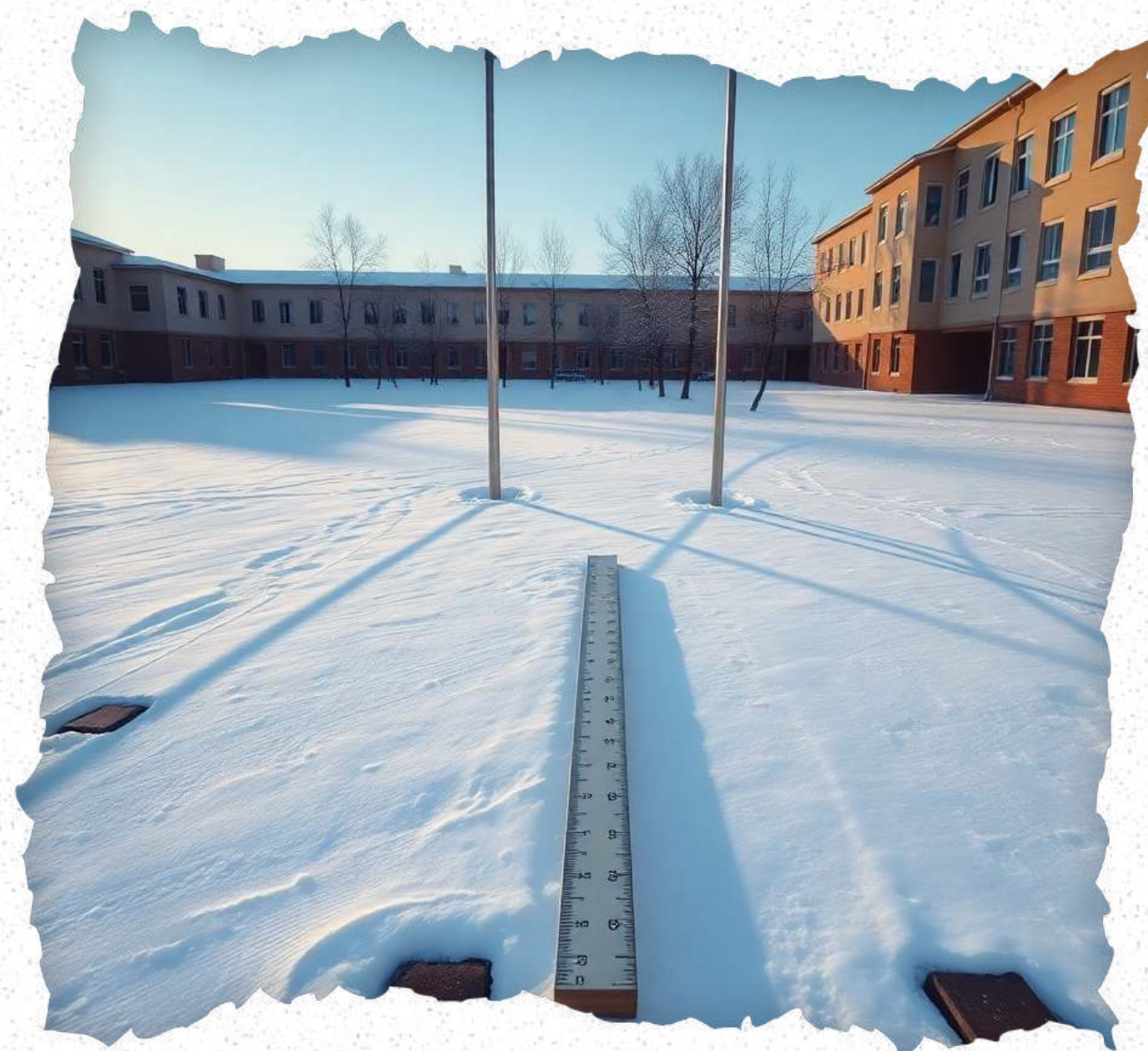
Взаимное расположение графиков линейных функций

Как понять, где пересекутся, совпадут или разойдутся прямые?



Почему линейные функции важны в жизни

- Линейные зависимости помогают описывать движение, стоимость и изменения во времени. Сравнивая их графики, легко увидеть общие точки, различия в росте и связь между коэффициентами уравнения и положением прямой на плоскости.



Вид линейной функции $y = kx + b$

1. Коэффициент k

Коэффициент k задаёт наклон прямой. Если k положителен, график поднимается слева направо; если отрицателен, опускается; при $k=0$ прямая становится горизонтальной.

2. Свободный член b

Коэффициент b показывает, где прямая пересекает ось y . Это значение соответствует точке графика при $x=0$ и помогает быстро построить линию.

3. Значение наклона

Чем больше $|k|$, тем заметнее наклон прямой. Поэтому по числу k можно сравнивать, какая из двух линий идёт круче, а какая — положе.

4. Общий вид записи

Запись $y=kx+b$ удобна тем, что сразу содержит два главных признака графика: наклон и положение по оси y . Именно они определяют вид прямой.

Как выглядит график линейной функции на координатной плоскости

Это всегда прямая

График линейной функции не изгибается и представляет собой одну прямую линию. Поэтому для построения достаточно найти две точки и провести через них линию.

Удобные точки

Часто берут $x=0$ и $x=1$, чтобы быстро вычислить две координаты. Такие точки помогают без лишних вычислений увидеть расположение графика на плоскости.

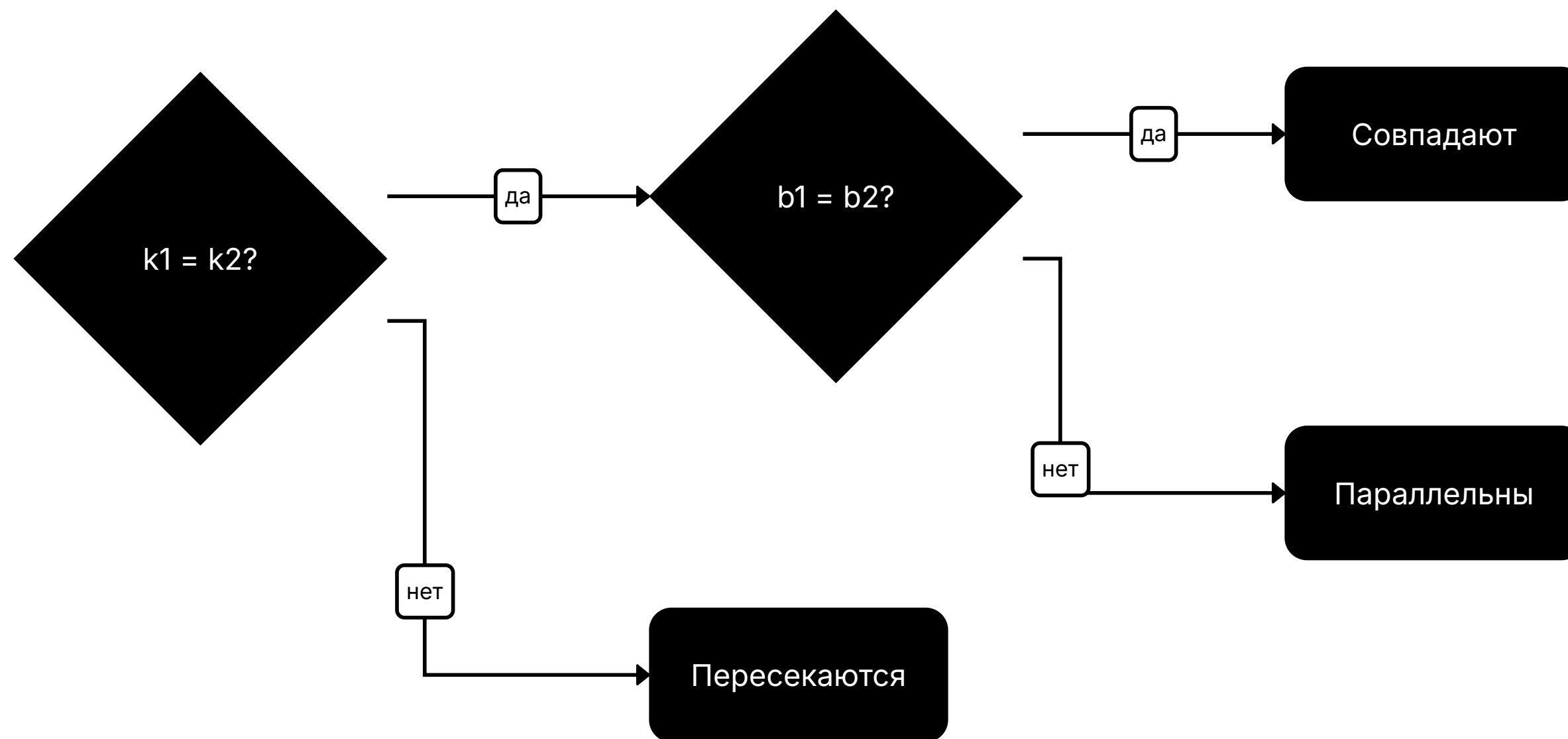
Связь записи и рисунка

По коэффициентам k и b можно заранее представить, как будет выглядеть прямая. Это делает построение графика проще и помогает проверять правильность ответа.



Три основных случая взаимного расположения прямых

Определение по коэффициентам k и b в уравнениях линейных функций



Сравнение случаев по коэффициентам

Таблица показывает, как значения k и b связаны с взаимным положением прямых и числом общих точек.

Одинаковый k означает либо параллельность, либо совпадение; разные k всегда дают одну точку пересечения.

Уравнения	Расположение	Точек
$y=2x+1 / y=2x+4$	параллельны	0
$y=3x-2 / y=3x-2$	совпадают	∞
$y=x+1 / y=-x+3$	пересекаются	1

Примеры по теме линейных функций

Параллельные прямые

Одинаковый наклон

Параллельные прямые имеют один и тот же коэффициент k . Поэтому они идут под одинаковым углом к оси x и сохраняют одинаковый наклон на всём протяжении.

Разные уровни

Если свободные члены b различаются, прямые смещены вверх или вниз относительно друг друга. Из-за этого они не встречаются и не имеют общих точек.

Пример на графике

Уравнения $y=2x+1$ и $y=2x-3$ задают параллельные прямые. Их направление одинаково, но начальные значения различаются, поэтому линии остаются на разном уровне.

Совпадающие прямые

1. Одинаковые коэффициенты

Если у двух уравнений совпадают и k , и b , они задают одну и ту же прямую. На графике это не две линии, а одна общая.

2. Разная запись

Иногда одно и то же уравнение можно преобразовать и записать по-другому. После упрощения оно всё равно описывает ту же самую прямую на плоскости.

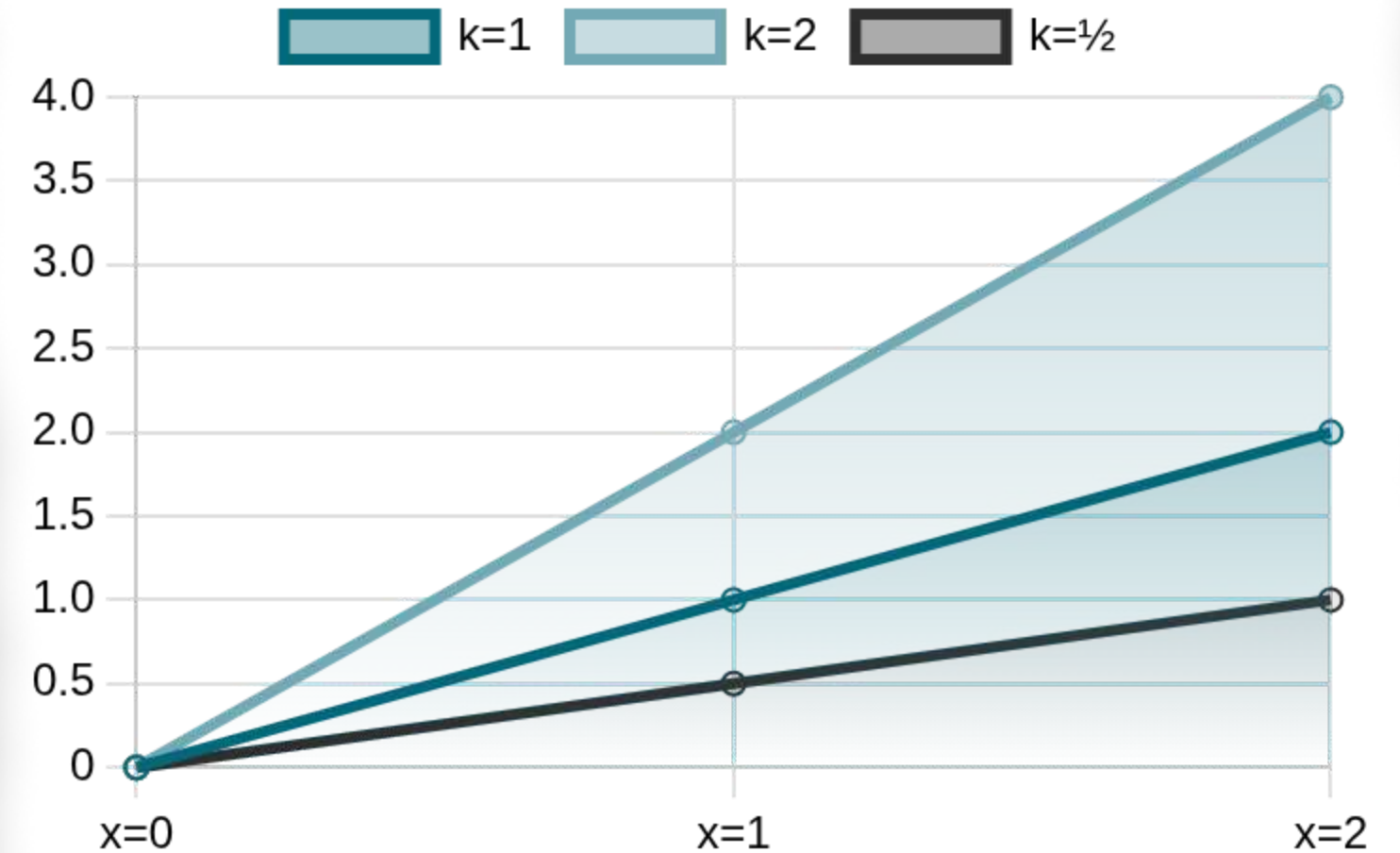
3. Пример совпадения

Уравнения $y=4x+2$ и $2y=8x+4$ обозначают одну линию. После деления второго уравнения на 2 получается та же запись, что и в первом случае.

Как коэффициент k меняет наклон прямой

На одном рисунке видно, как по-разному растут прямые при одинаковом старте. Значение k определяет, насколько быстро линия поднимается вверх.

Чем больше положительный k , тем круче наклон. Меньший k даёт более пологую прямую.



Сравнение линейных функций $y=kx$ при $x=0,1,2$

Пересекающиеся прямые

1. Разные коэффициенты k

Если коэффициенты k не равны, прямые обязательно пересекутся в одной точке. Это означает, что у двух линейных зависимостей есть единственное общее решение.

2. Одна общая точка

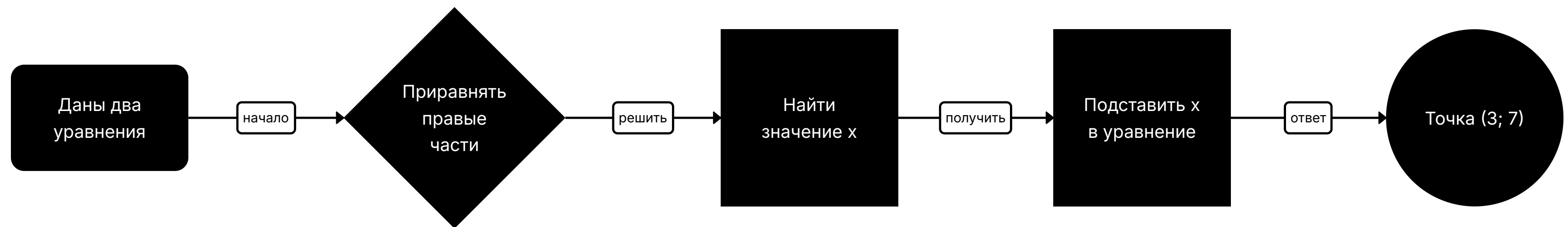
Точка пересечения показывает, при каком значении x обе функции дают одинаковый результат. На графике это место, где линии встречаются и меняют порядок.

3. Пример пересечения

Графики $y=x+2$ и $y=-2x+5$ пересекаются, потому что их наклоны различны. Одна прямая поднимается, а другая идёт вниз.

Как найти точку пересечения двух прямых

Пример: $y=2x+1$ и $y=-x+10$. Сначала приравнивают правые части, затем находят x , после чего подставляют значение в одно из уравнений.



Геометрический смысл коэффициента b

1. Точка на оси y

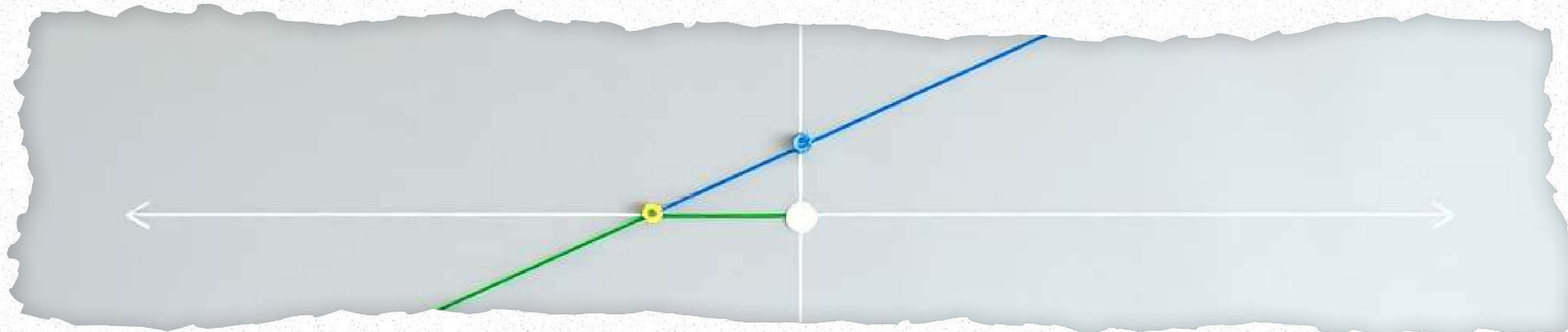
Коэффициент b показывает, где прямая пересекает ось y . Это значение равно ординате точки графика при $x=0$, поэтому сразу видно начальное положение линии на плоскости.

2. Сдвиг вверх и вниз

Если b увеличивается, прямая поднимается выше, не меняя наклона. Если b уменьшается, график опускается ниже. Так легко сравнивать две параллельные прямые по их положению.

3. Почему это важно

Зная b , можно быстро построить график по одной точке на оси y и ещё одной любой точке. Это помогает не только рисовать прямые, но и понимать их взаимное расположение.



Сравнение угла наклона у разных прямых

На графике видно, что все три прямые растут, но делают это с разной скоростью. Чем больше положительный коэффициент k , тем круче подъём линии.

Значение k определяет наклон прямой: при большем k линия поднимается быстрее, при меньшем — медленнее. Это удобно для сравнения графиков.



Составлено по свойствам углового коэффициента линейной функции

Параллельные прямые не пересекаются

Одинаковый наклон

Сначала проверяют коэффициент k . Если он одинаковый у двух уравнений, обе прямые идут под одним углом к оси x .

Разные уровни

Затем сравнивают b . Разные свободные члены означают, что прямые сдвинуты вверх или вниз, поэтому у них нет общей точки.

Вывод для задач

В задачах это часто похоже на два тарифа с одинаковым изменением, но разной начальной платой. Графики остаются на постоянном расстоянии друг от друга.

Мини-примеры для проверки правила

1-е уравнение	2-е уравнение	Ответ
$y=3x+5$	$y=3x-1$	параллельные
$y=-x+4$	$y=-x+4$	совпадающие
$y=2x-3$	$y=-x+6$	пересекающиеся

Сравните коэффициенты k и b , чтобы быстро определить взаимное расположение прямых.

Одинаковый k при разных b даёт параллельные прямые, одинаковые k и b — совпадающие, разные k — пересекающиеся.

Учебные примеры по теме линейных функций

Типичные ошибки при сравнении графиков

Смотрят только на b

Одна из самых частых ошибок — делать вывод по свободному члену b , не сравнив коэффициент k . Но именно k отвечает за наклон прямой и часто определяет результат.

Путают разные b с пересечением

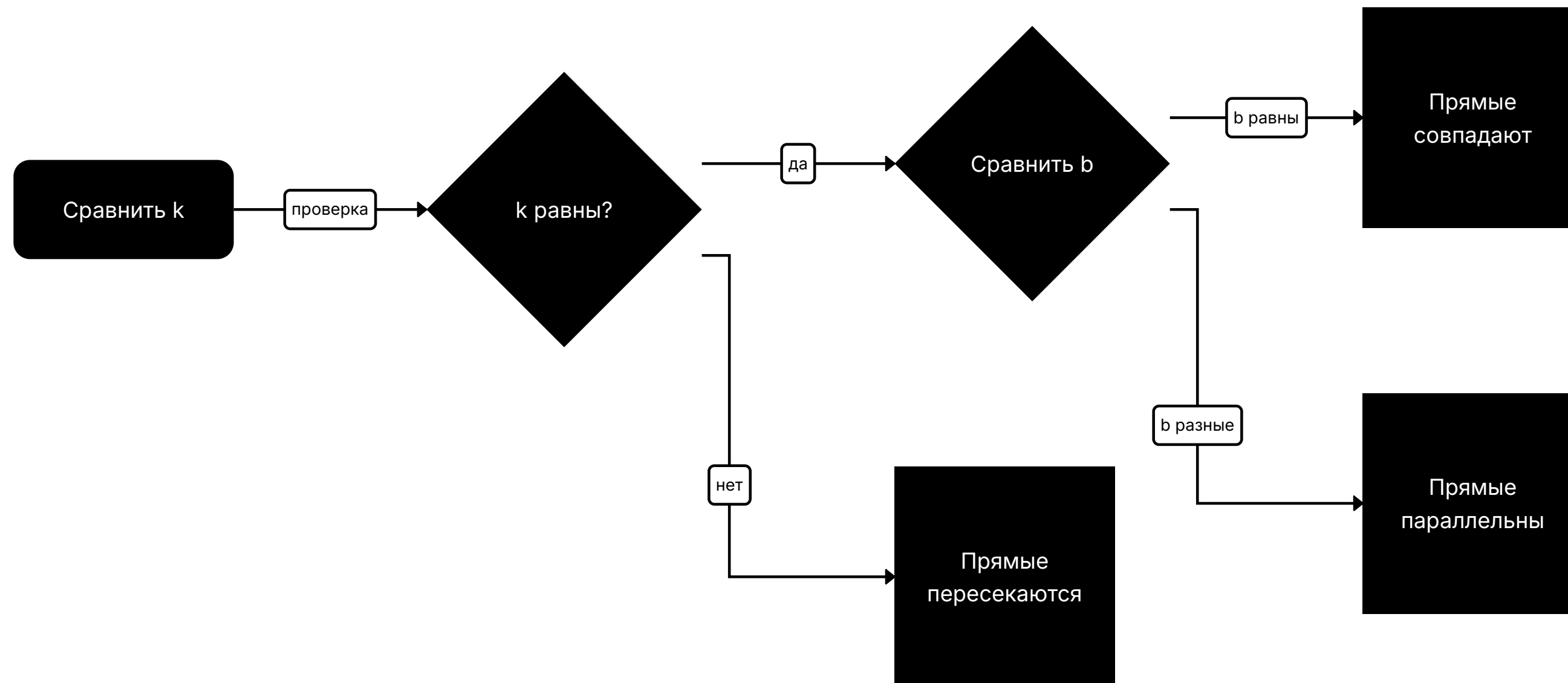
Разные значения b не означают, что прямые обязательно пересекутся. Если k одинаковы, линии будут параллельными, а значит, не имеют общих точек.

Забывают про разные k

Если коэффициенты k различны, прямые обязательно пересекаются в одной точке. Поэтому сначала нужно проверять наклон, а уже потом смотреть на положение графиков по оси y .

Алгоритм определения взаимного расположения графиков

Сравнение коэффициентов k и b помогает быстро определить, совпадают ли прямые, параллельны они или пересекаются.



Линейные функции в реальных задачах



Два тарифа на одну поездку

Представьте два тарифных плана такси: у каждого есть фиксированная плата и одинаковая цена за километр. Их графики будут параллельными, если меняется только начальный взнос. Точка пересечения появится лишь тогда, когда оба варианта дадут одинаковую стоимость при одном расстоянии.



Скорость и время в пути

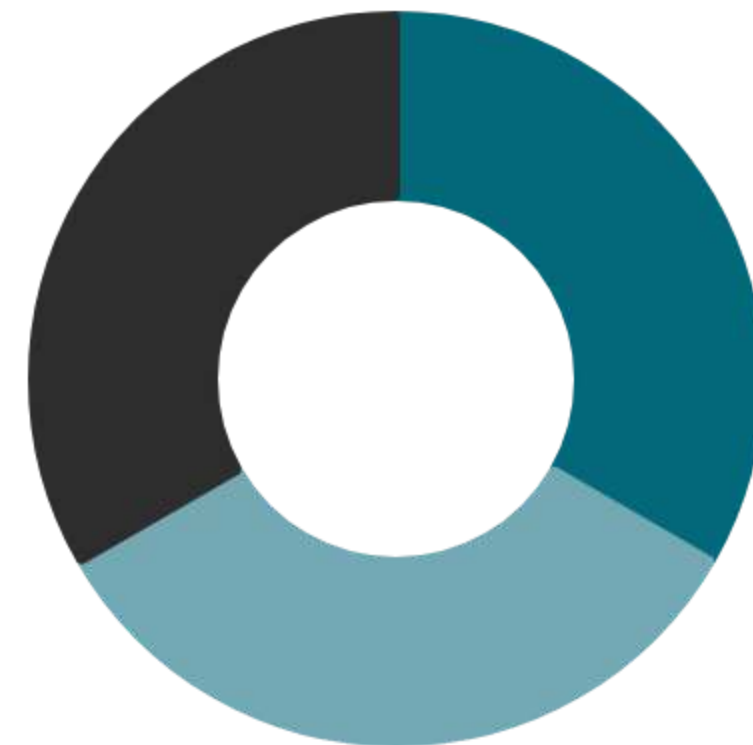
Если два человека идут с постоянной скоростью, их расстояние от старта можно описать линейными функциями. Пересечение графиков показывает момент, когда они окажутся на одном расстоянии, а параллельность — что отрыв между ними не меняется.

Итоговая схема трёх случаев

Все варианты взаимного расположения прямых сводятся к трём основным случаям. Достаточно сравнить коэффициенты k и свободные члены b .

Равные k и b означают совпадение, равные k при разных b — параллельность, разные k — пересечение в одной точке.

Совпадают Параллельны
Пересекаются



Обобщение правил для графиков линейных функций

Главный вывод по теме

Взаимное расположение графиков линейных функций определяется двумя числами: k и b . Сравнив их, можно сразу понять, совпадают ли прямые, параллельны они или пересекаются, и уверенно решать задачи по теме.