

Сложение и вычитание рациональных чисел



Учимся считать с положительными и отрицательными числами.

Где встречаются знаки «+» и «−»

Положительные и отрицательные числа помогают описывать температуру, деньги, высоту, координаты и изменения величин. Знак показывает не только число, но и направление: больше, меньше, выше, ниже, прибавить или убавить.



Что называют рациональными числами

Запись в виде дроби

Рациональное число можно представить как дробь a/b , где a и b — целые числа, а b не равно нулю. Это удобная общая форма для многих чисел.

Почему важны целые числа

На этом уроке чаще всего используют целые числа, потому что на них проще увидеть роль знака, сравнить модули и освоить правила сложения и вычитания.

Какие числа входят

К рациональным относятся целые числа, обыкновенные дроби, десятичные дроби и смешанные числа после преобразования. Все они описывают числа без выхода за рамки этой темы.

Связь с вычислениями

Понимание рациональных чисел помогает не только считать, но и правильно читать выражения со скобками, знаком минус и противоположными числами.

Положительные, отрицательные числа и нуль

01

Положительные числа

Числа больше нуля называют положительными. Их обычно записывают без знака или со знаком плюс, когда важно подчеркнуть направление или сравнение с другими величинами.

02

Отрицательные числа

Числа меньше нуля называют отрицательными. Они записываются со знаком минус и показывают значение, расположенное ниже нуля, левее на прямой или уменьшение величины.

03

Роль нуля

Нуль не относится ни к положительным, ни к отрицательным числам. Он служит начальной точкой отсчета и помогает сравнивать числа по расстоянию и положению.

Числовая прямая и движение по ней

Порядок чисел

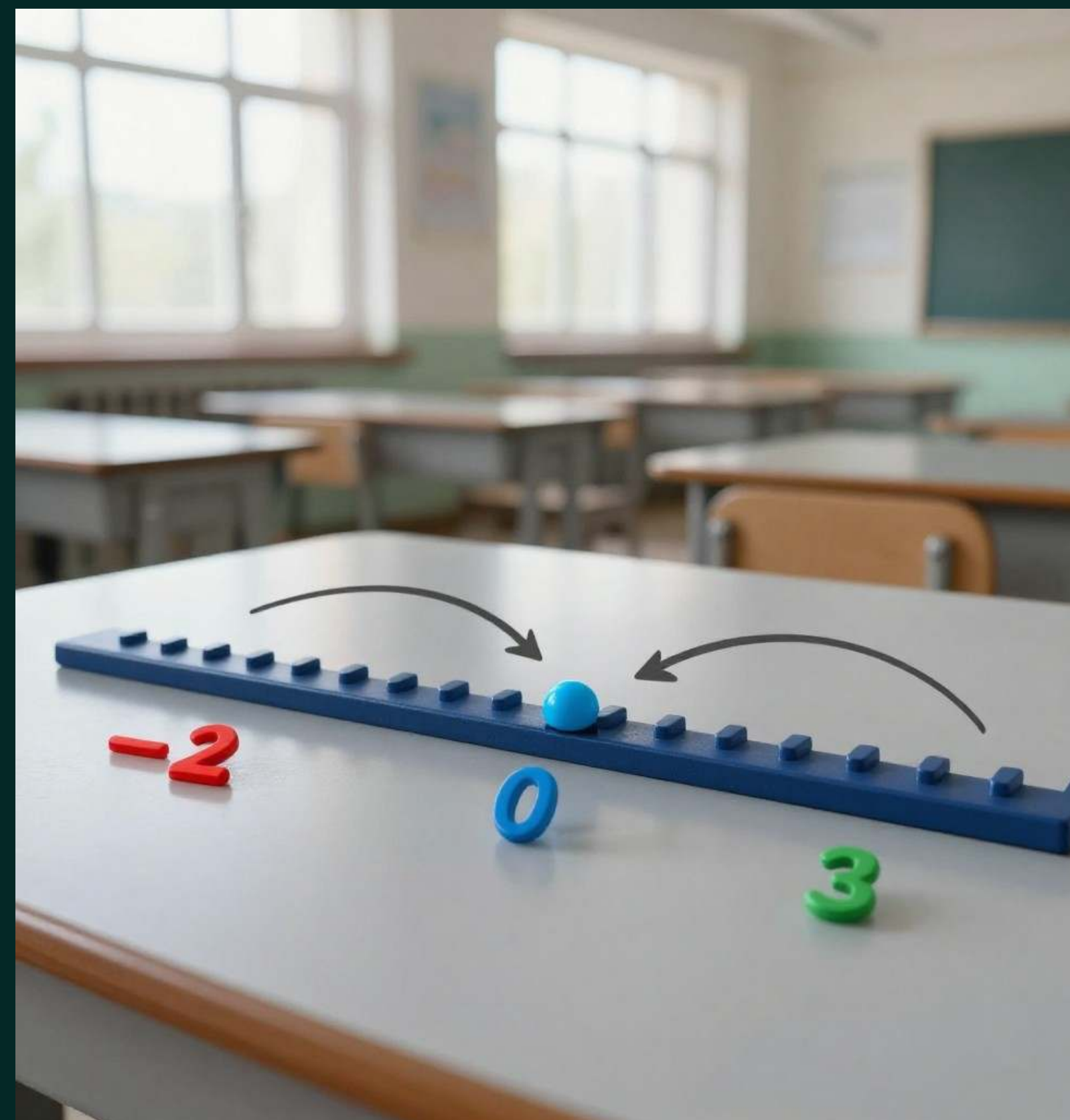
На числовой прямой числа располагаются слева направо от меньшего к большему. Чем правее находится число, тем оно больше по значению.

Направление движения

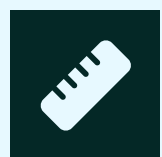
Переход вправо означает увеличение числа, а движение влево — уменьшение. Это удобно понимать при сложении и вычитании, особенно с отрицательными числами.

Стрелки и точки

На прямой можно отмечать точки 0, 3 и -2 , а затем показывать стрелками, как меняется значение при каждом действии. Так вычисление становится наглядным.



Ключевые понятия темы



Модуль числа

Модуль показывает расстояние от числа до нуля на числовой прямой. Поэтому он всегда неотрицателен: у положительных, отрицательных чисел и у нуля есть свой модуль.



Противоположные числа

Противоположные числа находятся по разные стороны от нуля на одинаковом расстоянии. Их модули равны, а сумма всегда даёт ноль, например 8 и -8 .



Связь со знаком

Знак числа указывает, по какую сторону от нуля оно расположено. Это помогает быстро сравнивать числа, находить результат и понимать, почему ответ может быть положительным или отрицательным.

Основные случаи сложения рациональных чисел

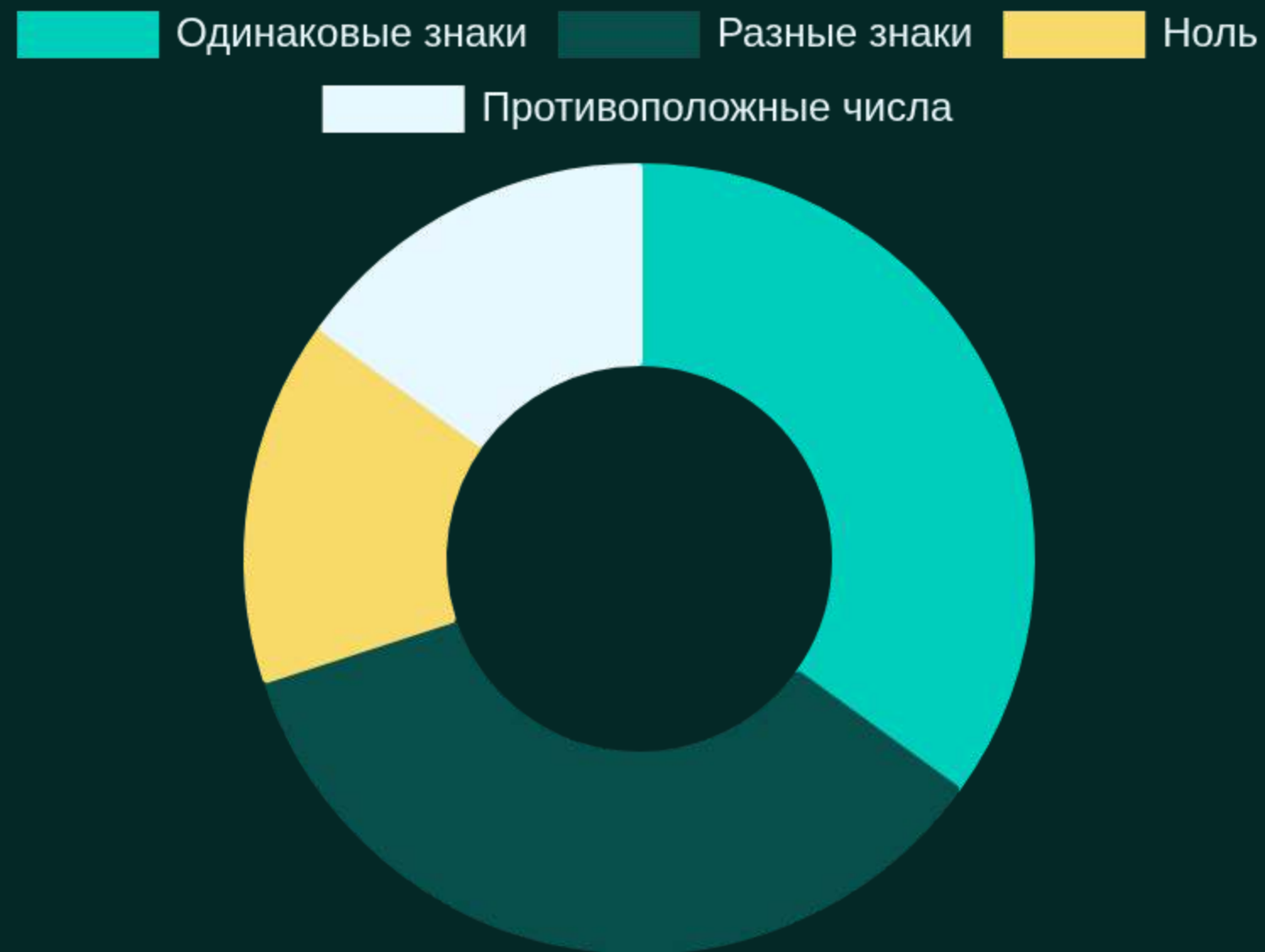


Диаграмма помогает увидеть, какие ситуации встречаются чаще всего при сложении чисел с разными знаками и одинаковыми знаками.

Главное внимание на уроке уделяется двум основным правилам: сложению одинаковых и разных знаков. Остальные случаи служат важными частными проверками.

Учебный материал по теме «Сложение и вычитание рациональных чисел».

Сложение чисел с одинаковыми знаками

01 Складываем модули

Если оба числа положительные или оба отрицательные, сначала складывают их модули. Так вычисление сводится к обычному сложению знакомых чисел без лишней путаницы.

02 Сохраняем общий знак

После сложения модулей результат получает тот же знак, который был у слагаемых. Например, $7 + 5 = 12$, а $(-7) + (-5) = -12$.

03 Работает для разных записей

Это правило применяют к целым числам, десятичным дробям и дробям после удобного преобразования. Важно сначала определить знак, а затем выполнять вычисление.

Сложение чисел с разными знаками



Сравниваем модули

Когда знаки разные, нужно выяснить, какое число дальше от нуля. Его модуль больше, поэтому именно от него зависит знак результата и итоговое значение.



Находим разность модулей

Из большего модуля вычитают меньший. Это показывает, насколько одно число «перевешивает» другое, и дает правильную величину ответа без лишних действий.

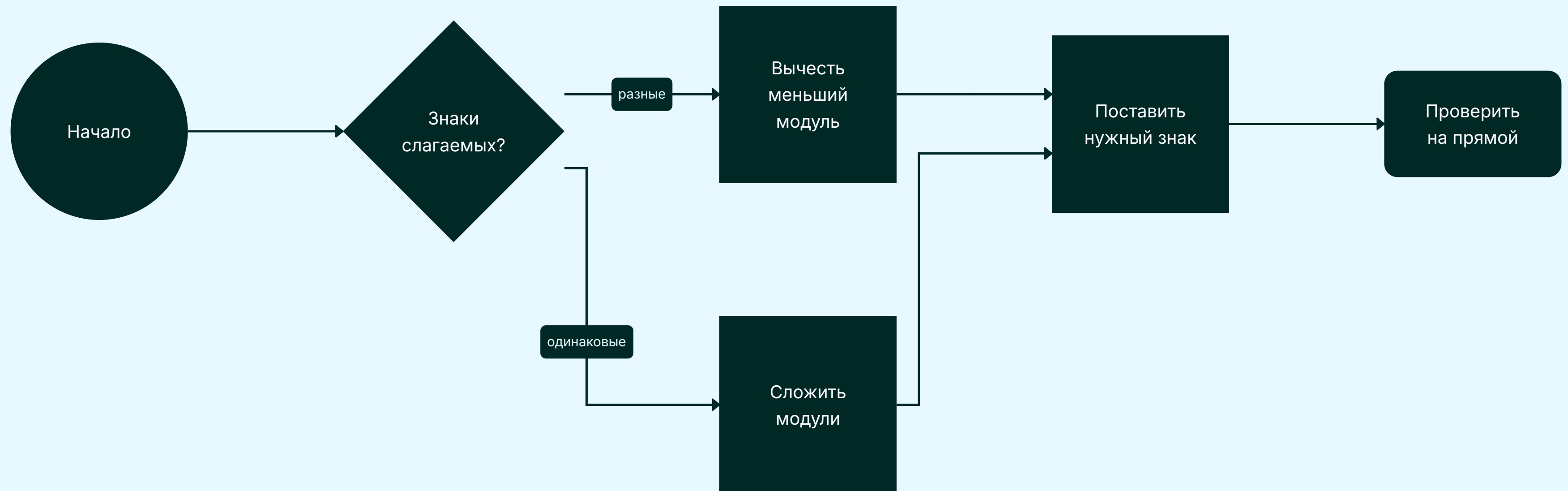


Выбираем знак ответа

Результат получает знак числа с большим модулем. Поэтому $(-9) + 4 = -5$, а $12 + (-7) = 5$, хотя сумма составлена из разных знаков.

Как складывать рациональные числа

Последовательность действий при вычислениях с положительными и отрицательными числами.



Вычитание как прибавление противоположного числа

01

Главное преобразование

Любое вычитание можно заменить сложением противоположного числа: $a - b = a + (-b)$. Такое преобразование убирает лишнюю сложность и помогает работать с любыми рациональными числами увереннее.

02

Примеры вычислений

Если нужно вычислить $6 - (-2)$, записываем $6 + 2$ и получаем 8. При выражении $-4 - 3$ сначала заменяем вычитание, затем складываем -4 и -3 , получая -7 .

03

Зачем это удобно

Это правило особенно полезно, когда в записи есть отрицательные числа и скобки. Оно делает решение короче, снижает риск ошибки и помогает быстрее проверять промежуточные шаги.



Почему при вычитании отрицательного числа появляется плюс



Вычитаем отрицательное

Если из числа вычитают отрицательное число, знак «минус» перед скобками не исчезает, а меняет действие: вместо уменьшения получается прибавление. Поэтому запись упрощается до суммы.



Движение вправо

На числовой прямой вычитание обычно означает шаг влево. Но вычитание отрицательного числа, наоборот, переносит точку вправо, потому что мы как бы убираем долг или потерю.



Только для этого случая

Переход к плюсу верен именно при вычитании отрицательного числа. В других выражениях знак минус может обозначать совсем другое действие, поэтому важно внимательно смотреть на скобки.

Примеры вычислений с рациональными числами

В таблице показаны несколько типичных выражений и способ их преобразования. По ним удобно увидеть, как работают правила сложения и вычитания с разными знаками.

Результат зависит от знаков и от того, заменено ли вычитание сложением противоположного числа.

Пример	Способ	Ответ
$7 + (-10)$	Разные знаки	-3
$(-8) + (-6)$	Одинаковые знаки	-14
$9 - (-5)$	Замена вычитания	14
$(-3) - 7$	Сложение отрицательных	-10

Примеры по теме «Сложение и вычитание рациональных чисел»

Проверка вычислений

01 | Используйте обратное действие

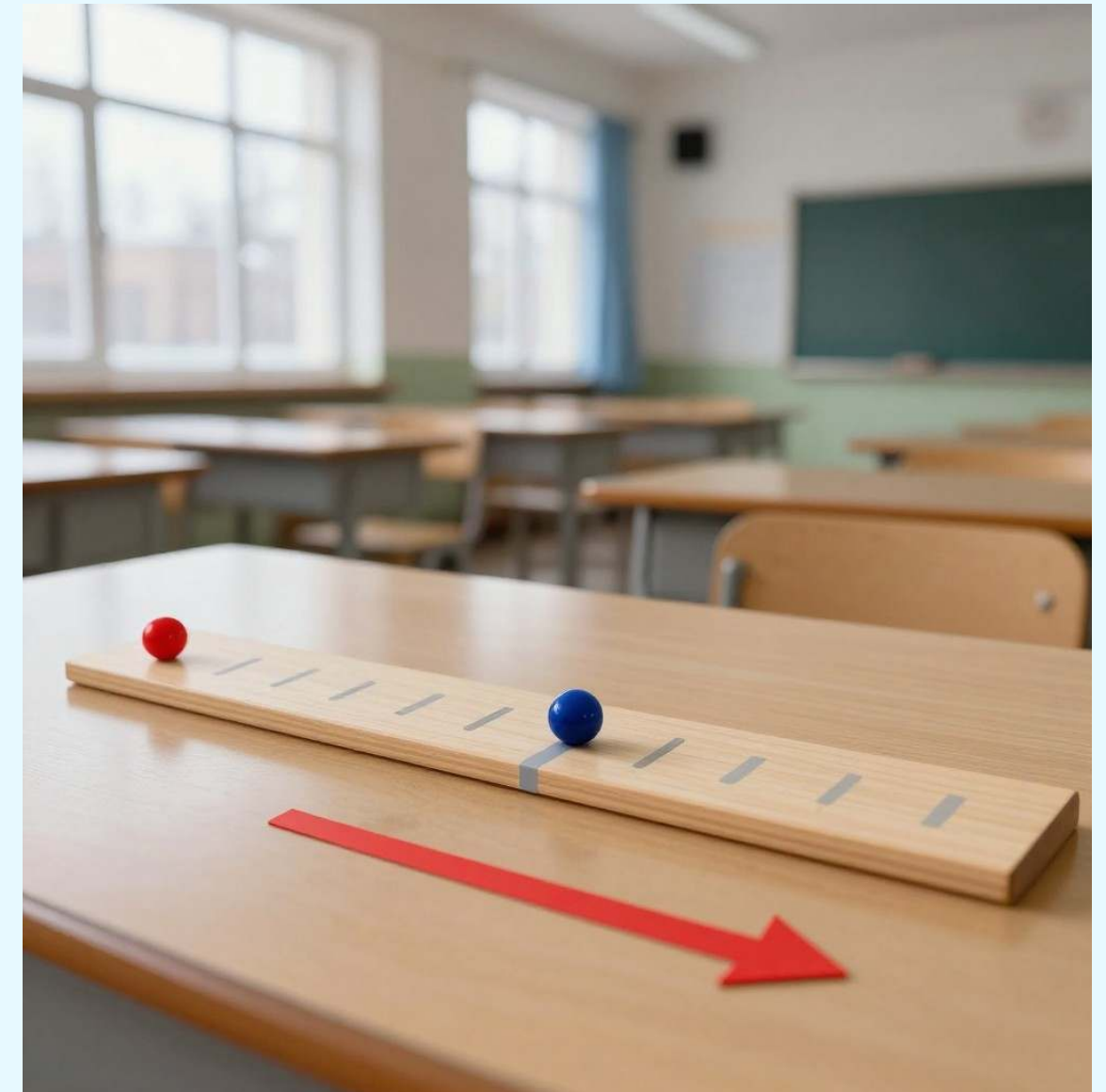
Если найдены уменьшаемое и вычитаемое, разность удобно проверить сложением. Например, после вычисления $5 - 8 = -3$ нужно убедиться, что $-3 + 8$ действительно даёт 5.

02 | Сверяйте по прямой

На числовой прямой легко увидеть, туда ли выполнен шаг и на нужное ли число единиц. Такой способ помогает заметить ошибку в знаке или в длине перехода.

03 | Не пропускайте знаки

Проверка особенно полезна там, где есть скобки и отрицательные числа. Она показывает, правильно ли был выбран способ вычисления и не допущена ли ошибка при записи ответа.



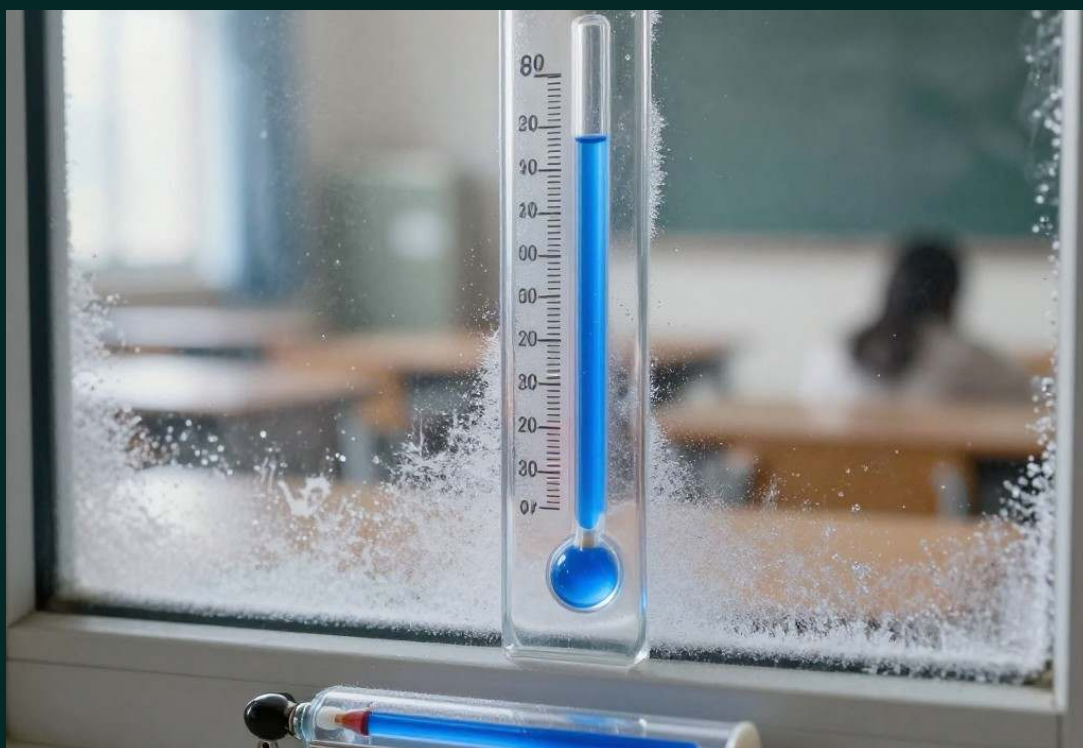
Типичные ошибки при сложении и вычитании



Иллюстративная схема для урока по теме «Сложение и вычитание рациональных чисел»

- Диаграмма помогает увидеть, какие места темы требуют особого внимания на уроке и при самопроверке. Особенно полезно отдельно проговаривать действия со знаками и скобками.
- Чаще всего ошибки возникают там, где нужно внимательно отслеживать знак результата и преобразование выражения.

Рациональные числа в повседневной жизни



Температура за окном

Утром на табло может быть -5°C , а днём — уже $+12^{\circ}\text{C}$. Разница между этими значениями показывает, как заметно меняется погода, и на числовой прямой легко увидеть переход от холода к теплу.



Деньги и долг

Если у человека есть долг 300 рублей, его удобно обозначать отрицательным числом, а сумму на счёте — положительным. Тогда любые изменения баланса можно описывать коротко и точно, не путая прибавление и уменьшение.



Высота и координаты

Высота над уровнем моря и положение на карте тоже записываются числами с разными знаками. Так можно показать, что точка находится выше или ниже начала отсчёта, а затем быстро сравнить несколько объектов между собой.

Краткие правила темы

Правило	Пример	Результат
Одинаковые знаки	$-2 + (-3)$	-5
Разные знаки	$7 + (-4)$	3
Вычитание	$6 - (-2)$	8

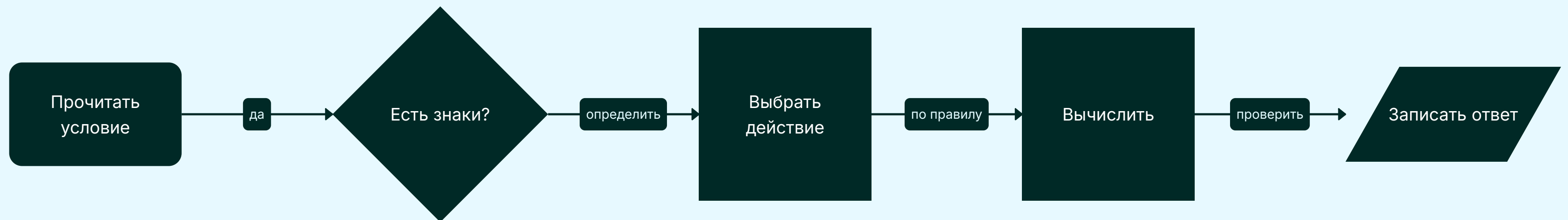
Основные правила темы «Сложение и вычитание рациональных чисел»

Эта таблица помогает быстро вспомнить основные правила и сразу увидеть их на простых примерах. Она удобна перед самостоятельной работой и при повторении материала.

Чтобы не ошибиться, нужно сначала определить знаки, затем выбрать правило и только после этого выполнять вычисление.

Решение текстовой задачи на сложение и вычитание

Порядок действий для задач с температурой, деньгами и изменением величин



3

ключевые опоры помогут решать
примеры без лишних ошибок.

Перед работой достаточно
держать в голове три
опоры: модуль,
противоположное число
и правило знака
результата. Они помогают
быстро выбрать действие
и проверить ответ.

Обобщение правил темы «Сложение и вычитание
рациональных чисел»

Главное, что нужно запомнить

Сложение и вычитание рациональных чисел строятся на знаках, модулях и числовой прямой. Если уверенно применять эти правила, вычисления становятся понятными, быстрыми и надёжными.