

# Многогранные углы: пространственные углы в геометрии 9 класса

Поймем, как устроено пространство вокруг одной вершины.



# Зачем изучать многогранные углы

Эти фигуры помогают читать объемные модели, узнавать вершины многогранников и переходить от плоских чертежей к пространственному мышлению.



# Определение многогранного угла

## 1. Общая вершина

Многогранный угол образуется вокруг одной точки, где сходятся несколько плоских углов. Эта точка объединяет все элементы фигуры и задает ее пространственное положение.

## 2. Грани и полуплоскости

Каждая полуплоскость образует одну грань многогранного угла. Вместе они ограничивают часть пространства, которую уже нельзя рассматривать как обычную плоскую фигуру.

## 3. Ребра между гранями

Линии пересечения соседних граней называются ребрами. Именно они показывают, как пространственный угол «собран» из нескольких плоских частей.

# Основные элементы многогранного угла

## Вершина

Это общая точка, в которой соединяются все элементы фигуры. По вершине легко понять, где начинается пространственный угол и откуда расходятся его грани.

## Ребра

Ребра — это линии пересечения соседних граней. Они выходят из одной вершины и помогают увидеть, как устроена форма многогранного угла на чертеже.

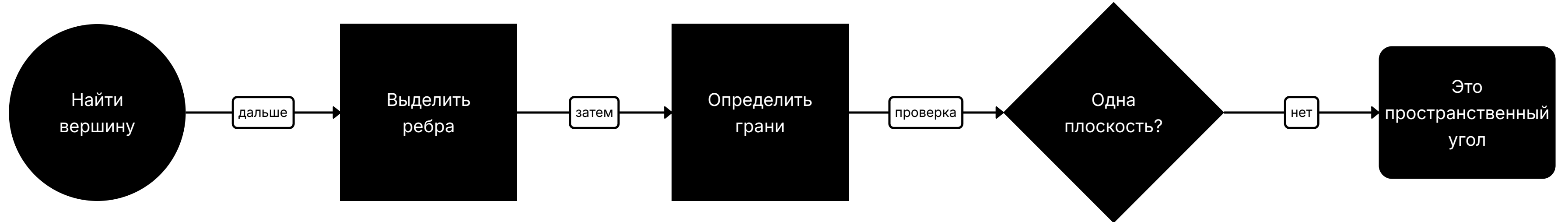
## Грани

Грани представляют собой плоские части, которые образуют угол вокруг вершины. Их расположение определяет, насколько простой или сложной будет фигура.

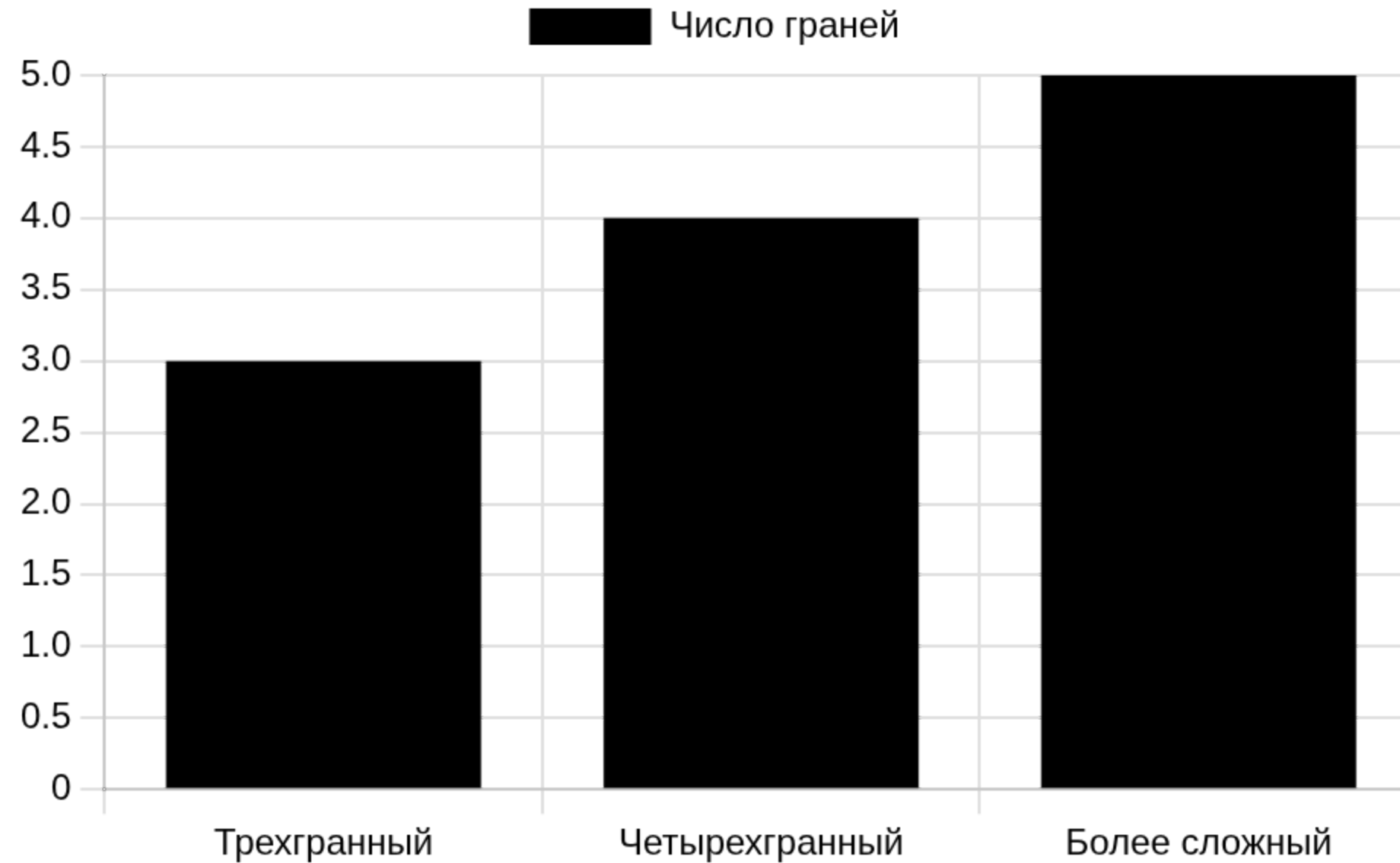


# Как распознать многогранный угол на рисунке

Последовательность признаков для анализа чертежа в школьной геометрии



# Виды многогранных углов по числу граней



Чем больше граней, тем больше ребер и тем труднее представить фигуру на чертеже.

Рост числа граней усложняет пространственную форму и требует внимательнее отслеживать все элементы.

# Плоский и многогранный угол: сравнение

Сравнение показывает, чем отличается обычный угол на плоскости от угла в пространстве.

Плоский угол описывает поворот в одной плоскости, а многогранный — строение пространства вокруг вершины.

| Признак       | Плоский | Многогранный     |
|---------------|---------|------------------|
| Размерность   | 2D      | 3D               |
| Грани/стороны | 2 луча  | несколько граней |
| Общая вершина | есть    | есть             |

# 3

**грани образуют самый  
простой многогранный угол,  
который часто  
рассматривают в школьных  
задачах.**

Трехгранный угол удобно использовать как первую модель для понимания пространственных фигур и их вершин.

*Школьный курс геометрии 9 класса*

# Примеры многогранных углов в окружающем мире

## Вершина крыши

На стыке скатов крыши легко увидеть пространственный угол: несколько плоскостей сходятся в одной точке, а их линии пересечения образуют заметные ребра. Такой пример помогает связать геометрию с архитектурой и знакомыми зданиями.



## Угол коробки

Картонная коробка показывает многогранный угол очень наглядно. В одной вершине сходятся три поверхности, а четкие ребра позволяют без труда выделить грани и увидеть, что фигура занимает пространство.



## Кристаллическая форма

Некоторые кристаллы имеют ровные грани и острые вершины, похожие на геометрические модели. Их форма хорошо иллюстрирует, как природа создает сложные пространственные углы с ясной структурой и повторяющимися элементами.



# Свойства граней и ребер

1.

## Грани плоские

Каждая грань многогранного угла является плоской частью фигуры. Именно поэтому угол нельзя считать одной плоскостью: он составлен из нескольких поверхностей вокруг общей вершины.

2.

## Ребро соединяет грани

Две соседние грани пересекаются по ребру. Это пересечение помогает понять, где одна грань заканчивается и начинается другая, когда мы рассматриваем чертеж.

3.

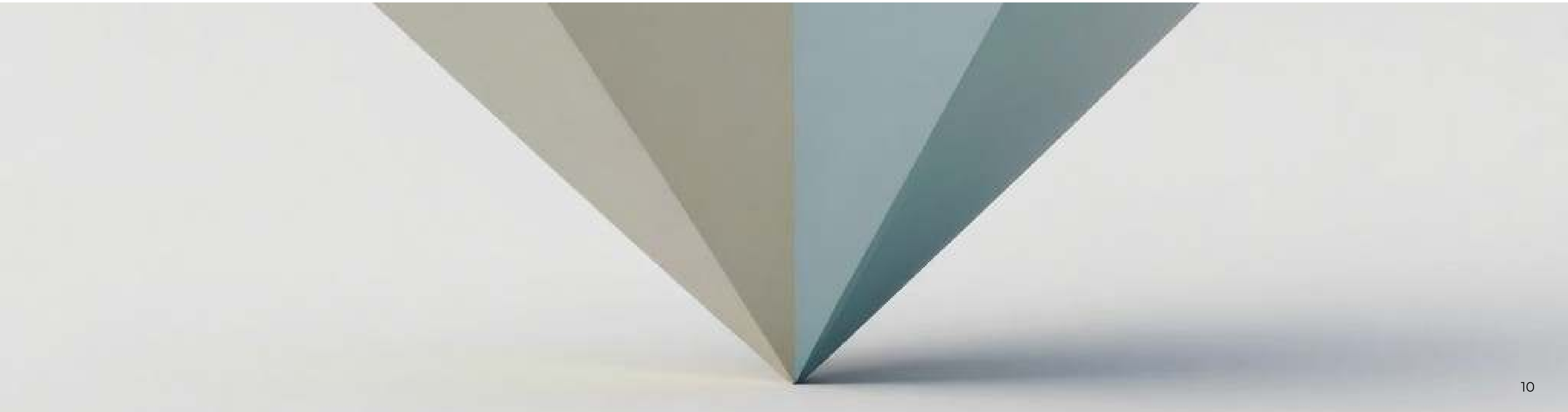
## Все сходится в вершине

Все ребра выходят из одной точки, поэтому фигура имеет пространственный характер. Такая структура отличает многогранный угол от обычного плоского угла.

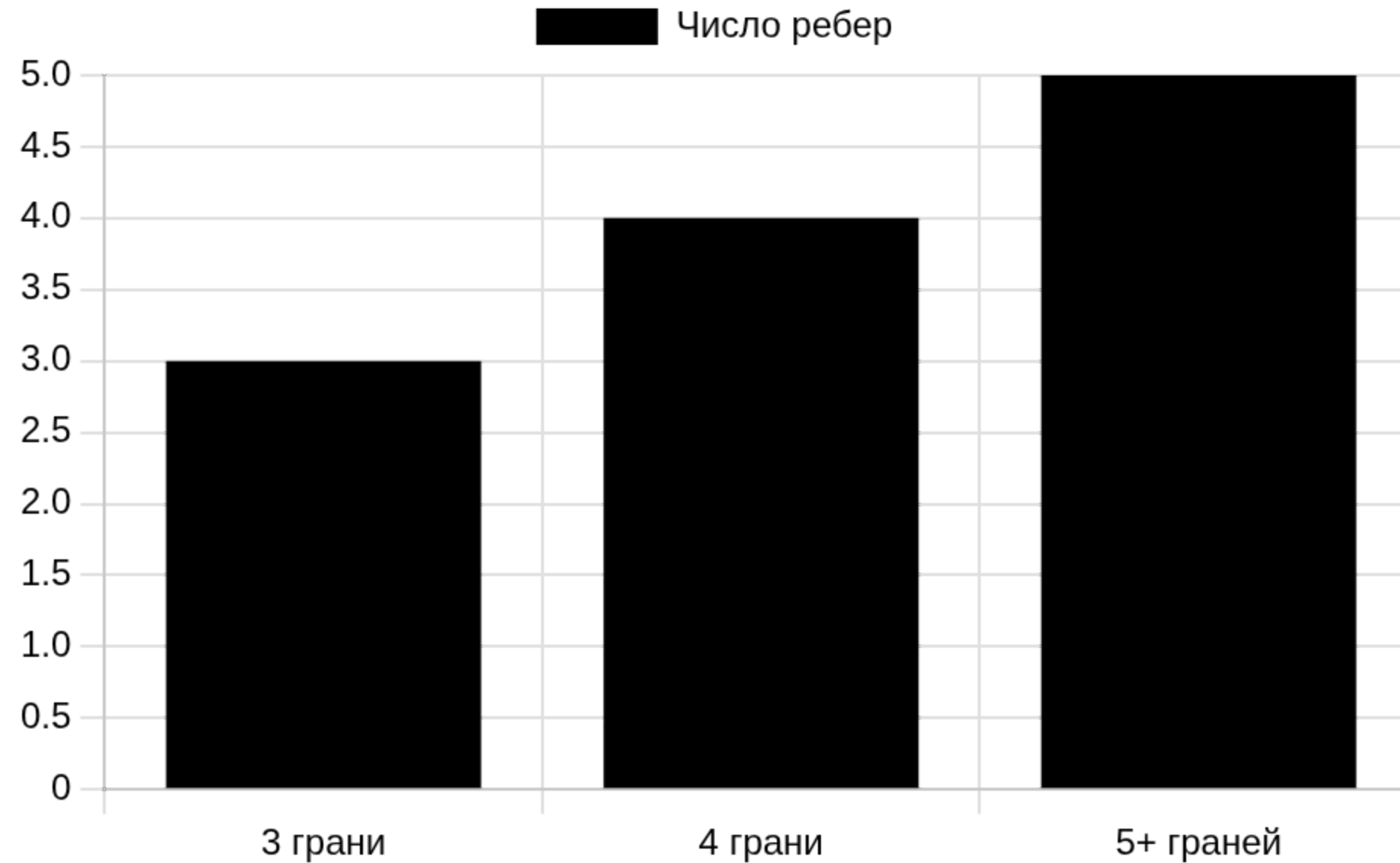
4.

## Форма зависит от расположения

Чем иначе расположены грани, тем по-разному выглядит весь угол. Поэтому два многогранных угла могут иметь одинаковое число граней, но заметно различаться по виду.



# Как число граней влияет на сложность фигуры



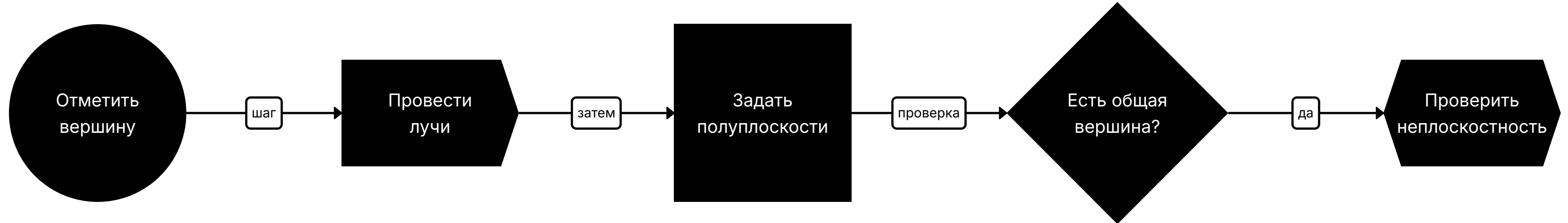
Чем больше граней, тем труднее сразу выделить все ребра и понять строение фигуры на чертеже.

Рост числа граней ведет к усложнению формы и увеличению числа ребер, поэтому такие фигуры требуют более внимательного анализа.

*Школьный курс геометрии 9 класса; учебное сравнение по числу граней и ребер.*

# Построение модели многогранного угла

Последовательность действий при анализе пространственного угла на чертеже



# Основные виды многогранных углов

| Вид            | Грани и ребра | Пример           | Особенность     |
|----------------|---------------|------------------|-----------------|
| Трехгранный    | 3 и 3         | Вершина пирамиды | Самый простой   |
| Четырехгранный | 4 и 4         | Угол в модели    | Более сложный   |
| Многогранный   | 5 и более     | Многогранник     | Много элементов |

*Школьная геометрия 9 класса.*

Таблица показывает самые распространенные случаи и помогает быстро сравнить их по числу граней и особенностям.

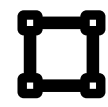
Чем больше граней и ребер, тем сложнее пространственный угол и тем внимательнее нужно рассматривать его чертеж.

# Как рассматривают измерение пространственного угла



## Не одно число

Многогранный угол нельзя измерить так же просто, как плоский: важны не только размеры граней, но и то, как они расположены относительно друг друга.



## Смотрят на грани

При анализе выделяют плоские углы в каждой грани и сравнивают их. Это помогает понять, насколько «раскрыт» угол вокруг общей вершины.



## Используют чертеж

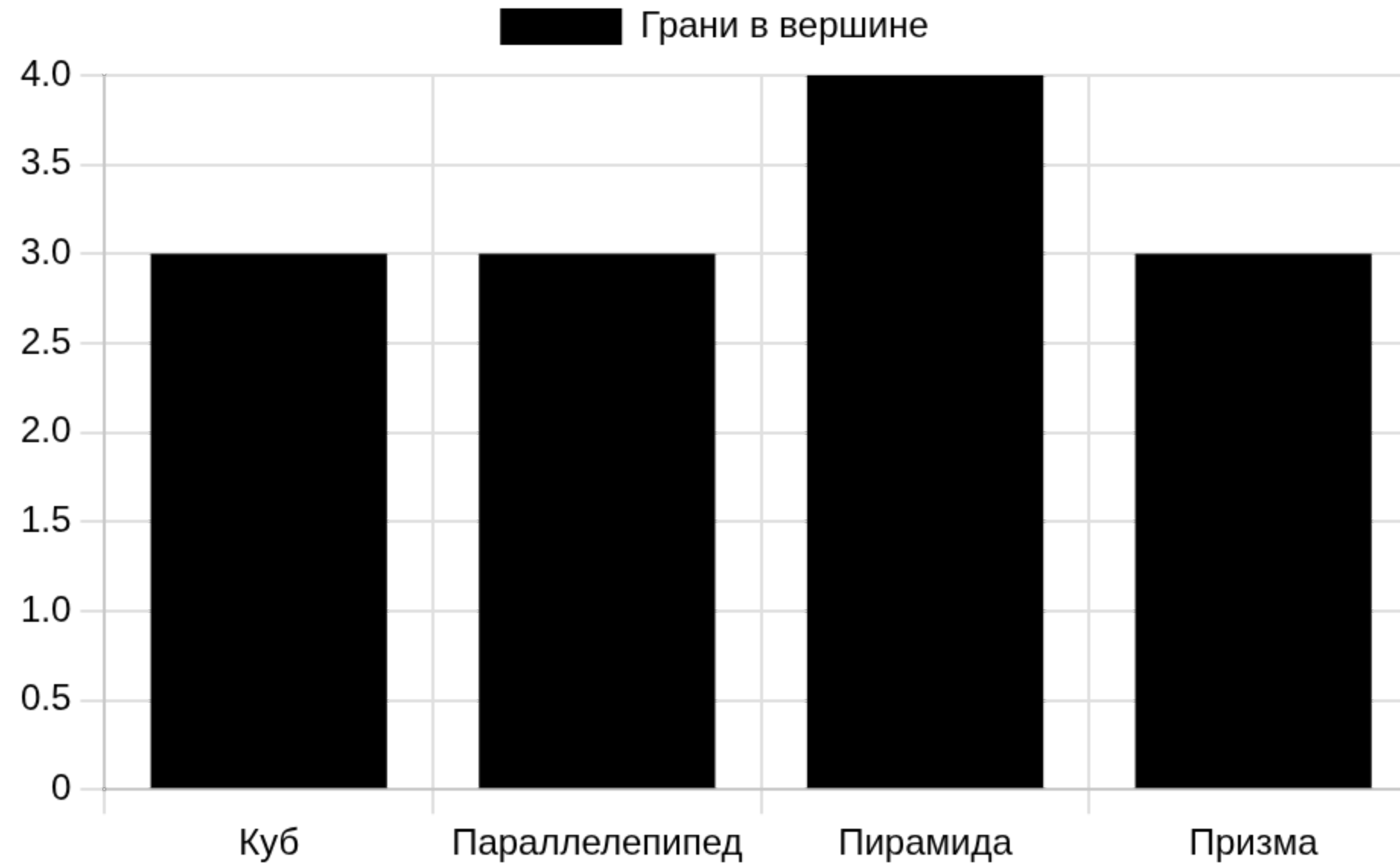
На рисунке удобно отмечать ребра, вершину и соседние грани. По схеме легче увидеть, какие элементы принадлежат одному пространственному углу.



## Главная связь

Важнее всего связь между всеми гранями у одной вершины. Именно она показывает, что перед нами не плоская, а пространственная фигура.

# Где встречаются многогранные углы в многогранниках



У разных многогранников число граней, сходящихся в вершине, может отличаться, но сам принцип остается одинаковым.

Любая объемная фигура с вершинами содержит многогранные углы, а их строение определяется тем, сколько граней сходится в одной точке.

Школьный курс геометрии 9 класса.

# Типичные ошибки при изучении темы

## Путаница с плоским углом Неверная вершина

Плоский угол лежит в одной плоскости и образован двумя лучами, а многогранный угол занимает пространство и включает несколько граней вокруг общей вершины.

Иногда на рисунке выбирают точки, не являющиеся общей вершиной всех граней. Тогда фигура теряет смысл как многогранный угол и становится набором отдельных элементов.

## Ребра без общего начала Смещение элементов

Все ребра многогранного угла должны выходить из одной точки. Если этого нет, фигура не описывает пространственный угол и требует другого объяснения.

Грань, ребро и вершину нужно различать по подписи и положению на чертеже. Ошибка в обозначениях мешает правильно понять строение всей фигуры.

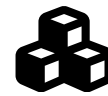


# Практическое значение темы



## Чтение чертежей

Понимание многогранных углов помогает быстрее разбирать схемы объемных фигур, находить вершины, ребра и грани, а также не путать плоское изображение с пространственным.



## Модели и макеты

При создании бумажных или объемных моделей важно представлять, как сходятся грани в одной точке. Это делает построение аккуратнее и понятнее.



## Архитектура и техника

Многие детали зданий и механизмов имеют форму многогранников. Умение видеть пространственные углы помогает лучше понимать их устройство и внешний вид.

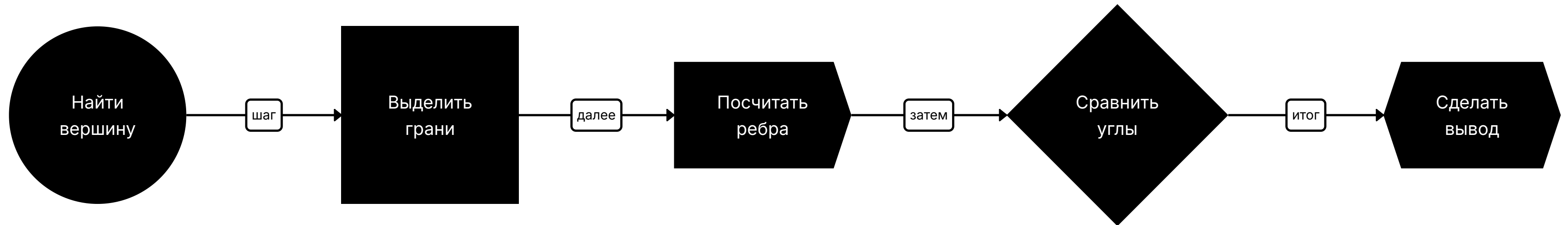


## Развитие мышления

Тема тренирует пространственное воображение, внимательность и точность. Эти навыки полезны не только в геометрии, но и при решении практических задач.

# Решение задач на многогранные углы

Алгоритм работы с чертежом в задачах по стереометрии



# Главные факты для запоминания

## **Общая вершина**

У многогранного угла все грани и ребра связаны одной общей вершиной. Это главный признак, по которому его отличают от других фигур.

## **Пространственная фигура**

Такой угол не лежит в одной плоскости. Он описывает часть пространства вокруг вершины и поэтому относится к стереометрии.

## **Самый простой случай**

Трехгранный угол считается наиболее простым видом. Его удобно рассматривать как основу для понимания более сложных пространственных углов.

## **Связь с многогранниками**

Многогранные углы встречаются в кубах, призмах, пирамидах и других объемных фигурах. В реальных предметах они тоже легко узнаются по ребрам и вершинам.

# Многогранные углы: от чертежа к пространству

Многогранные углы показывают, как устроено пространство вокруг одной вершины. Понимая их вершины, ребра и грани, легче читать чертежи, изучать многогранники и решать задачи стереометрии.