

Функция $y = kx$: самая простая линейная зависимость

Прямая пропорциональность, график и коэффициент k



Прямая пропорциональность вокруг нас



От цены одинаковых товаров до пути и площади — зависимость $y = kx$ помогает описывать многие знакомые ситуации и быстро переходить от формулы к таблице и графику.

Что означают буквы в записи $y = kx$

- **x — аргумент**

Это независимая переменная: именно ее значение мы выбираем или меняем, а затем по формуле находим соответствующее значение y .

- **y — результат**

Это зависимая переменная. Она меняется вместе с x , поэтому каждое значение y получается после подстановки аргумента в формулу.

- **k — коэффициент**

Одно и то же число для всей функции. Оно показывает, во сколько раз y больше или меньше x , и задает характер зависимости.

- **Ноль в начале**

Если $x = 0$, то $y = 0$. Поэтому график функции всегда проходит через точку $O(0; 0)$, что удобно для построения.

График функции проходит через начало координат

Общая точка

Точка $O(0; 0)$ принадлежит графику $y = kx$ при любом значении k , потому что при подстановке $x = 0$ получается $y = 0$.

Достаточно нескольких точек

Чтобы построить график, достаточно вычислить несколько пар значений x и y , а затем отметить их на координатной плоскости.

Получается прямая

Если все вычисления верны, отмеченные точки ложатся на одну прямую, и эта прямая обязательно проходит через начало координат.



Таблица значений для разных коэффициентов k

Сравним значения y при одинаковых x для двух коэффициентов и увидим, как знак и величина k меняют результат.

При одинаковых x разные коэффициенты дают разные значения y . Положительный k увеличивает y , а отрицательный меняет направление изменения.

x	$k = 2$	$k = -1$
-2	-4	2
-1	-2	1
0	0	0
1	2	-1

Вычисления по формуле $y = kx$

Как коэффициент k влияет на прямую

01

Положительный коэффициент



Если $k > 0$, прямая поднимается слева направо. Чем больше k , тем заметнее рост y при увеличении x .

02

Отрицательный коэффициент



Если $k < 0$, прямая опускается слева направо. В этом случае при увеличении x значение y уменьшается.

03

Крутизна линии



Чем больше модуль $|k|$, тем круче наклон прямой. Маленький модуль дает более пологую линию, большой — более резкую.

04

Особый случай $k = 1$



При $k = 1$ получается линия, где y и x меняются одинаково. Такой график идет под углом около 45° .

05

Особый случай $k = 0$

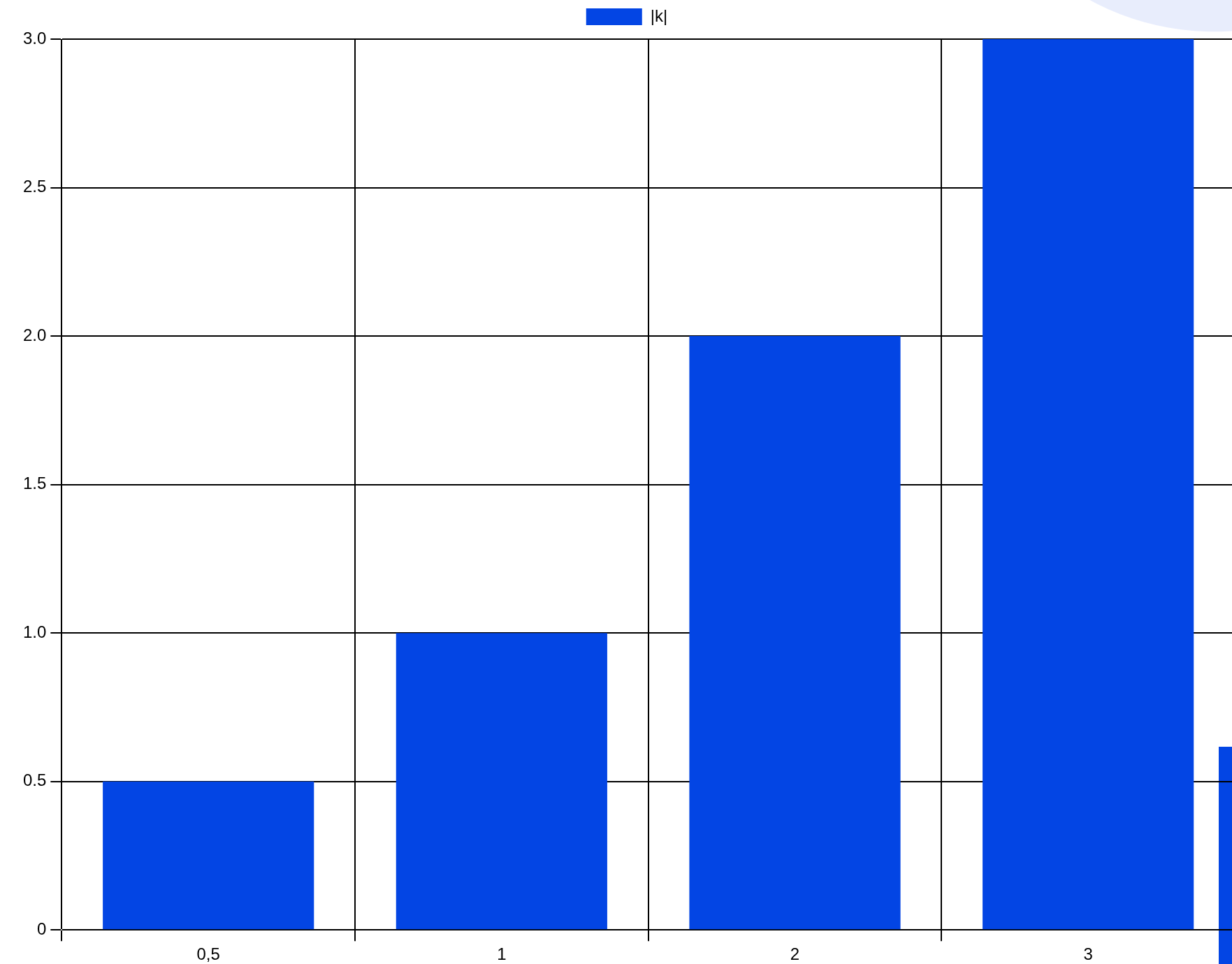


Если $k = 0$, формула становится $y = 0$. Это уже не наклонная прямая, а ось Ox .

Сравнение наклона при разных значениях $|k|$

Здесь показана только величина коэффициента, без знака. Именно модуль отвечает за то, насколько быстро меняется y при одинаковом шаге по x .

Чем больше $|k|$, тем круче прямая. Самый пологий график соответствует 0,5, а самый крутой — 3.



Сравнение заданных значений $|k|$

Как построить график $y = kx$

Последовательность действий при работе с формулой и таблицей значений



Как проверить, принадлежит ли точка графику

01

Подставить x

Сначала берут координату x из точки и подставляют ее в формулу $y = kx$. Так находят, какое значение y должно получиться по правилу функции.

02

Сравнить с y

Затем сравнивают вычисленный результат с координатой y точки. Если числа совпадают, точка принадлежит графику; если нет — не принадлежит.

03

Проверить на примере

Для точки $(3; 6)$ в функции $y = 2x$ получаем $6 = 2 \cdot 3$, значит, точка подходит. Для $(2; 5)$ равенство не выполняется.

Сравнение функций $y = 2x$, $y = x$ и $y = -2x$

x	$y = 2x$	$y = x$	$y = -2x$
-2	-4	-2	4
-1	-2	-1	2
0	0	0	0
1	2	1	-2

Для одних и тех же значений x сравним три прямые и увидим, как меняются направление и крутизна графиков.

У всех трех функций графики проходят через начало координат, но коэффициент k задает разное направление и разную крутизну прямых.

Вычисления по формуле $y = kx$

Пример из жизни: стоимость одинаковых товаров



Сколько стоят тетради

В магазине легко увидеть прямую пропорциональность: одна тетрадь стоит 25 рублей, а две уже 50. Стоимость растет строго вместе с количеством, поэтому формула записывается как $y = 25x$. Здесь число 25 остается постоянным для любой покупки.



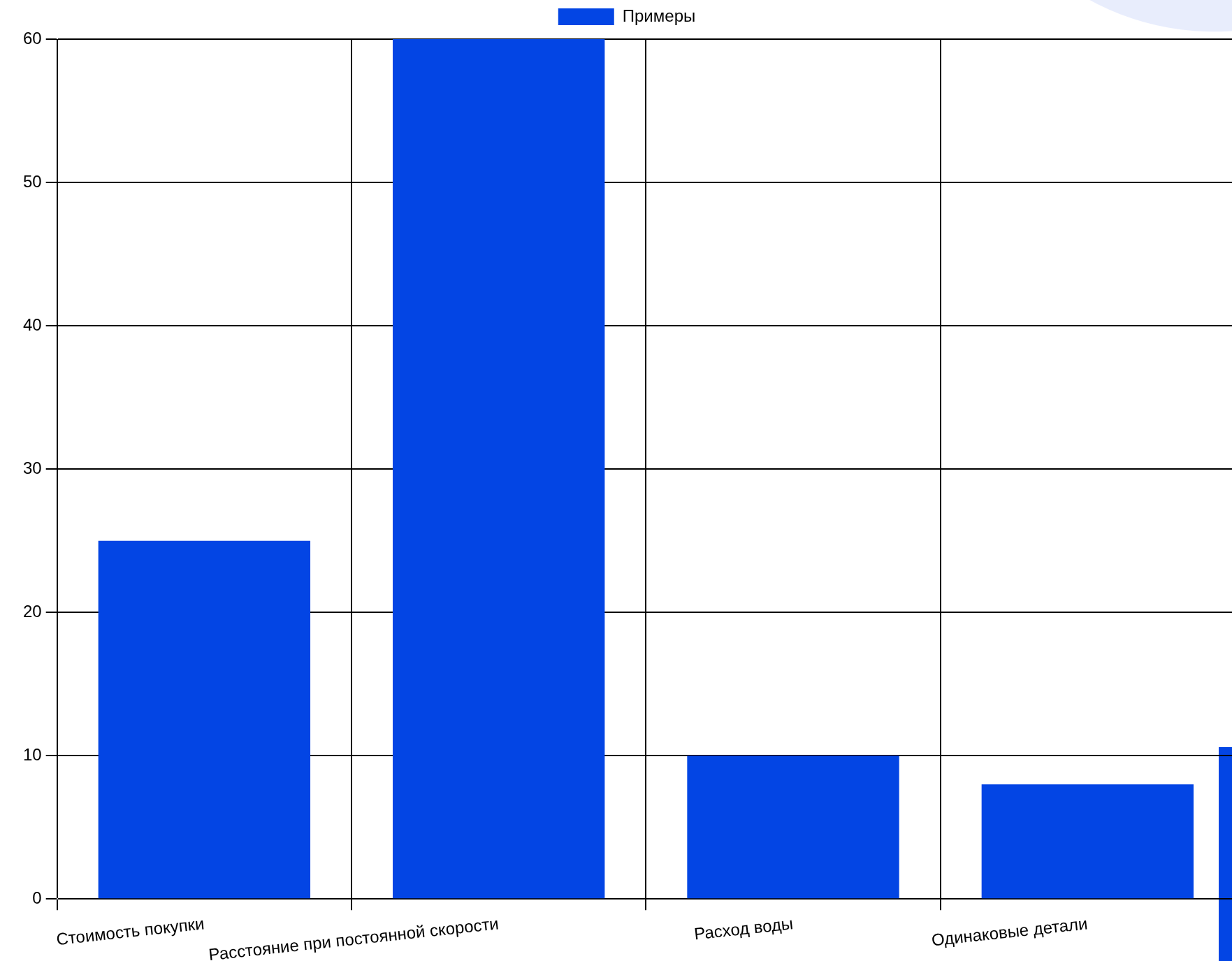
Проверяем на примерах

Если купить 4 тетради, получаем $25 \cdot 4 = 100$ рублей. При 7 тетрадях стоимость составит $25 \cdot 7 = 175$ рублей. Такая запись помогает быстро считать цену без лишних действий и сразу видеть связь между количеством и оплатой.

Примеры прямой пропорциональности в разных ситуациях

Во всех примерах одна величина изменяется вместе с другой в одном и том же отношении.

Если коэффициент остается постоянным, зависимость можно описать формулой вида $y = kx$.



Учебные примеры по теме «Прямая пропорциональность»

Чем функция $y = kx$ отличается от $y = kx + b$

01

Происхождение графика

График функции $y = kx$ всегда проходит через начало координат, потому что при $x = 0$ получается $y = 0$. У функции $y = kx + b$ точка пересечения с осью Oy обычно другая.

→

03

Прямая пропорциональность

Запись $y = kx$ содержит только коэффициент пропорциональности, поэтому зависимость остается прямой пропорциональностью. Значения y меняются строго в k раз при одинаковом изменении x .

→

02

Роль числа b

В формуле $y = kx + b$ число b отвечает за вертикальный сдвиг прямой. Если b положительно, график поднимается вверх; если отрицательно, опускается вниз.

→

04

Когда формулы совпадают

Если $b = 0$, дополнительного сдвига нет, и формулы $y = kx$ и $y = kx + b$ совпадают. В этом случае график снова проходит через начало координат.

→

Типичные ошибки при работе с функцией $y = kx$

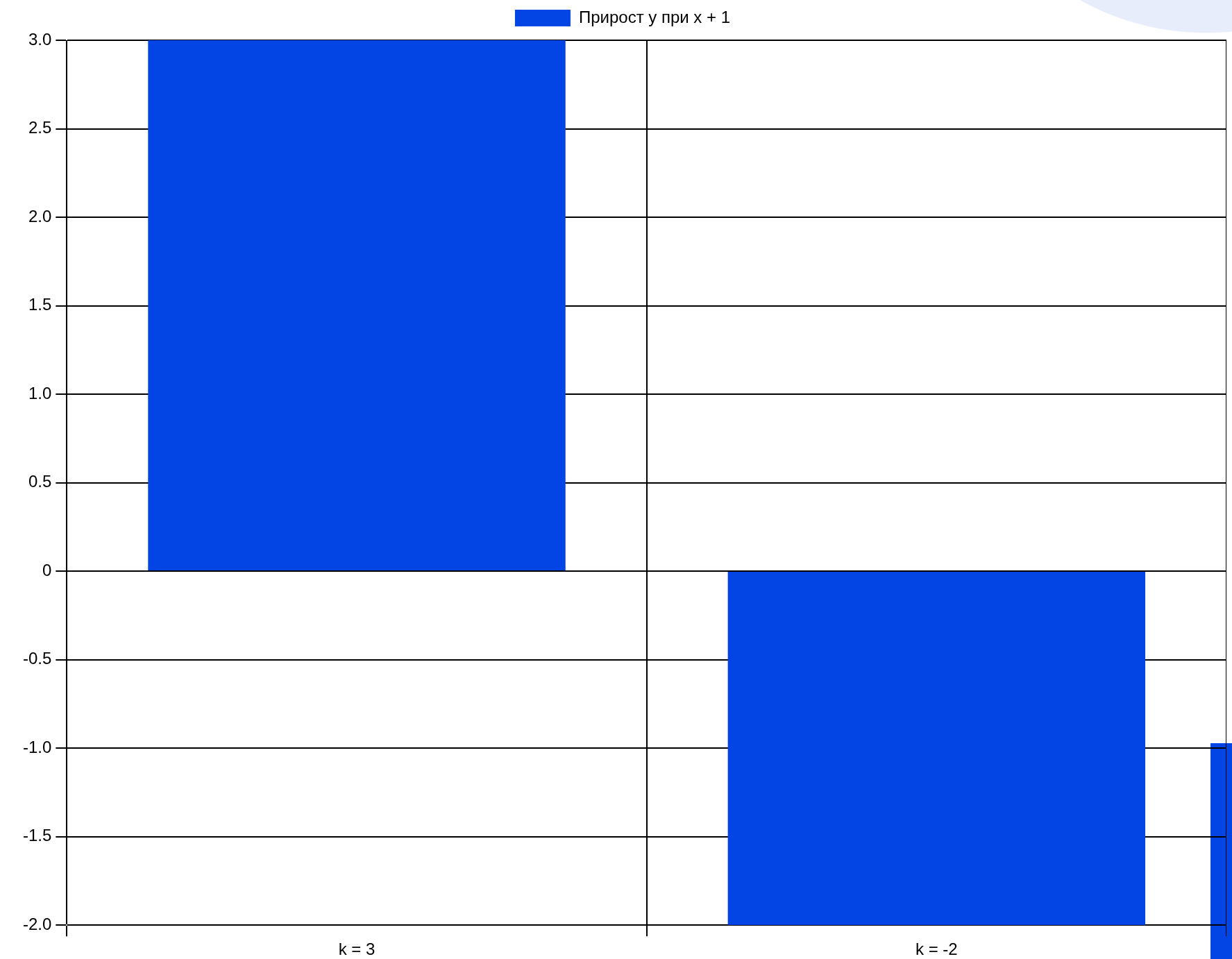


- **Путают знак k**
Одна из самых частых ошибок — не заметить минус перед коэффициентом. Из-за этого прямая строится в неверном направлении, а значения y оказываются противоположными нужным.
- **Смешивают координаты**
Иногда координаты точки записывают в неправильном порядке или подставляют y вместо x . Проверка всегда начинается с правильной записи пары $(x; y)$ и внимательной подстановки.
- **Забывают точку O**
При $x = 0$ должно получаться $y = 0$, поэтому график обязательно проходит через начало координат. Если эта точка не отмечена, построение считается неполным.
- **Соединяют точки ломаной**
Для функции $y = kx$ все найденные точки лежат на одной прямой. Если соединять их по отрезкам, получится ломаная, которая не отражает вид графика.
- **Неверно читают рост**
Не всегда увеличение x ведет к росту y . При $k < 0$ значение y , наоборот, уменьшается, поэтому нужно смотреть не только на x , но и на знак коэффициента.

Как меняется y при увеличении x на 1

Постоянный шаг удобно проверять на нескольких соседних значениях x : он не зависит от выбранной точки.

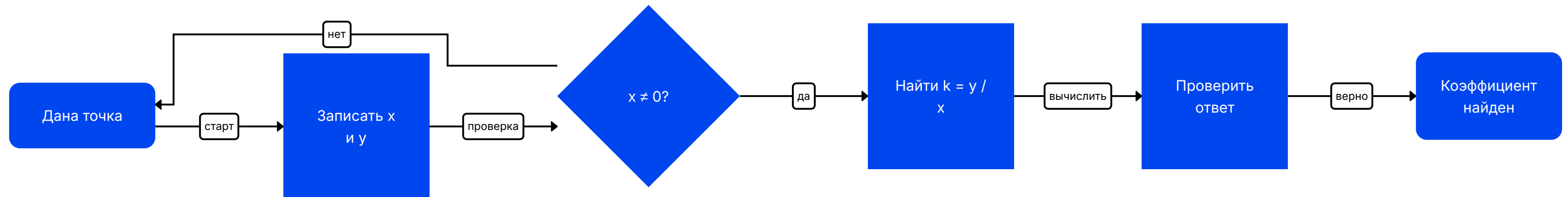
Знак и модуль k сразу показывают направление изменения и величину одного шага.



Учебный пример по теме «Функция $y = kx$ »

Как найти коэффициент k по точке графика

Последовательность действий при известной точке $(x; y)$ или нескольких точках





Мини-практика: вычисление значений y

Проверьте, как формула работает для положительного и отрицательного коэффициента.

При одинаковых x знак k сразу меняет направление значений y , а модуль показывает, насколько быстро они растут или убывают.

x	$k = 4$	$k = -3$
1	4	-3
2	8	-6
3	12	-9

Геометрический смысл коэффициента k

Наклон прямой

Коэффициент k показывает, насколько круто идет прямая на координатной плоскости. Чем больше абсолютное значение k , тем сильнее линия отклоняется от оси Ox .

Сравнение графиков

У графика $y = x$ наклон умеренный, а у графика $y = 3x$ он заметно больше. Поэтому вторая прямая поднимается быстрее и выглядит более крутой.

Знак коэффициента

Положительное значение k задает рост слева направо, а отрицательное — убывание. По этому признаку можно сразу понять направление прямой, даже не строя полный график.



Где используется функция $y = kx$ в школьных задачах



Движение

При постоянной скорости путь зависит от времени прямо пропорционально. Чем больше прошло времени, тем больше расстояние, поэтому удобно использовать формулу вида $y = kx$.



Покупки

Если цена одного предмета известна, стоимость всей покупки находят умножением количества на цену. Такой способ помогает быстро считать и оформлять ответы в таблице.



Равные части

При делении целого на равные части каждая часть выражается через одну и ту же величину. Это хороший пример, где удобно видеть постоянный коэффициент.



Масштаб

На планах и чертежах реальные размеры уменьшаются или увеличиваются в одинаковое число раз. Связь между величинами сохраняется, поэтому работает прямая пропорциональность.



Измерения

В простых задачах на массу, объем и расход часто одна величина меняется вместе с другой по постоянному правилу. Это помогает быстро составлять формулы и проверять ответы.



Главные выводы о функции $y = kx$

Функция $y = kx$ показывает самую простую прямую пропорциональность: график проходит через начало координат, а коэффициент k задает направление и крутизну прямой. Формула, таблица и график помогают быстро решать задачи и понимать реальные зависимости.