

Цилиндр, конус и шар: объёмные фигуры в геометрии

Три тела вращения вокруг нас:
в задачах, предметах и формулах.





Почему тела вращения изучают в 9 классе

После плоских фигур важно перейти к объёмным: здесь уже нужны не только длины и площади, но и объём. Цилиндр, конус и шар помогают понять связь между радиусом, высотой и числом π в практических задачах.

Цилиндр: основные элементы и признаки

Два основания

Цилиндр имеет два равных круглых основания, расположенных параллельно друг другу. Именно эта форма делает его легко узнаваемым среди других тел вращения.

Высота фигуры

Расстояние между основаниями называют высотой цилиндра. Она показывает, насколько фигура вытянута вверх или вниз и помогает находить объём.

Обозначения

В задачах радиус основания обозначают r , высоту — h , а диаметр — d . Эти обозначения нужно уверенно читать на чертежах и в формулах.

Развёртка боковой поверхности

Если развернуть боковую поверхность цилиндра, получится прямоугольник. Его стороны равны высоте цилиндра и длине окружности основания.

Признак распознавания

Цилиндр удобно отличать по одинаковому круглому сечению на любой высоте. Если форма не меняется вдоль оси, перед нами цилиндр.

Основные элементы цилиндра, конуса и шара

Фигура	Элементы	Особенности
Цилиндр	2 основания, r , h	Вершины нет
Конус	1 основание, r , h , l	Есть вершина
Шар	Центр, r	Нет оснований

Обобщение свойств тел вращения из школьного курса геометрии

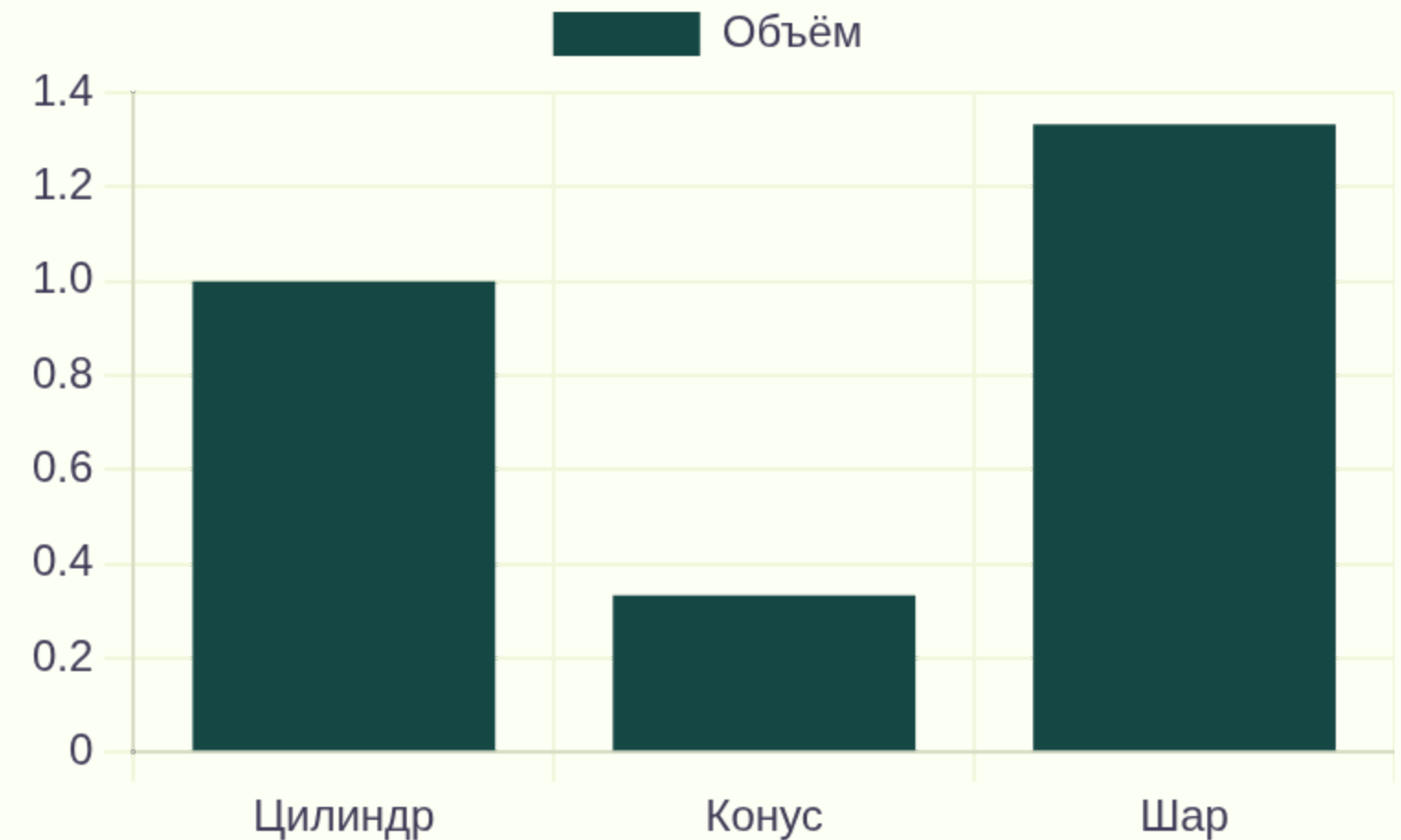
Таблица помогает увидеть, какие элементы есть у каждой фигуры и чем они отличаются друг от друга.

У цилиндра и конуса больше элементов для измерений, а у шара описание короче всего, но задачи на него часто опираются только на радиус.

Сравнение формул объёма трёх фигур

Диаграмма сравнивает формулы объёма в относительных величинах: так проще заметить различия между фигурами при одинаковых условиях.

Конус при тех же r и h занимает в три раза меньший объём, чем цилиндр; объём шара зависит только от радиуса.



Формулы объёма тел вращения из школьной геометрии

Площадь поверхности цилиндра

1

Из чего состоит поверхность

Полная поверхность цилиндра включает два круглых основания и боковую поверхность. Поэтому при вычислениях нужно учитывать все части фигуры, а не только одну из них.

2

Формула полной поверхности

Для цилиндра используют формулу $S = 2\pi r^2 + 2\pi rh$. Первый слагаемый отвечает за основания, а второй — за боковую поверхность.

3

Почему так получается

Если развернуть боковую поверхность, она станет прямоугольником со сторонами $2\pi r$ и h . Отсюда и получается выражение $2\pi rh$.

4

Где это пригодится

Такие вычисления нужны при нахождении площади банок, труб, упаковок и других предметов цилиндрической формы, которые встречаются в быту и технике.

5

Что важно помнить

В формулах цилиндра всегда участвуют радиус и высота. Если перепутать их или забыть одно из оснований, ответ получится неверным.

Цилиндр в окружающих предметах



Бытовые примеры

Банка, стакан и свеча часто имеют форму цилиндра. Такая форма удобна, потому что предметы легко ставить, хранить и наполнять.

Технические объекты

Батарейка и труба тоже напоминают цилиндр. У них хорошо заметны круглые основания и одинаковая форма по всей высоте.

Связь формы и назначения

Цилиндр помогает удерживать жидкость или сыпучее вещество, а также упрощает расчёты объёма, если известны радиус и высота.

Наблюдение вокруг нас

Когда предмет имеет одинаковое круглое сечение на всей длине, его легко узнать как цилиндр и связать геометрию с реальной жизнью.

Конус: основные элементы и свойства



Одно основание

Конус имеет только одно круглое основание и одну вершину. Из-за этого его форма кажется сужающейся и хорошо заметной.

Образующая

От вершины к границе основания идёт образующая. Она показывает наклон боковой поверхности и обозначается буквой l .

Высота конуса

Высота — это перпендикуляр от вершины к плоскости основания. Она обозначается h и нужна для вычисления объёма.

Радиус основания

Радиус основания обозначают r . По нему определяют размер круга в основании и связывают конус с другими телами вращения.

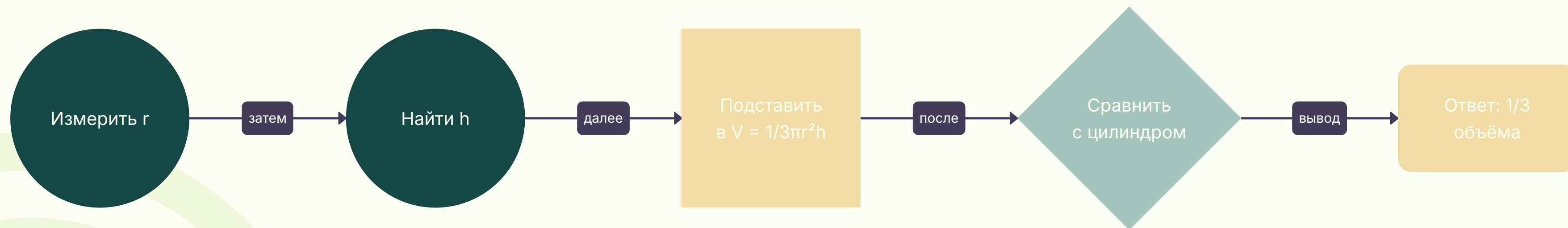
Где используется форма

Конус удобно направляет поток вниз или в одну точку, поэтому его форма встречается в воронках, колпаках и некоторых упаковках.



Как находят объём конуса

Последовательность действий для решения задачи по формуле объёма конуса



Площадь поверхности конуса

1

Из чего она состоит

Полная поверхность конуса складывается из площади основания и площади боковой поверхности. Поэтому в формуле нужно учитывать обе части фигуры.

2

Формула площади

Для конуса используют выражение $S = \pi r^2 + \pi r l$, где r — радиус основания, а l — образующая. Каждая часть формулы отвечает за свою область.

3

Развёртка боковой поверхности

Если развернуть боковую поверхность конуса, получится сектор круга. Это помогает понять, откуда берётся формула и как устроена фигура.

4

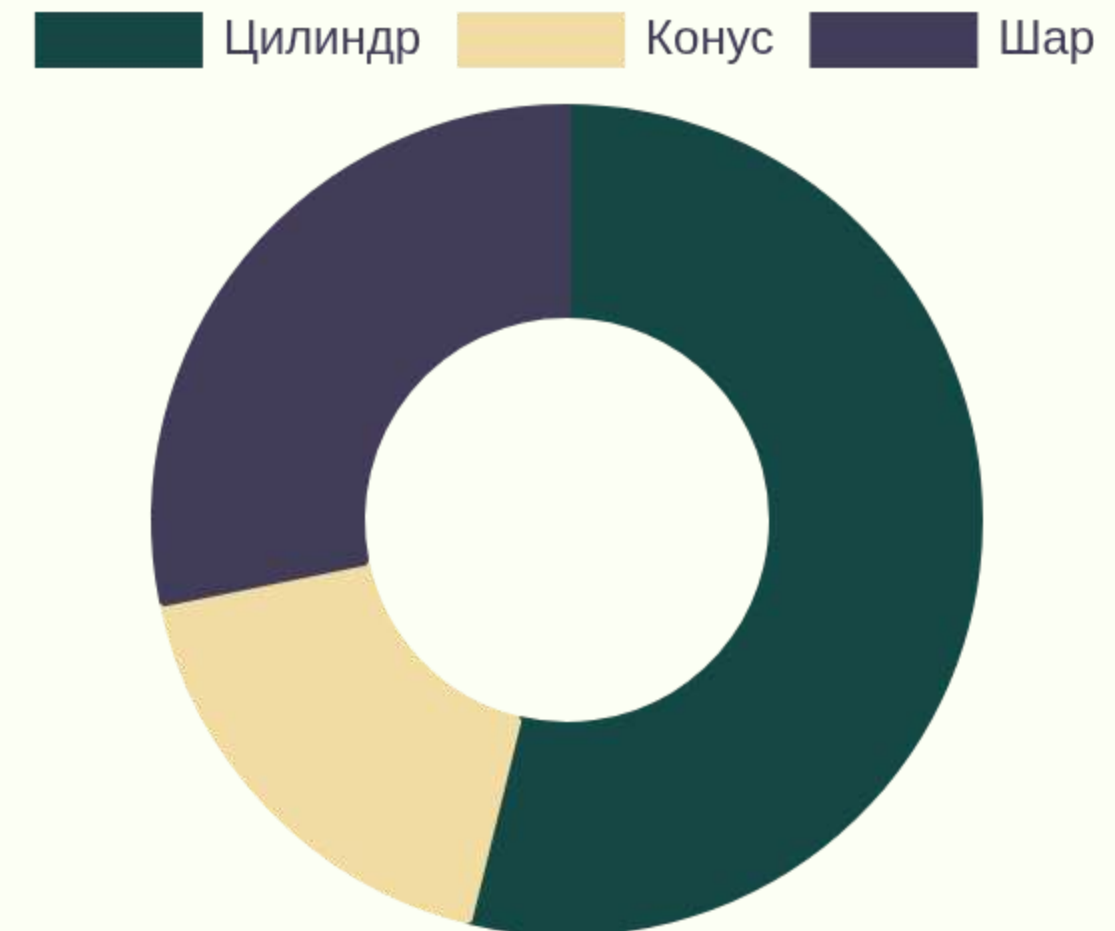
Практическое применение

Расчёты площади конуса нужны при работе с колпаками, воронками, декоративными деталями и коническими упаковками, где важно знать, сколько материала потребуется.

Сколько объёма занимают фигуры при одинаковом радиусе

При одинаковом радиусе и высоте, равной диаметру, фигуры заметно различаются по вместимости. Это удобно для быстрого сравнения в задачах и при выборе формы предмета.

Конус занимает меньше всего, цилиндр — больше всего, а шар находится между ними по объёму.



Формулы объёма тел вращения из школьного курса геометрии.

Шар в природе и предметах вокруг нас



Мяч, который движется одинаково во всех направлениях

Спортивный мяч легко катится и не меняет форму в зависимости от поворота. Его поверхность не имеет углов и рёбер, поэтому движение получается плавным и предсказуемым. Именно такая форма делает шар удобным для игр и тренировок.



Глобус как модель Земли

Глобус повторяет форму планеты и помогает представить Землю в уменьшенном виде. На его поверхности нет оснований и вершин, а каждая точка находится на одинаковом расстоянии от центра. Благодаря этому легко объяснить меридианы, параллели и направление на карте.



Капля воды и естественная симметрия

Капля воды стремится принять форму, при которой поверхность получается наиболее ровной и устойчивой. В спокойном состоянии она напоминает небольшой шар, потому что одинаково распределяет давление со всех сторон. Так природа показывает, насколько удачна эта форма.

4

**в формуле площади
поверхности шара радиус
используется в квадрате,
а в формуле объёма —
в кубе.**

Один радиус полностью задаёт размер шара: других измерений у него нет, поэтому формулы для площади и объёма особенно короткие и удобные.

Формулы тел вращения и обозначения

Фигура	Площадь	Объём	Обозначения
Цилиндр	$2\pi r^2 + 2\pi rh$	$\pi r^2 h$	r, h
Конус	$\pi r^2 + \pi rl$	$\frac{1}{3}\pi r^2 h$	r, h, l
Шар	$4\pi r^2$	$\frac{4}{3}\pi r^3$	r

Сравнение помогает быстро запомнить, какие величины нужны для каждой фигуры и как они связаны с числом π .

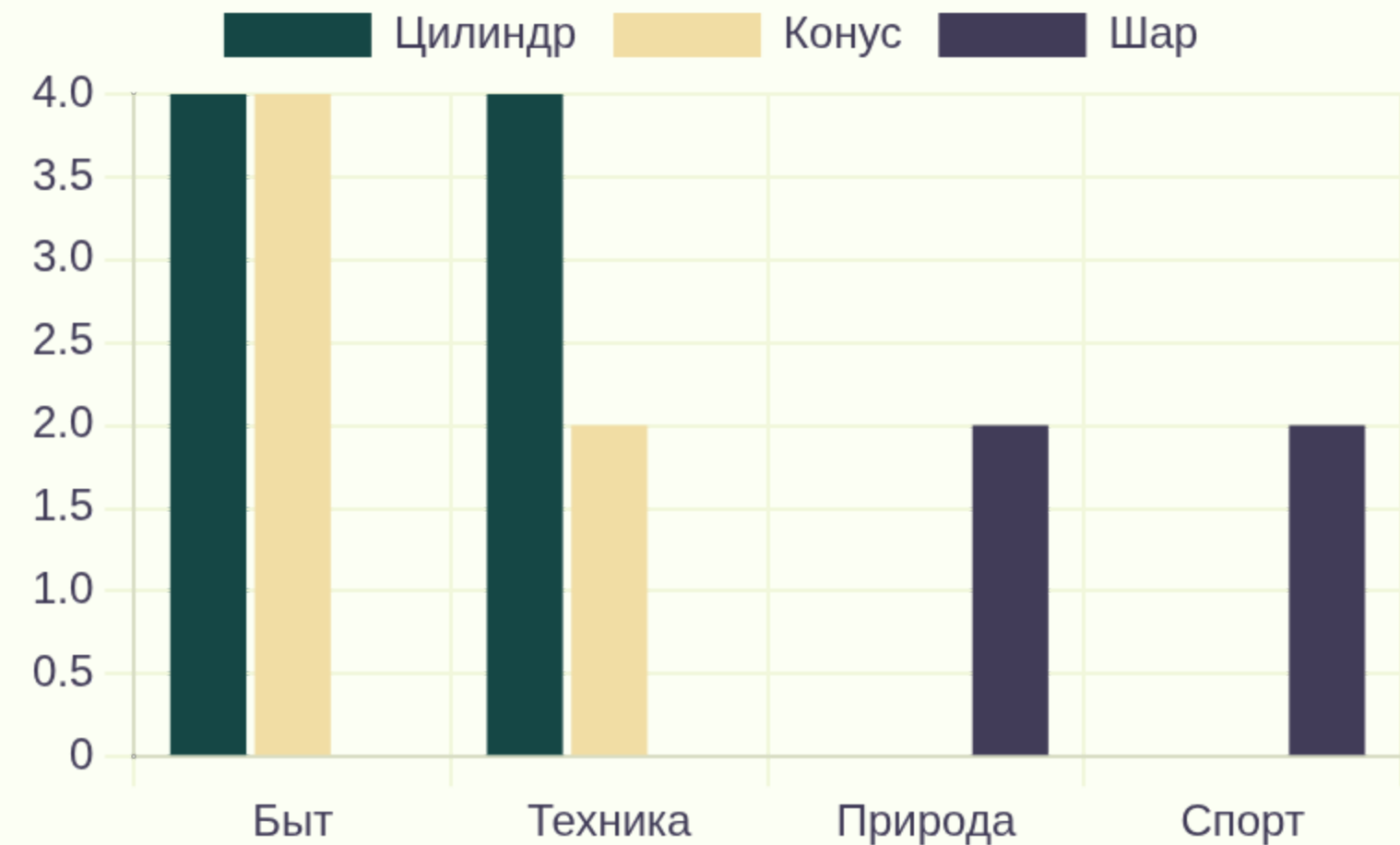
У цилиндра и конуса есть высота, а у шара её нет; поэтому его формулы зависят только от радиуса.

Школьные формулы площадей и объёмов тел вращения.

Где встречаются цилиндр, конус и шар

Одна и та же форма может быть полезной в разных ситуациях: от упаковки и приборов до природных объектов и спортивного инвентаря.

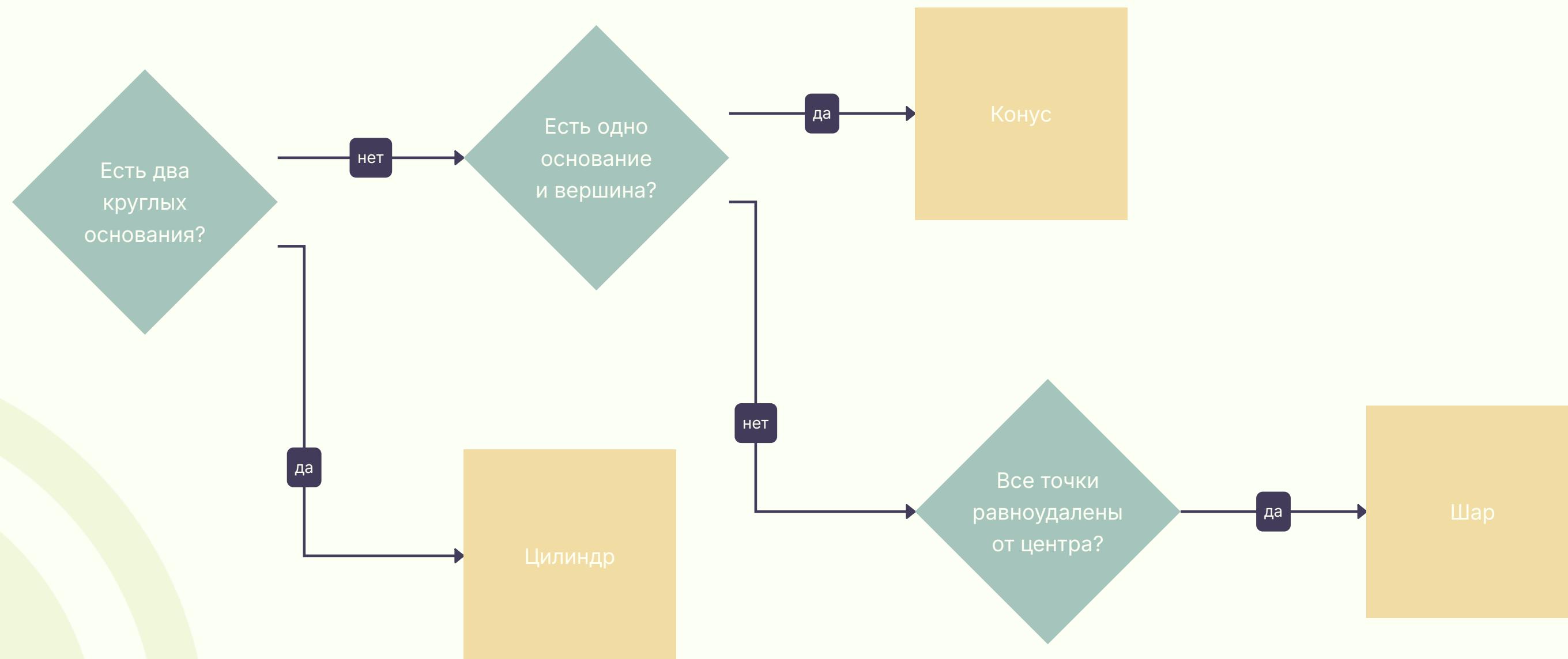
Каждая фигура особенно часто встречается там, где её форма помогает выполнять конкретную функцию.



Примеры предметов и объектов, приведённые в теме урока.

Как распознать фигуру по признакам

Алгоритм определения тела вращения по основным геометрическим признакам.



Удобство, устойчивость и движение фигур



Цилиндр держит форму

Широкое основание делает цилиндр устойчивым на ровной поверхности. Поэтому он удобен для ёмкостей, где нужно хранить жидкость, порошок или мелкие предметы без лишнего наклона.



Конус направляет поток

Сужение к одной вершине помогает направлять вещество вниз и собирать его в одной точке. Такая форма полезна там, где нужно пересыпать, сливать или центрировать предмет.



Шар легко катится

У шара нет выделенного направления, поэтому он перемещается особенно плавно. Равномерная форма помогает уменьшать сопротивление и делает движение более свободным и одинаковым со всех сторон.

Сечения цилиндра, конуса и шара



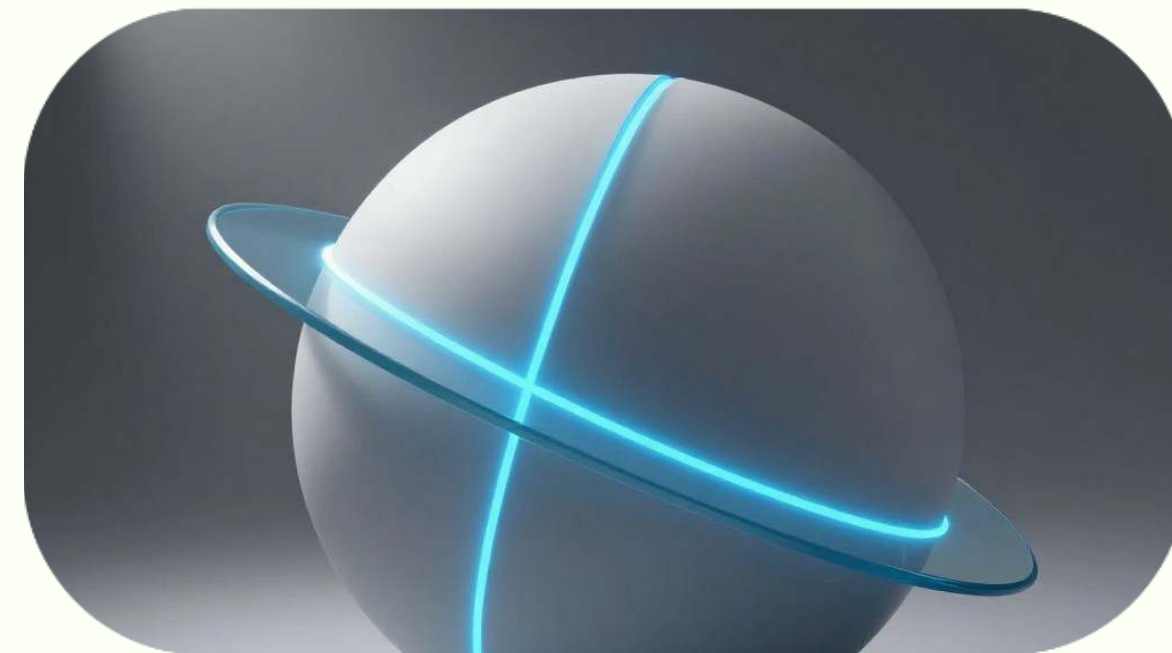
Круг и прямоугольник в цилиндре

Если разрезать цилиндр параллельно его основанию, получится круг того же типа, что и основание. А сечение вдоль оси выглядит как прямоугольник. Поэтому по одному разрезу можно понять, как расположен цилиндр в пространстве.



Разные разрезы конуса

Конус ведёт себя по-разному в зависимости от положения секущей плоскости. Разрез может напоминать круг, треугольник или эллипс. Именно поэтому в задачах важно внимательно смотреть, где проходит линия сечения и под каким углом она расположена.



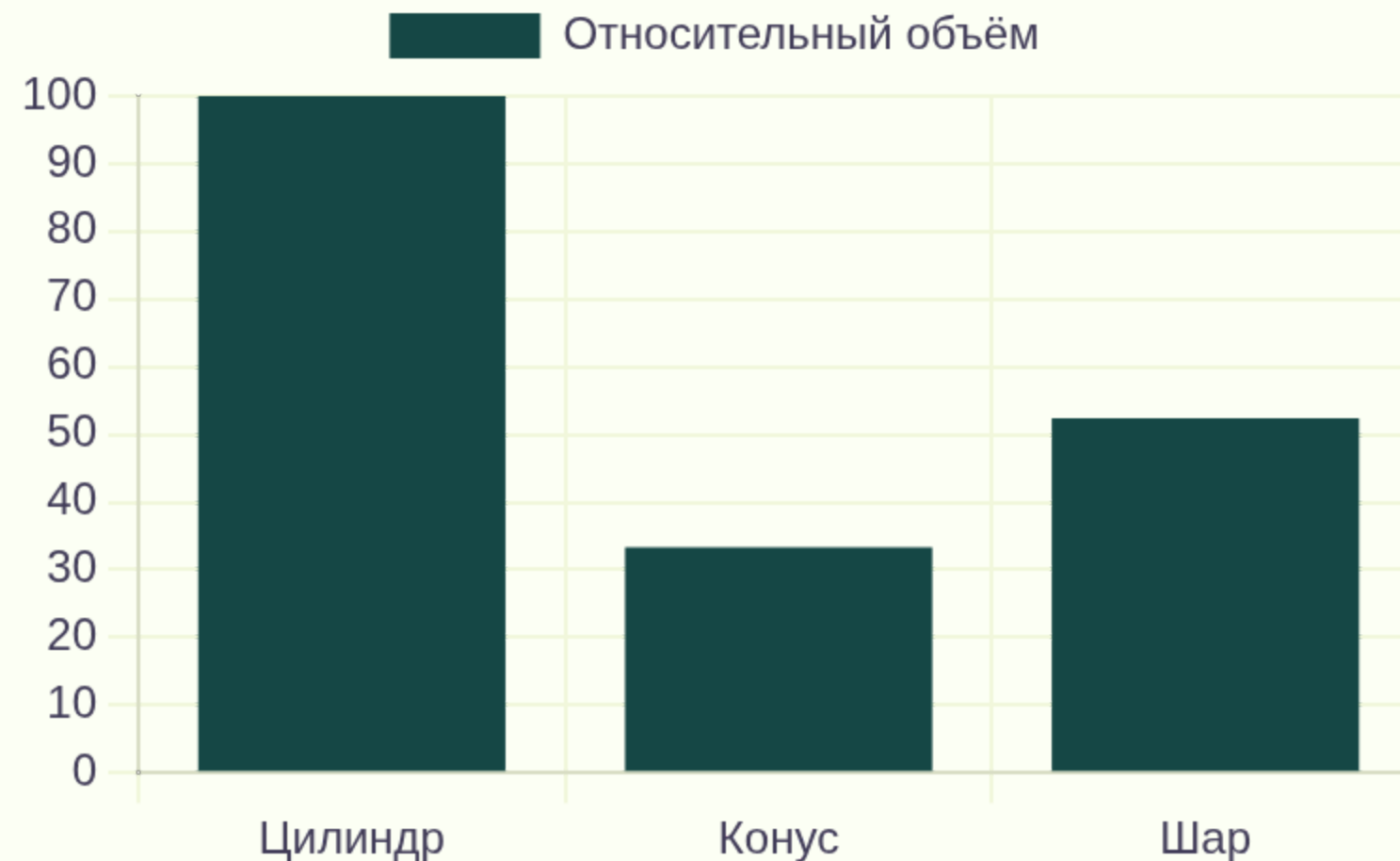
Шар всегда даёт круг

У шара сечение получается кругом при любом разрезе, если плоскость проходит через его объём. Это делает шар особенно удобным для задач на пространственное воображение. По форме сечения легко узнать, что перед нами именно шар.

Сравнение по объёму и практической эффективности

Помимо объёма, важна и форма использования: одни тела лучше хранят содержимое, другие — направляют поток или помогают движению.

Цилиндр выигрывает по вместимости, конус — по направлению и дозированию, шар — по плавному движению и равномерности.



Сравнение по формулам объёма тел вращения при одинаковом радиусе и высоте.



Три тела вращения — три полезные формы

Цилиндр, конус и шар помогают видеть связь между геометрией и реальными предметами. Их формулы, сечения и свойства стоит запомнить: они часто встречаются в задачах и в окружающем мире.