



Координаты вектора и дуга окружности

Координаты вектора и дуга
окружности



Как связаны вектор и дуга

Сегодня мы свяжем два сюжета: координаты вектора на плоскости и градусную меру дуги окружности. В обоих случаях важно уметь читать направление, поворот и величину.



Что такое вектор

3

● Направленный отрезок

Вектор задаёт направленный отрезок, поэтому у него есть не только длина, но и направление. Эти свойства помогают отличать один вектор от другого даже при одинаковой длине.

● Запись числами

На координатной плоскости вектор удобно описывать парой чисел. Такая запись показывает, насколько он смещается по горизонтали и по вертикали относительно начала координат.

● Две компоненты

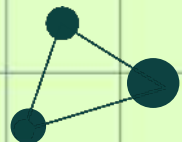
Первая компонента отвечает за движение вдоль оси x , вторая — вдоль оси y . По знакам компонент сразу видно, в какую сторону направлен вектор.

● Зачем это нужно

Чтобы работать с векторами, важно понимать не только их вид, но и смысл. Координаты помогают точно вычислять, сравнивать и строить векторы на плоскости.

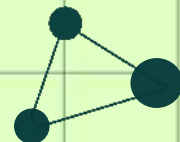
Координатная плоскость

4



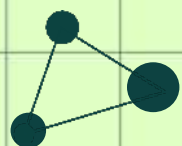
Начало координат

Точка отсчёта на плоскости — начало координат. От него удобно измерять положение любой точки и определять, как далеко она находится по каждой оси.



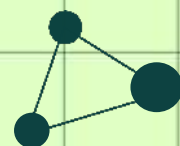
Две оси

Горизонтальная ось x показывает движение вправо или влево, а вертикальная ось y — вверх или вниз. Вместе они образуют прямоугольную систему координат.



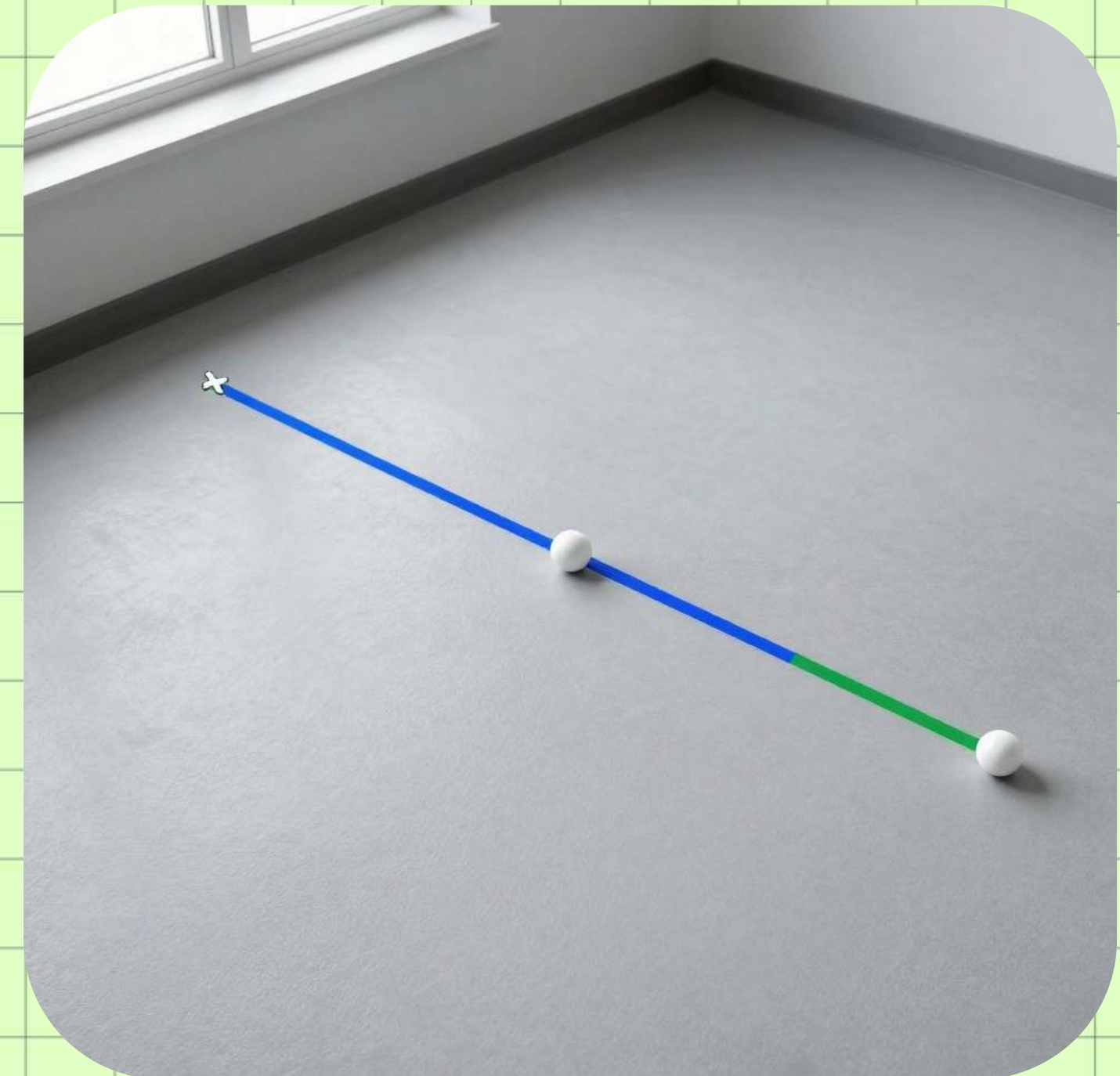
Запись точки

Положение точки записывают как $(x; y)$. Сначала указывают смещение по оси x , затем по оси y , поэтому порядок чисел нельзя менять местами.



Четверти плоскости

Плоскость делится на четыре четверти. Знаки координат помогают сразу понять, в какой части плоскости находится точка или конец вектора.



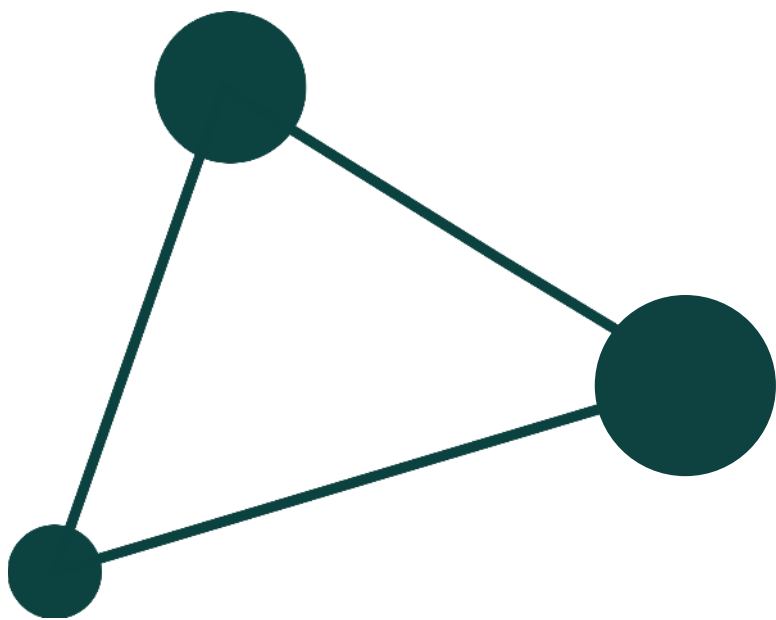
Координаты вектора по двум точкам

5

1

Шаг 1

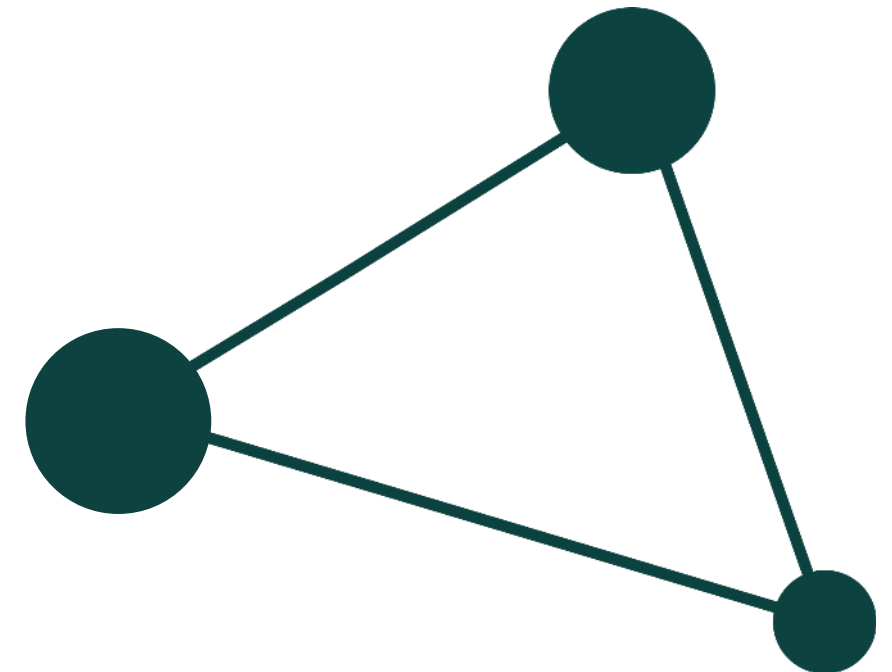
Сначала отмечают точки А и В на плоскости. Координаты вектора АВ показывают переход от начальной точки к конечной.



2

Шаг 2

Затем из координат точки В вычитают координаты точки А: по х и по у отдельно. Так получают компоненты вектора без чертежа.



3

Шаг 3

Первая разность описывает горизонтальное смещение, а вторая — вертикальное. Положительное значение означает движение вправо или вверх, отрицательное — влево или вниз.

4

Шаг 4

Итог записывают как пару чисел $(x_B - x_A; y_B - y_A)$. Эта формула работает для любых двух точек на координатной плоскости.

Координаты вектора AB получаются из двух разностей: по x и по y .
В задаче обе компоненты положительные, значит, движение идёт вправо и вверх.

Расчёт по координатам точек $A(2; 1)$ и $B(7; 5)$



5 и 4

— это значения горизонтальной
и вертикальной компонент вектора AB .

Длина и направление вектора

7

1

Длина как расстояние

Длина вектора связана с расстоянием между его началом и концом. Если смещение по осям больше, то и сам вектор становится длиннее.

3

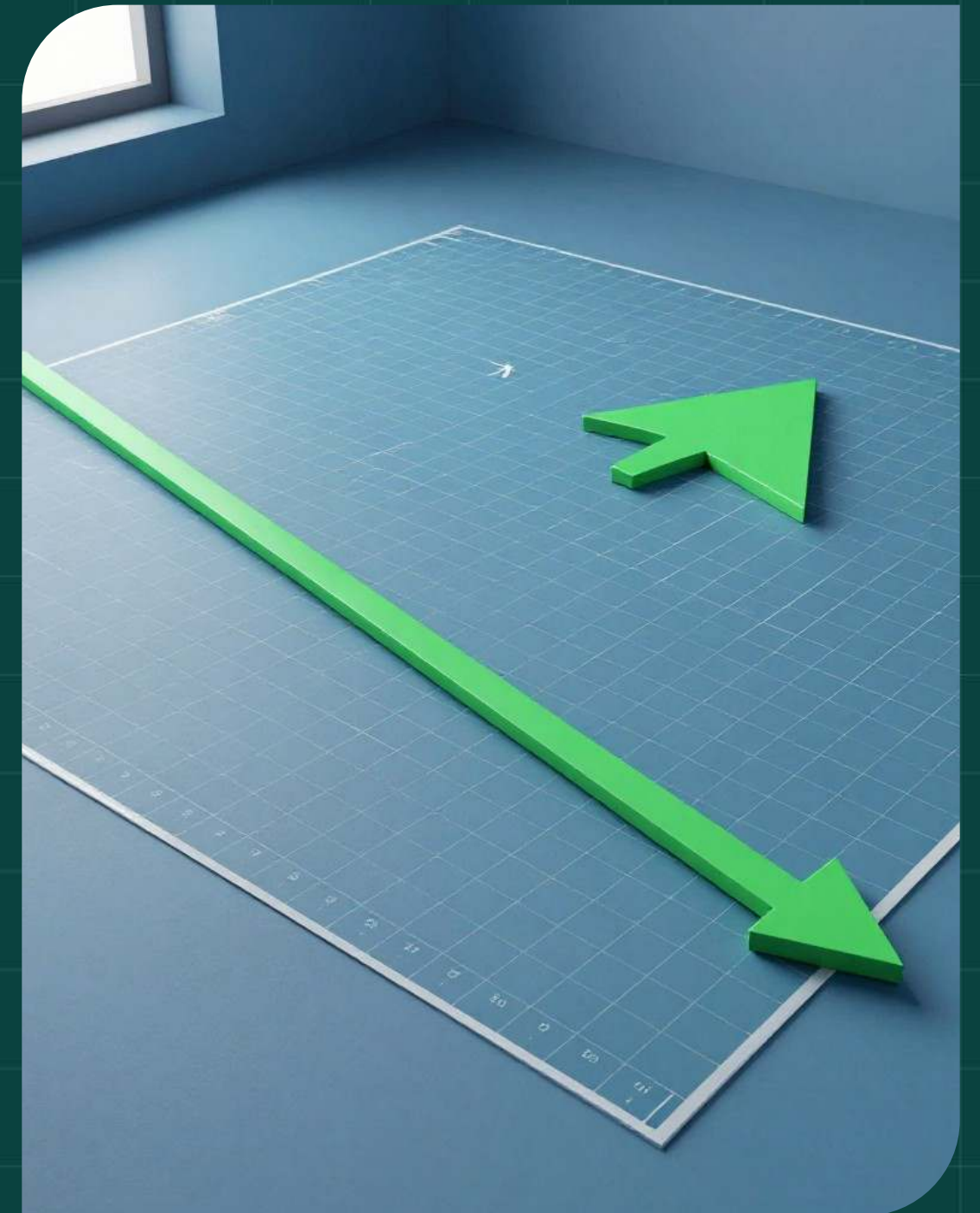
Чтение по компонентам

По компонентам можно заранее оценить вид вектора. Например, положительные значения обеих компонент означают движение вправо и вверх, а разные знаки — другое направление.

2

Куда он направлен

Направление показывает, куда вектор ориентирован относительно осей. Один и тот же отрезок можно расположить по-разному, но вектор определяют именно начало и направление.



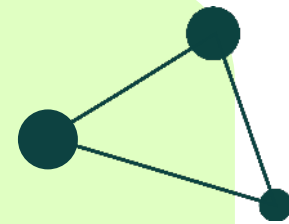
Операции с векторами в координатах

8

1

Сложение по компонентам

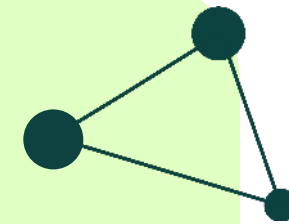
При сложении векторов складывают одноимённые компоненты: отдельно по x и отдельно по y . Это удобно, когда нужно объединить два последовательных перемещения.



2

Изменение длины

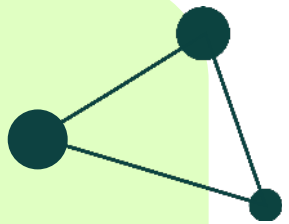
Умножение вектора на число меняет каждую его компоненту. Если число больше 1, вектор растягивается; если оно между 0 и 1, вектор сокращается.



3

Смена направления

Отрицательное число не только меняет длину, но и переворачивает направление. Поэтому вектор после умножения на -1 смотрит в противоположную сторону.



Что делают сложение и умножение

9

● Суммарное движение

Сложение векторов удобно понимать как объединение двух перемещений. Итоговый вектор показывает, где окажется точка после обоих шагов подряд.

● Уменьшение

Умножение на $\frac{1}{2}$, наоборот, сокращает вектор вдвое. Такое действие полезно, когда нужно уменьшить шаг на координатной сетке.

● Удвоение

Умножение на 2 удваивает каждую компоненту, поэтому вектор становится вдвое длиннее. При этом его направление сохраняется.

● Противоположный вектор

Множитель -1 меняет знак обеих компонент, и вектор разворачивается. Это самый простой способ получить противоположно направленный вектор.



Вычисления показывают,
как по компонентам быстро получать
новый вектор и менять его длину.

Расчёт по данным задачи

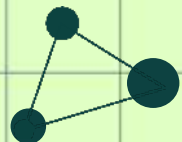


2

**показывает, как изменяется вектор
при сложении и при умножении на число.**

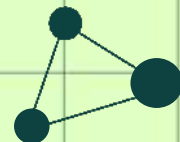
Угол направления вектора

11



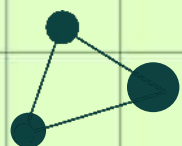
Отсчёт угла

Угол направления показывает, насколько вектор отклонён от положительного направления оси x . Отсчёт ведут от оси вправо к самому вектору, как при повороте на плоскости.



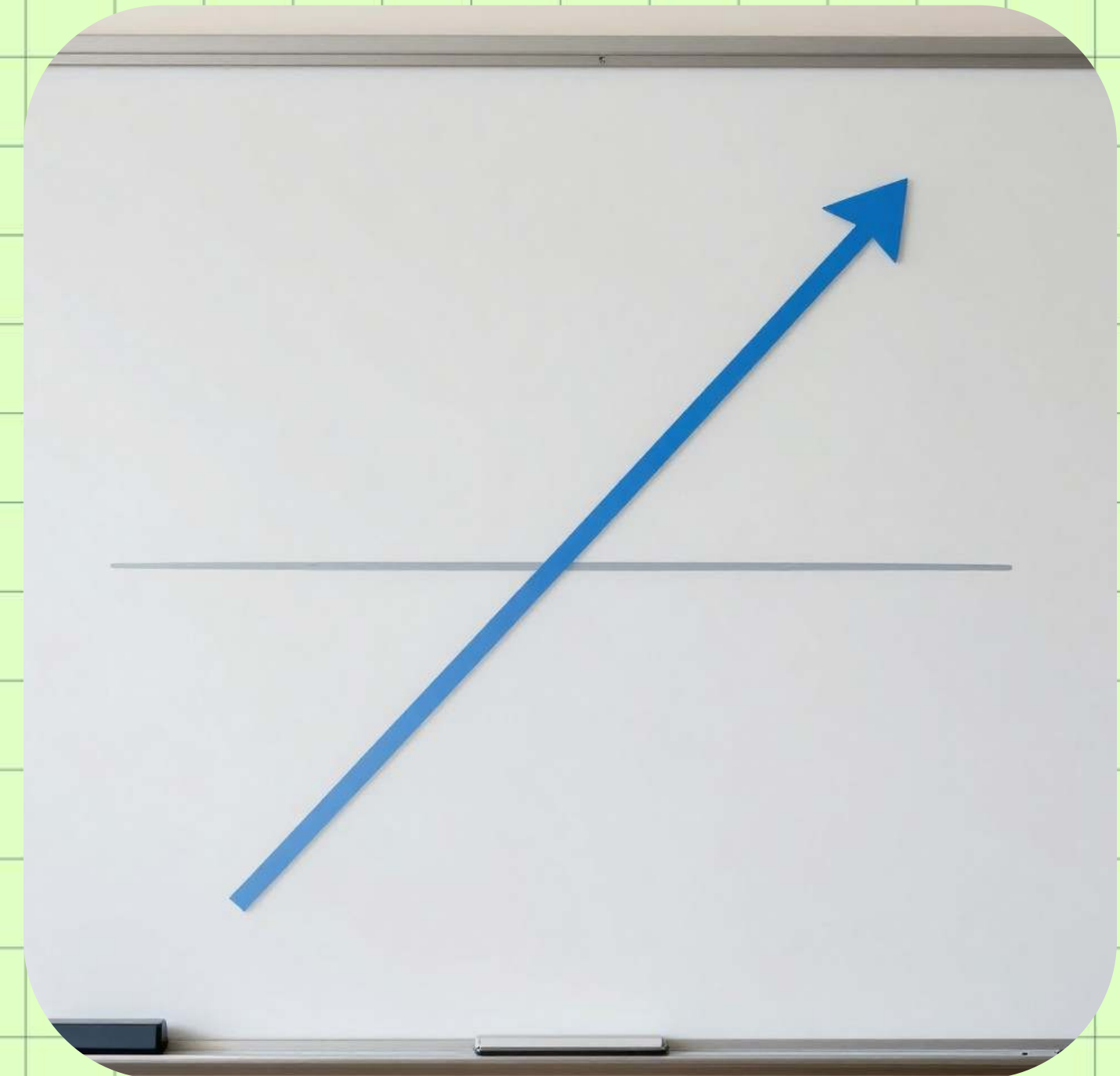
Поворот вверх

Если вектор направлен вверх, его угол лежит между 0° и 180° . Это значит, что поворот идёт через верхнюю полуплоскость, а направление остаётся однозначным.



Зачем он нужен

По углу удобно описывать не только наклон, но и положение вектора относительно осей. Поэтому координаты и угол вместе дают полное представление о направлении.



Центральный угол и дуга

12

1

Построение угла

Центральный угол строится так: его вершина находится в центре окружности, а стороны проходят через две точки на окружности. Эти точки задают начало и конец дуги.

3

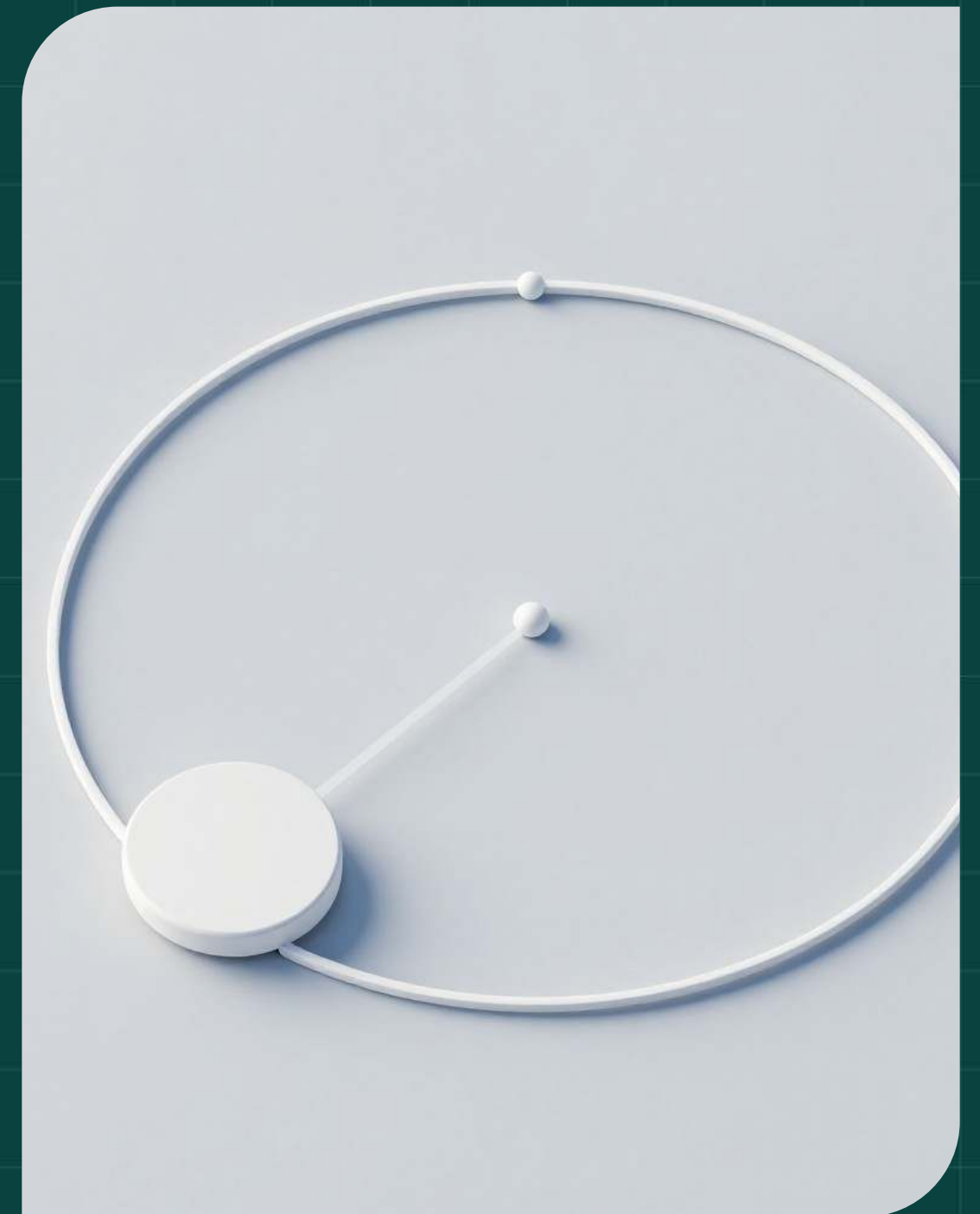
Связь объектов

Центральный угол и дуга связаны напрямую: угол показывает, какую часть окружности захватывает дуга. Поэтому их удобно рассматривать как две стороны одной геометрической ситуации.

2

Что такое дуга

Дуга окружности — это часть окружности между двумя точками. Она может быть малой или большой, но всегда выделяется именно выбранными концами.



Главное правило для дуги

13

1

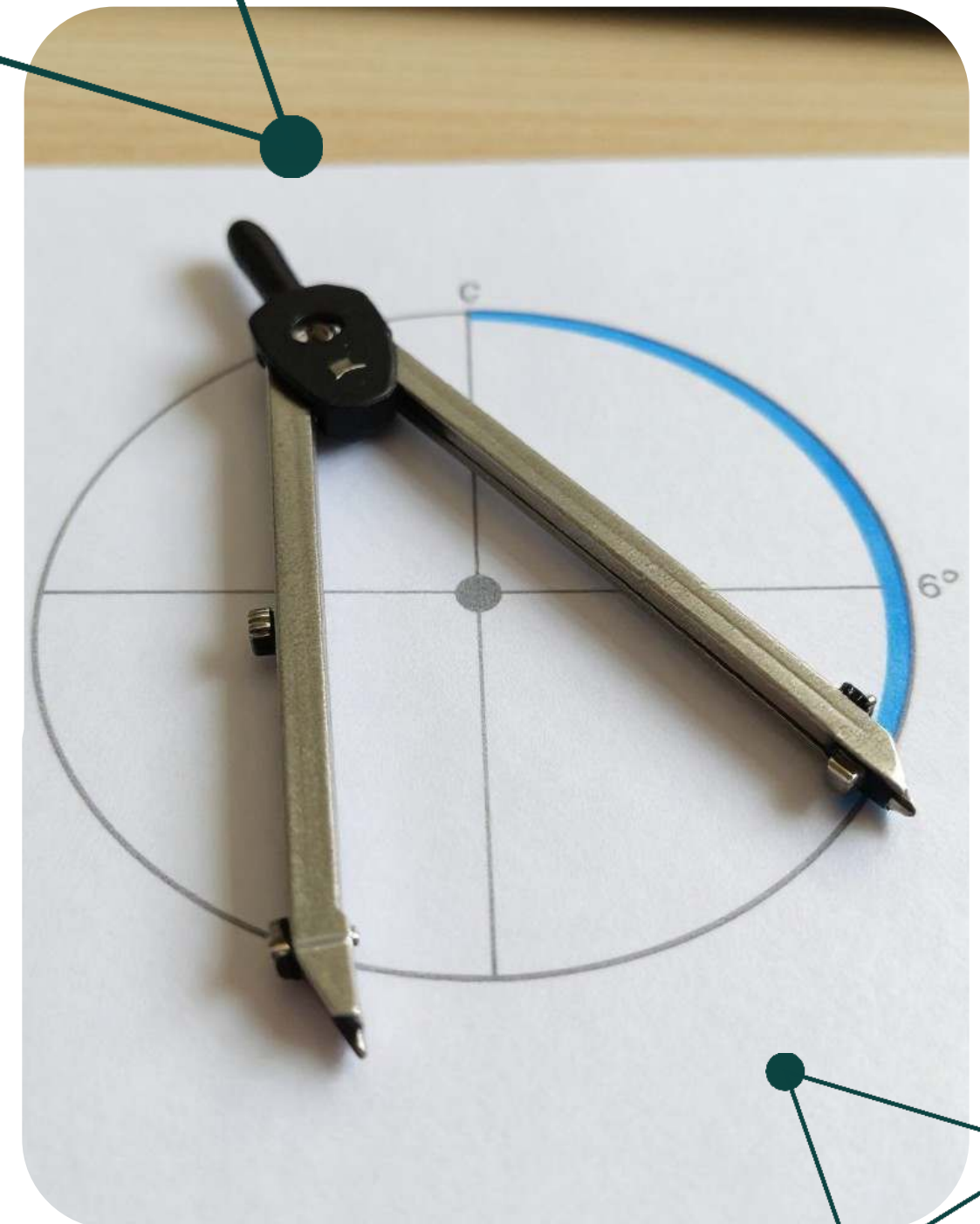
Основное равенство

Градусная мера дуги всегда равна градусной мере центрального угла, который на неё опирается. Это правило работает для любой дуги на окружности без исключений.

2

Простой пример

Если центральный угол равен 60° , то и соответствующая дуга имеет меру 60° . При решении задач достаточно сравнить данные угла и дуги.



Как угол задаёт часть окружности

14

1

Четверть окружности

Когда центральный угол равен 90° , соответствующая дуга занимает четверть окружности. Такой случай удобно представлять как поворот на прямой угол.

3

Сектор и размер

Сектор окружности ограничен двумя радиусами и дугой между ними. Чем больше центральный угол, тем больше часть окружности попадает в сектор.

2

Полуокружность

Если центральный угол равен 180° , дуга образует полуокружность. В этом случае сторонами угла служат противоположные радиусы, лежащие на одной прямой.



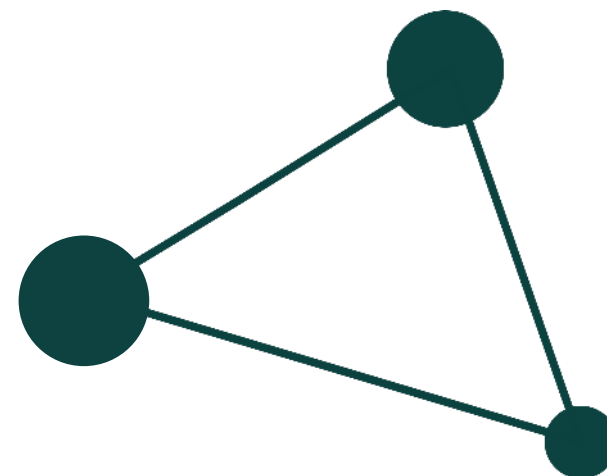
Пример 3: дуга и центральный угол

15

1

Угол 120°

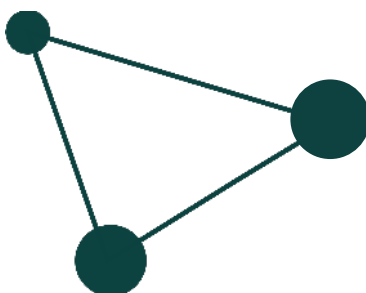
Центральный угол 120° сразу задаёт дугу такой же меры. Никакого дополнительного пересчёта не нужно: достаточно применить правило равенства дуги и угла.



2

Дуга 35°

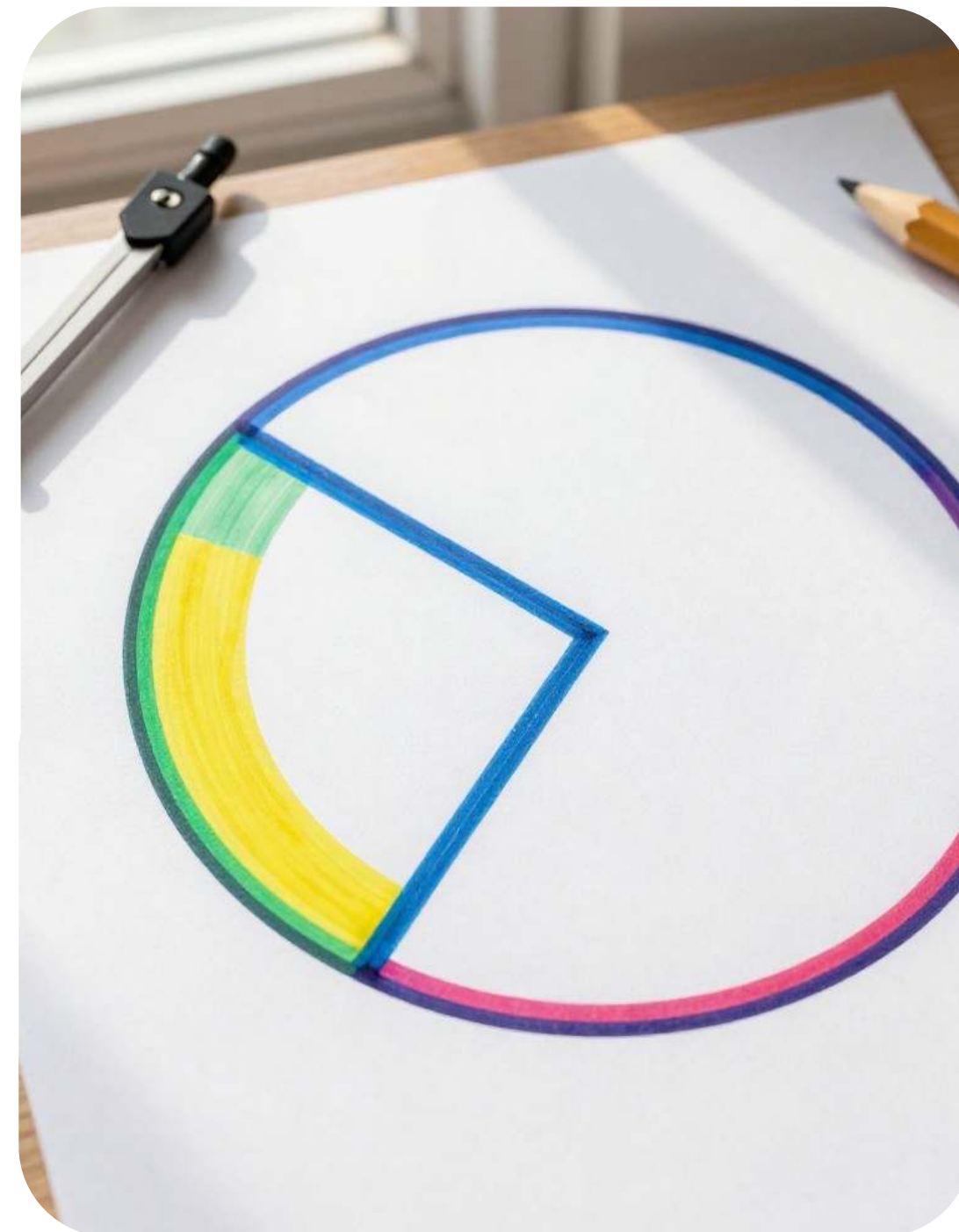
Если в задаче дана дуга 35° , то центральный угол, опирающийся на неё, тоже равен 35° . Здесь важно не менять значение и не округлять его.



3

Как проверять

При решении полезно отмечать на рисунке центр, радиусы и крайние точки дуги. Тогда легче увидеть, какая именно часть окружности измеряется.



Обратные задачи на дугу

16

● Дуга 78°

Если известна дуга 78° , то центральный угол, опирающийся на неё, тоже равен 78° . В таких задачах ищут не новую формулу, а равное значение.

● Угол 145°

Если дан центральный угол 145° , то мера соответствующей дуги также 145° . Достаточно аккуратно переписать число, сохранив единицы измерения.

● На что смотреть

Такие задания проверяют внимание к условию и умение применять правило без лишних шагов. Главное — не перепутать дугу с длиной окружности.



Общая идея двух тем

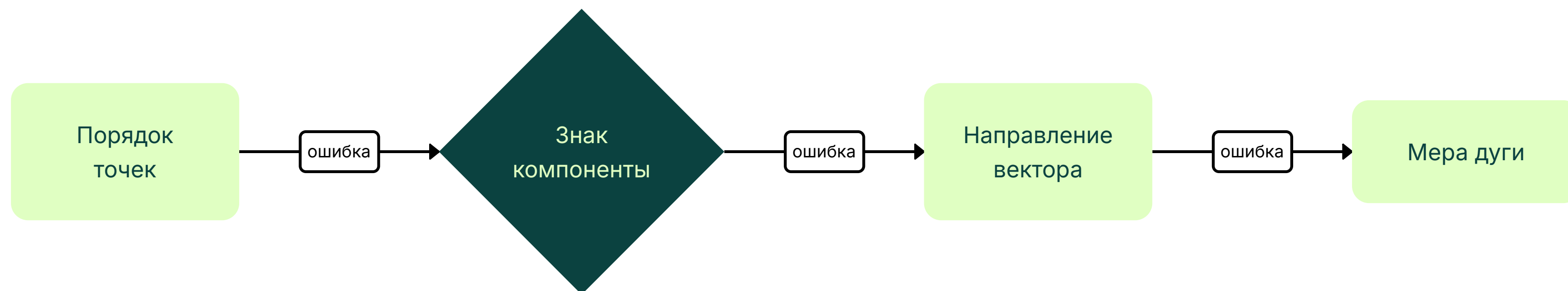
Тема	Что измеряют	Правило
Вектор	смещение	по координатам
Дуга	часть окружности	равна углу

Сравнение двух тем помогает увидеть общий приём: сначала определяют, что именно измеряется, затем используют знак, порядок точек или градусную меру.

В обеих темах важны направление и точность записи: для вектора — координаты и знаки, для дуги — равенство с центральным углом.

Типичные ошибки

Цепочка показывает, где чаще всего сбиваются при решении задач по векторам и дугам.



Практикум: три задания

№	Задание	Ответ
1	две точки	вектор
2	сложение	по компонентам
3	дуга и угол	равные

Три типовые задачи помогают закрепить разные навыки: вычисление координат, действия с векторами и применение равенства дуги и центрального угла.

Во всех заданиях нужно внимательно работать с данными и проверять знак, порядок записи и соответствие между углом и дугой.





Итоги урока

Сегодня мы связали две геометрические идеи: координаты помогают точно описывать вектор, а дуга окружности измеряется через центральный угол. Оба случая учат видеть направление и аккуратно работать с числом.