



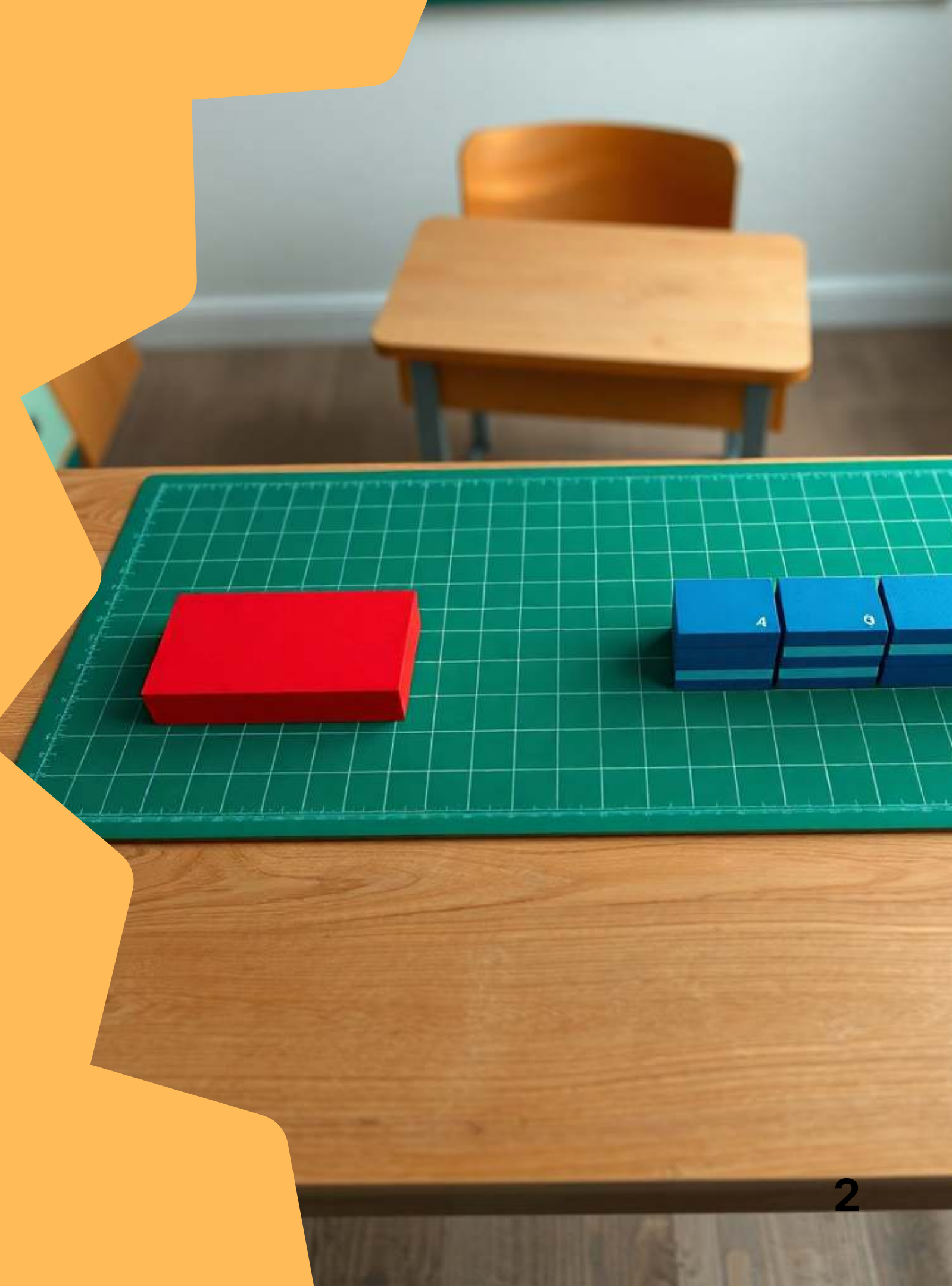
Умножение одночлена на многочлен

Раскрываем скобки, знаки и степени без ошибок.



Зачем нужно это правило

Это правило помогает быстро раскрывать скобки, упрощать выражения и решать уравнения. Оно встречается в алгебре, формулах площади и периметра, а также в самых обычных преобразованиях выражений в 7 классе.



Что такое одночлен и многочлен



Один член

Одночлен — это одно произведение: число, буквы и их степени записаны без сложения и вычитания. Примеры: $7x$, $-3a^2$, $4mn$.



Несколько членов

Многочлен состоит из двух или более одночленов, соединённых знаками «+» или «-». Например: $x + 5$, $2a - 3b$, $4 \times 2 + 2x - 1$.



Роль знаков

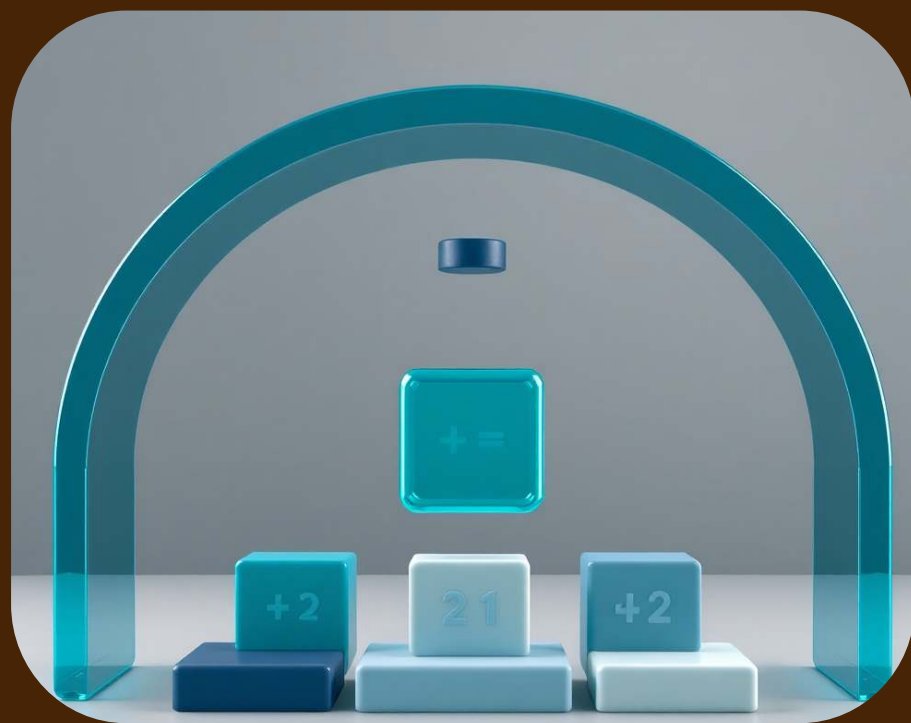
Знаки показывают, где заканчивается один член и начинается другой. При умножении важно не перепутать их с частью самого одночлена.



Что нужно различать

Для правильного раскрытия скобок надо отдельно видеть числовую часть и буквенную часть выражения. Тогда проще умножать, сокращать и проверять ответ.

Распределительное свойство — основа правила



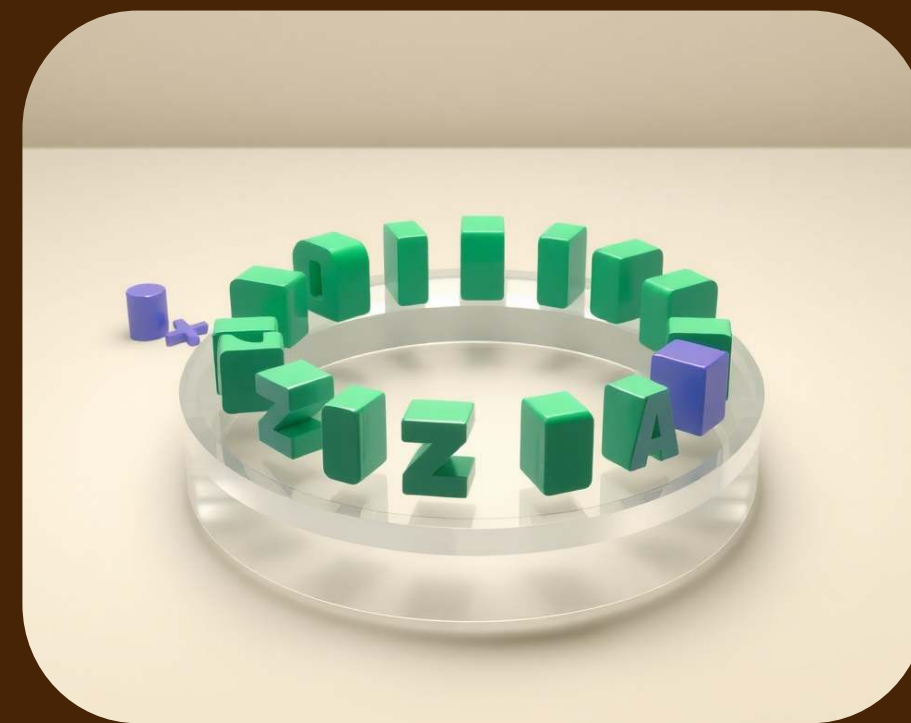
Одна скобка — несколько действий

Формула $a(b + c) = ab + ac$ показывает, что один множитель должен быть применён к каждому слагаемому в скобках. Нельзя умножить только первый член и остановиться: каждое слагаемое получает свой результат.



Коэффициент работает со всеми членами

Число перед скобкой умножается на каждый член многочлена отдельно. Если коэффициент отрицательный, меняются и знаки полученных произведений. Это удобно показывать на схеме: входящее выражение разделяется на несколько умножений, а затем складывается обратно.

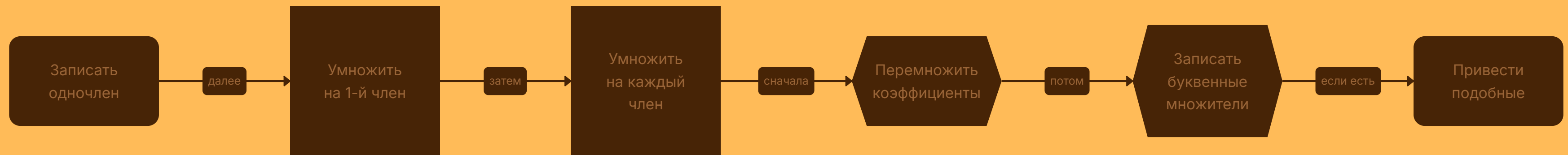


Буквы остаются в произведении

При умножении одинаковые буквы не исчезают, а записываются вместе. Если в произведении встречаются одинаковые буквы, их степени суммируются. Так распределительное свойство соединяется с правилами умножения степеней и помогает получить аккуратный результат.

Алгоритм умножения одночлена на многочлен

Последовательность действий при раскрытии скобок



Как перемножаются коэффициенты и буквы

.1

Сначала числа

Числовые коэффициенты перемножаются так же, как обычные числа. Например, $4 \cdot 3 = 12$, а $-2 \cdot 5 = -10$. Здесь важны только правила умножения и знаки.

.2

Одинаковые буквы

Если буквы одинаковые, их показатели складываются. Поэтому $x \cdot x = x^2$, а $a \cdot a \cdot a = a^3$. Это помогает быстро записывать степень без лишних действий.

.3

Разные буквы рядом

Когда в произведении встречаются разные буквы, они записываются рядом. Например, $2x \cdot 3y = 6xy$. Порядок букв обычно сохраняют, чтобы запись была привычной и понятной.

.4

Следим за знаком

Знак результата зависит от знаков множителей. Два отрицательных множителя дают положительный результат, а один отрицательный — отрицательный. Это нужно проверять в каждом произведении отдельно.

Примеры умножения по шагам

В таблице показано, как одночлен умножается на каждый член скобок, а затем записывается итоговый многочлен.

Каждый член скобок умножается отдельно, а затем проверяются знаки и степени.

Школьный курс алгебры, 7 класс

Выражение	Действие	Результат
$2(x + 3)$	$2 \cdot x$ и $2 \cdot 3$	$2x + 6$
$-3(a - 2)$	$-3 \cdot a$ и $-3 \cdot (-2)$	$-3a + 6$
$5m(2m - 1)$	$5m \cdot 2m$ и $5m \cdot (-1)$	$10m^2 - 5m$

.1

Положительный множитель

Если перед скобкой стоит положительный одночлен, знаки внутри скобок не меняются. Каждый член просто умножается на этот множитель, поэтому запись остаётся узнаваемой.

.2

Отрицательный множитель

Если перед скобкой стоит отрицательный одночлен, знак каждого члена в скобках меняется на противоположный. Например, $-(x - 4) = -x + 4$.

.3

Особая внимательность

Такие примеры часто вызывают ошибки, потому что минус влияет на все члены сразу. Полезно проговаривать каждый шаг вслух и проверять знак у каждого полученного слагаемого.

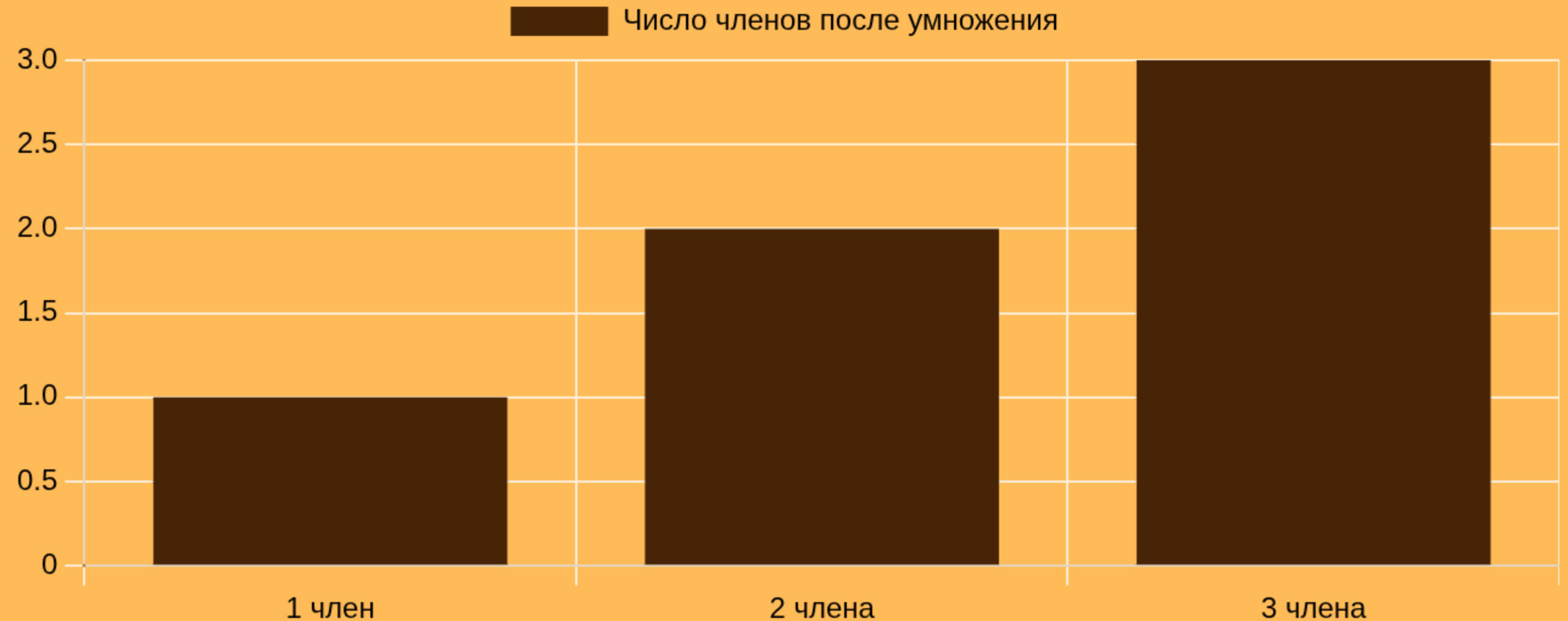
Как раскрываются скобки при положительном и отрицательном множителе

Сколько членов получается после умножения

Примеры показывают только рост числа слагаемых: оно зависит от количества членов в скобках, а не от величины коэффициента.

Чем больше членов в многочлене, тем больше произведений нужно записать при раскрытии скобок.

Школьный курс алгебры, 7 класс



Пример с буквами и коэффициентом



Исходное выражение

Рассмотрим $3x(2x - 5)$.
Здесь одночлен $3x$ умножается на каждый член скобок, поэтому получится два произведения, а не одно.

Первое произведение

Сначала умножаем $3x$ на $2x$.
Перемножаем коэффициенты 3 и 2 , а буквы x и x объединяем в x^2 .
Получаем $6x^2$.

Второе произведение

Теперь умножаем $3x$ на -5 .
Коэффициенты дают -15 , а буква x остаётся без изменения. Получаем $-15x$.

Итоговая запись

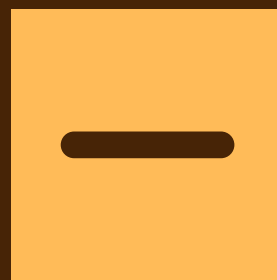
После раскрытия скобок получается $6x^2 - 15x$.
Важно проверить знак каждого члена и убедиться, что ни одно слагаемое не потерялось.

Типичные ошибки при умножении



Умножают только первый член

Некоторые ученики раскрывают скобки только для первого слагаемого и забывают про остальные. В результате выражение становится неполным, а ответ — неверным, хотя внешне запись может выглядеть аккуратно.



Теряют знак минус

Если перед скобкой стоит минус, его нужно учесть для каждого члена многочлена. Пропуск этого шага меняет все знаки в ответе и приводит к ошибке уже в самом начале вычислений.



Путают умножение и сложение

Коэффициенты нельзя складывать вместо умножения: при раскрытии скобок работают правила умножения, а не сложения. Поэтому $2(x + 4)$ не превращается в $2x + 4$, а даёт $2x + 8$.



Ошибаются в степенях и пропускают члены

При умножении одинаковых букв показатели складываются, а не удваиваются в виде $2x$. Ещё одна частая неточность — потеря одного из слагаемых после раскрытия скобок, поэтому полезно проверять каждый член отдельно.

Верные и неверные записи

Сравните распространённые ошибки и правильные результаты раскрытия скобок. Важно умножать одночлен на каждый член многочлена полностью, не пропуская ни коэффициенты, ни буквенную часть.

Во всех примерах ошибка связана с неполным умножением на каждый член скобок. Правильная запись получается только тогда, когда учитываются оба слагаемых и знаки перед ними.

Школьный курс алгебры 7 класса

Выражение	Ошибка	Правильно
$2(x + 4)$	$2x + 4$	$2x + 8$
$-(a - 3)$	$-a - 3$	$-a + 3$
$4y(y + 1)$	$4y^2 + 1$	$4y^2 + 4y$

Проверка результата после раскрытия скобок

Последовательность самопроверки после преобразования выражения в школьной алгебре



Умножение на многочлен из трёх членов

.1

Умножаем без пропусков

Если в скобках три слагаемых, одночлен нужно умножить на каждое из них отдельно. Нельзя останавливать вычисление после первого или второго члена, иначе получится неполная запись.

.2

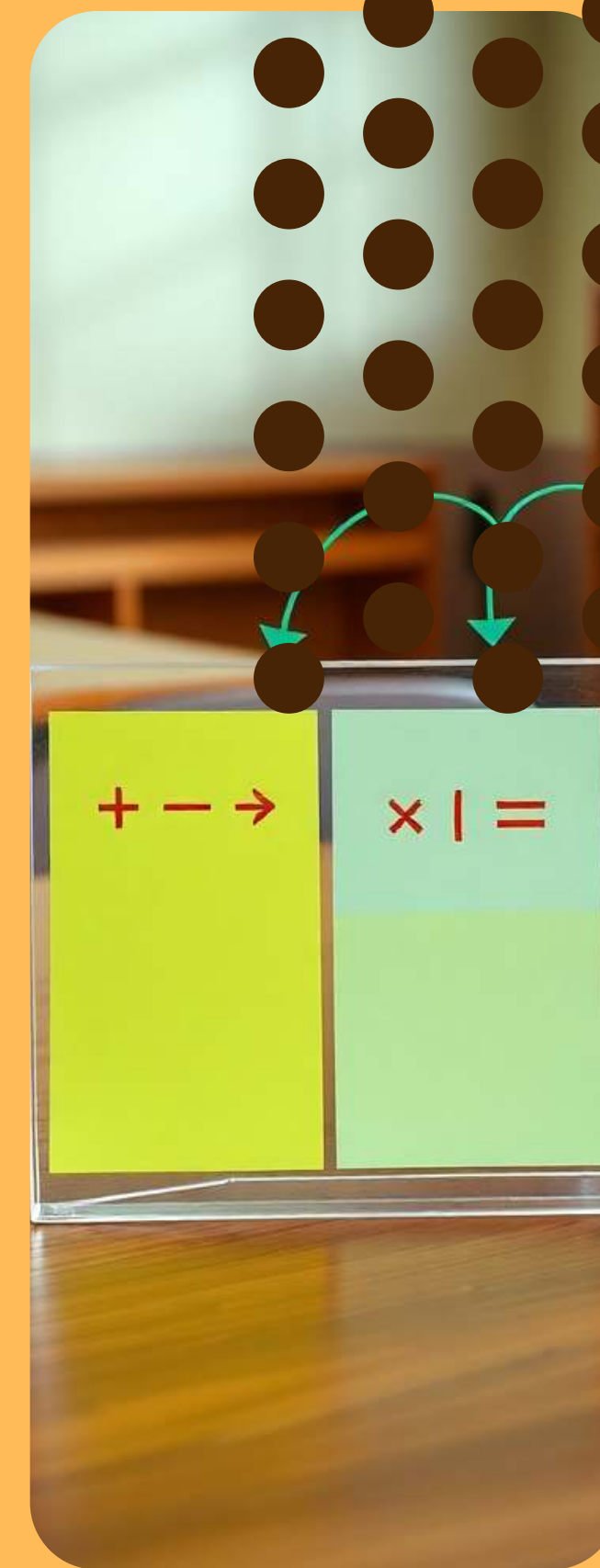
Следим за знаками

При раскрытии скобок важно аккуратно переносить знаки. В примере $2(x + 3 - 5)$ сначала получаем $2x + 6 - 10$, а затем упрощаем выражение до $2x - 4$.

.3

Сразу упрощаем результат

После умножения полезно проверить, нельзя ли объединить или сократить слагаемые. Это делает запись короче, понятнее и удобнее для дальнейших вычислений в уравнениях и задачах.

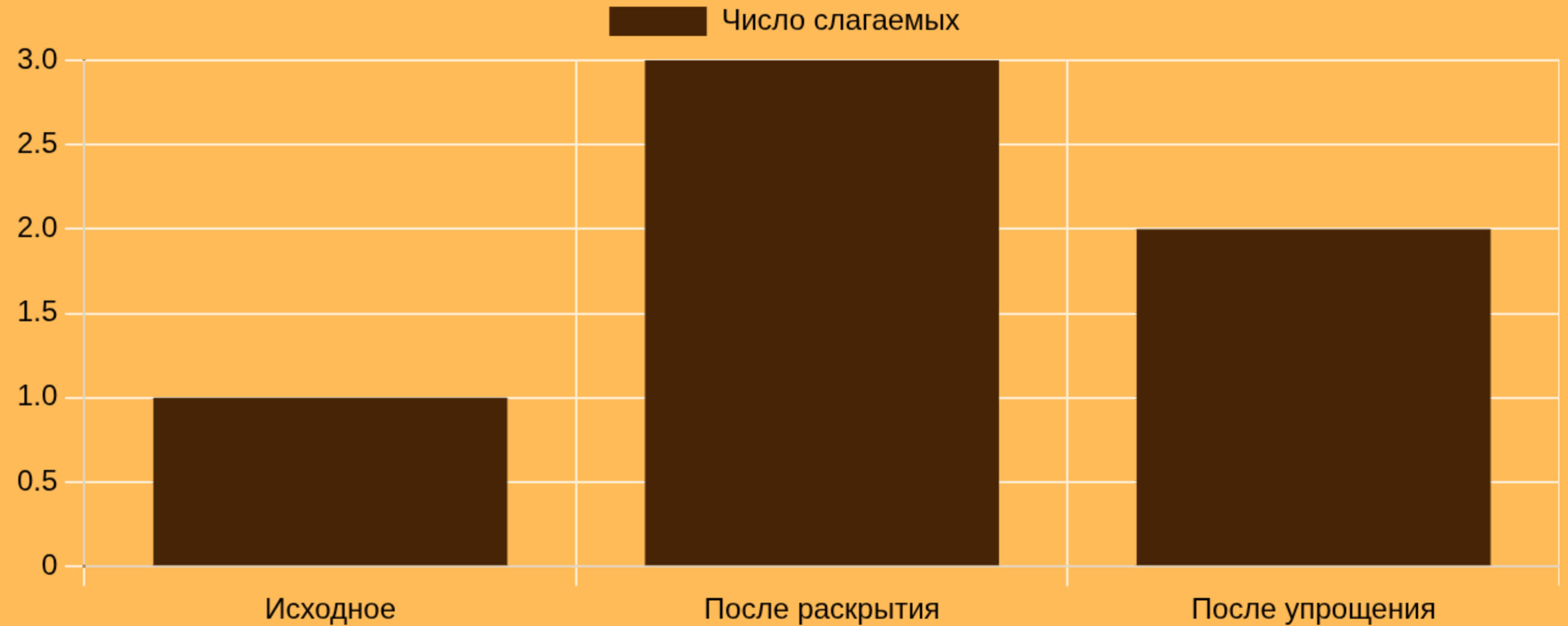


Как изменяется выражение после упрощения

На каждом этапе меняется не только запись, но и её удобство для вычислений: сначала появляются отдельные произведения, затем лишние члены исчезают после приведения подобных.

Раскрытие скобок обычно увеличивает число слагаемых, а упрощение сокращает запись. Чем точнее выполнены промежуточные шаги, тем легче получить короткий и верный ответ.

Пример: $3(x + 2x - 1) = 3x + 6x - 3 = 9x - 3$



Связь с геометрией и формулами



Прямоугольник с переменной стороной

Когда одна сторона прямоугольника равна x , а другая — $x + 3$, его площадь записывают как $x(x + 3)$. После раскрытия скобок получается $x^2 + 3x$, и формула становится удобной для вычислений. Такой приём часто используют в задачах на площадь и составление выражений.



Изменение размера фигуры

Если сторона квадрата или другой фигуры увеличивается на 2, можно получить выражение вида $a(a + 2)$. Раскрытие скобок помогает увидеть, как новая длина связана с исходной, и сразу перейти от описания фигуры к алгебраической записи.

.1

Первые примеры

Начните с простых выражений $4(a + 2)$ и $-2(x - 7)$. Здесь важно не только умножить одночлен на каждый член скобок, но и сразу проверить, как меняются знаки после раскрытия.

.2

Работа со степенями

В выражении $3m(2m + 1)$ нужно правильно перемножить коэффициенты и записать $m \cdot m$ как m^2 . Такой пример помогает закрепить правило умножения одинаковых букв и избежать записи $2m$.

.3

Несколько слагаемых

Попробуйте $x(3x - 5 + 2)$, чтобы не пропустить ни один член многочлена. После умножения полезно сразу объединить подобные слагаемые, если они появились в результате вычислений.

.4

Проверка ответа

После каждого задания сравнивайте число полученных членов с числом слагаемых в скобках. Такой быстрый контроль помогает заметить пропуски, неверные знаки и ошибки в степени ещё до записи окончательного ответа.

Задания для закрепления

Мини-практикум с ответами

Попробуйте быстро раскрыть скобки и сравнить свой результат с ответом. Сначала выполняется умножение, затем при необходимости приводятся подобные слагаемые.

Во всех примерах сначала применяется распределительное свойство, затем выполняется упрощение записи. Успех зависит от точного учёта знаков, коэффициентов и степеней.

Школьный курс алгебры 7 класса

Выражение	Ответ	Проверка
$5(x - 1)$	$5x - 5$	минус учтён
$-3a(2a + 4)$	$-6a^2 - 12a$	каждый член
$2y(y - 3)$	$2y^2 - 6y$	степени верны
$6k(3 - k)$	$18k - 6k^2$	порядок сохранён

Что важно запомнить

.1

Каждый член отдельно

Одночлен нужно умножать на каждое слагаемое в скобках без исключений. Если пропустить хотя бы один член, выражение станет неполным, и результат уже не будет соответствовать исходной записи.

.2

Коэффициенты перемножаются

Числовая часть умножается как обычные числа, а не складывается. Поэтому сначала находят произведение коэффициентов, а потом записывают буквенную часть, соблюдая правила работы со степенями.

.3

Знаки нельзя игнорировать

Положительный множитель сохраняет знаки внутри скобок, а отрицательный меняет их на противоположные. Именно поэтому аккуратная работа со знаками помогает избежать самых частых ошибок при раскрытии скобок.

.4

Ответ нужно упростить

После умножения часто появляются подобные слагаемые, которые можно объединить. Упрощённая запись короче, нагляднее и удобнее для дальнейшего решения уравнений и задач.

Правило, которое делает алгебру понятнее

Умножение одночлена на многочлен помогает уверенно раскрывать скобки, упрощать выражения и решать задачи из алгебры и геометрии. Этот навык делает вычисления точнее и понятнее.