

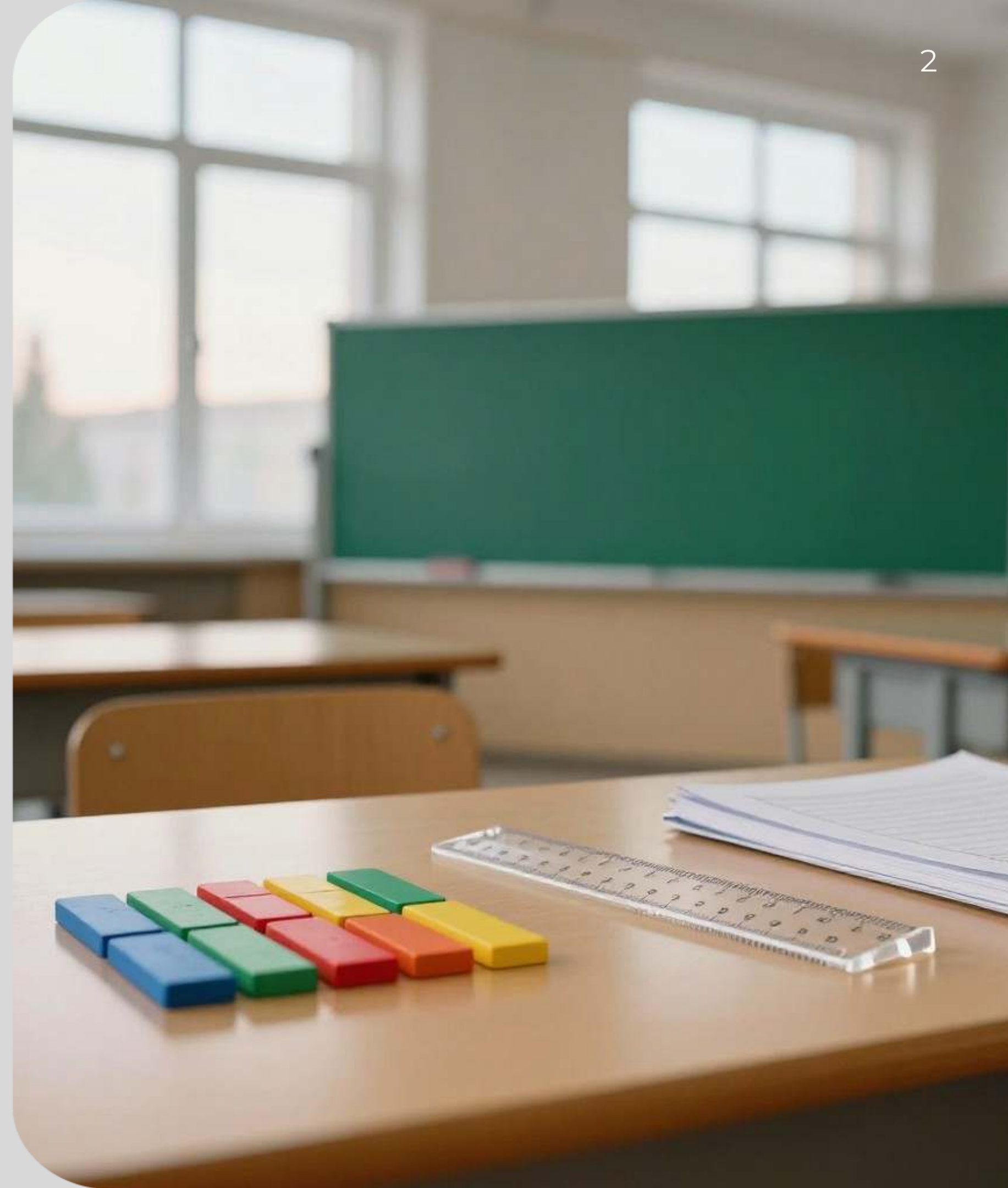
Многочлены: как записывать и преобразовывать выражения в алгебре

Многочлены помогают упрощать алгебру
и решать задачи.



Почему многочлены важны в 7 классе

Они позволяют кратко записывать длинные выражения, преобразовывать формулы и находить значения при разных буквах. С их помощью удобно описывать площади, периметры, стоимость и числовые закономерности.



Что такое многочлен

● Состав выражения

Многочлен — это сумма или разность одночленов. В его записи могут встречаться числа, буквы и степени с натуральными показателями.

● Как читать запись

Каждый член многочлена отделяется знаком плюс или минус. Поэтому важно видеть, где заканчивается один член и начинается другой.

● Примеры

К многочленам относятся выражения $3x+5$, $2a^2-7a+1$, x^3-4x+9 . Все они состоят из нескольких одночленов.

● Зачем это знать

Понимание строения многочлена помогает быстрее выполнять преобразования, сравнивать выражения и не путаться в знаках при вычислениях.

Одночлен, коэффициент и степень одночлена



Одночлен

Одночлен — это произведение числа и буквенной части, например $7x^2$, $-3ab$ или 5. Он может содержать и только число, без букв.



Коэффициент

Число перед буквами называется коэффициентом. Оно показывает, сколько таких буквенных частей берётся в выражении.



Степень

Степень одночлена равна сумме показателей степеней всех букв. В $2a^2b$ степень равна 3, потому что $2+1=3$.



Число без букв

Если в записи нет букв, степень считают равной 0. Например, у числа 8 степень равна 0, так как оно не содержит переменных.

Виды многочленов по числу членов

Количество членов помогает быстро определить вид выражения и выбрать удобный способ работы с ним.

Чем проще посчитать члены, тем легче определить тип записи и избежать ошибок при преобразованиях.

Вид	Число членов	Пример
Одночлен	1	$7x^2$
Двучлен	2	$a+3$
Трёхчлен	3	x^2+x+1
Многочлен	4 и более	x^3+x^2+x+1

Именно по ней определяют,
насколько сложен многочлен
и какой член в нём самый старший.

3

— наибольшая степень среди его
одночленов после приведения
к стандартному виду.

Подобные слагаемые



Одинаковая буквенная часть

Подобными называют слагаемые с одинаковыми буквами и одинаковыми показателями степеней, например $3x$ и $-5x$ или $2a^2b$ и $7a^2b$.

Что делают с коэффициентами

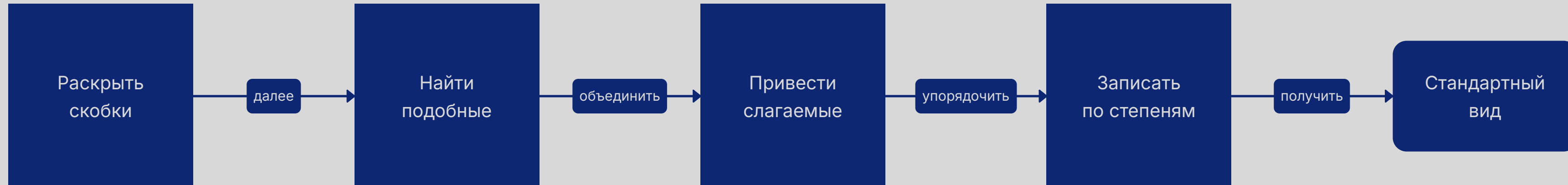
При объединении подобных слагаемых складывают или вычитают только их коэффициенты, а буквенная часть остаётся прежней.

Почему это удобно

Такое объединение делает выражение короче и понятнее, а также помогает быстрее привести многочлен к стандартному виду без лишних промежуточных записей.

Приведение многочлена к стандартному виду

Последовательность действий на примере преобразования выражения



Сложение и вычитание многочленов

1

Сложить подобные

Сначала раскрывают скобки, а затем объединяют подобные слагаемые. Это позволяет сразу увидеть, какие части выражения можно сложить или вычесть.

2

Следить за знаками

Если перед скобками стоит минус, знаки всех членов внутри меняются. Именно здесь чаще всего появляются ошибки при вычислениях.

3

Пример преобразования

В выражении $(3a+2)-(a-5)$ скобки раскрываются, затем подобные слагаемые приводятся к виду $2a+7$. Ответ получается короче и удобнее.

4

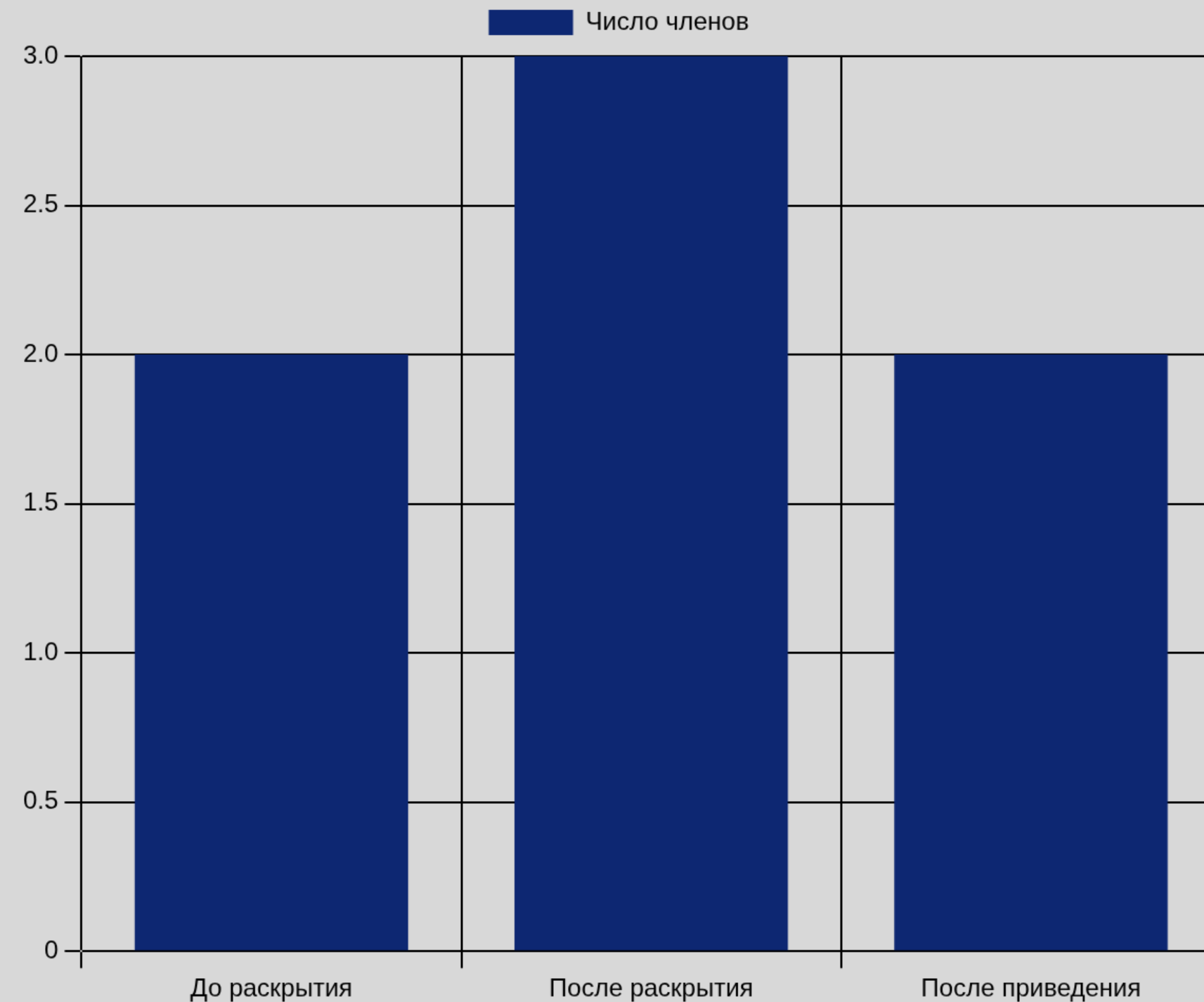
Главное правило

При работе с многочленами важно не менять буквенную часть и внимательно переносить знаки. Тогда итоговое выражение будет записано верно.

Что происходит с выражением после раскрытия скобок

На примере видно, как алгебраическая запись становится удобнее для дальнейших действий и проверки.

Раскрытие скобок увеличивает число членов, а приведение подобных снова сокращает запись.



Пример $2(x+3)+x$, школьный курс алгебры 7 класса

Умножение многочлена на одночлен



Раскрываем действие

Одночлен умножают на каждый член многочлена отдельно, используя распределительный закон. Благодаря этому выражение не теряет смысл, а его части удобно преобразуются по шагам без пропуска слагаемых.



Умножаем коэффициенты

Сначала перемножают числовые множители: например, в записи $3(x+4)$ число 3 умножается на каждый член внутри скобок. Так получают $3x+12$ без лишних промежуточных ошибок.



Складываем показатели

Если в произведении встречаются одинаковые буквы, показатели степеней складываются. Поэтому $2a \cdot 3a^2$ превращается в $6a^3$. Это правило помогает быстро упрощать выражения с одинаковой буквенной частью.



Применяем в задачах

Приём часто используют в геометрии и текстовых задачах: он помогает записать площадь, периметр или стоимость через букву. Так формула становится короче и удобнее для вычислений.

Умножение многочлена на многочлен

Умножаем по частям

01

Каждый член первого многочлена последовательно умножают на каждый член второго. Это позволяет не потерять ни одно слагаемое и сохранить структуру выражения при вычислениях.

Записываем все произведения

02

После перемножения скобок выписывают все полученные слагаемые. Например, в $(x+2)(x+3)$ появляются x^2 , $3x$, $2x$ и 6 , потому что каждый член действует на каждый.

Объединяем подобные

03

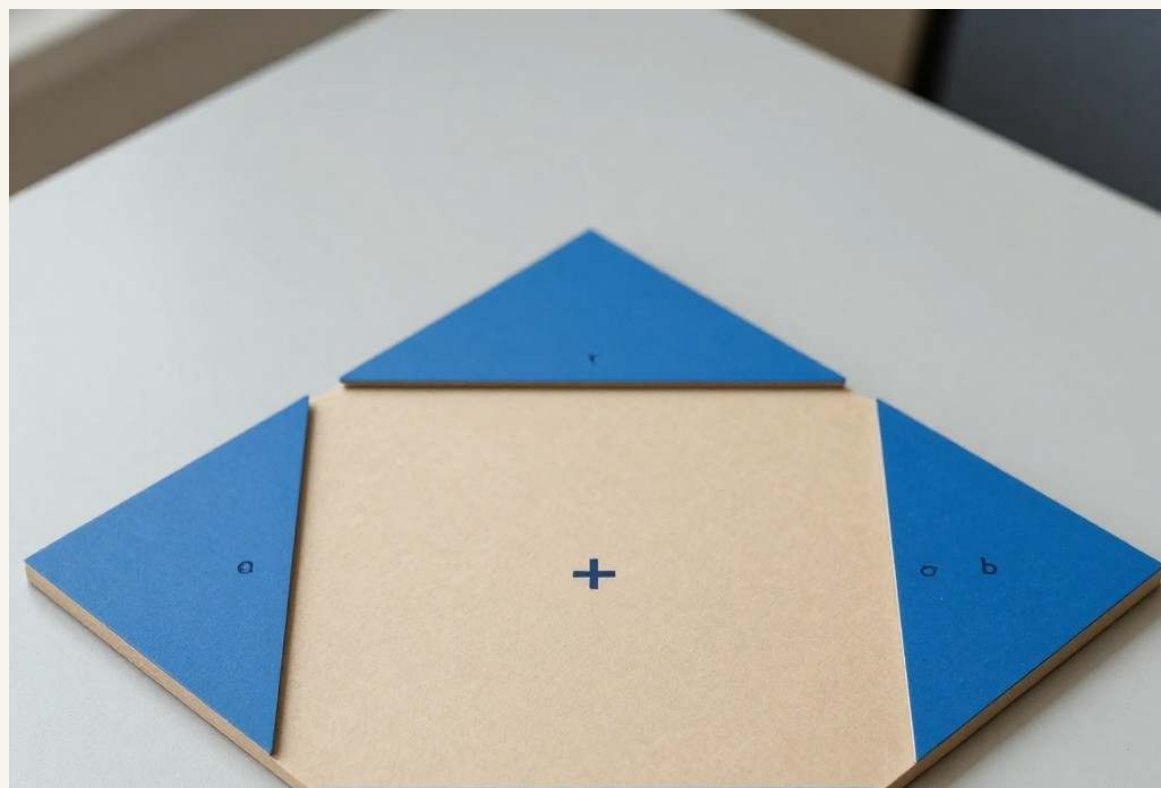
Затем складывают или вычитают одинаковые по буквенной части слагаемые. В примере $3x$ и $2x$ объединяются в $5x$, а выражение становится короче и понятнее.

Приводим к стандартному виду

04

Финальный шаг — расположить члены по убыванию степени. Так получается x^2+5x+6 , и итог удобно сравнивать с другими выражениями или подставлять в формулы.

Формулы сокращённого умножения



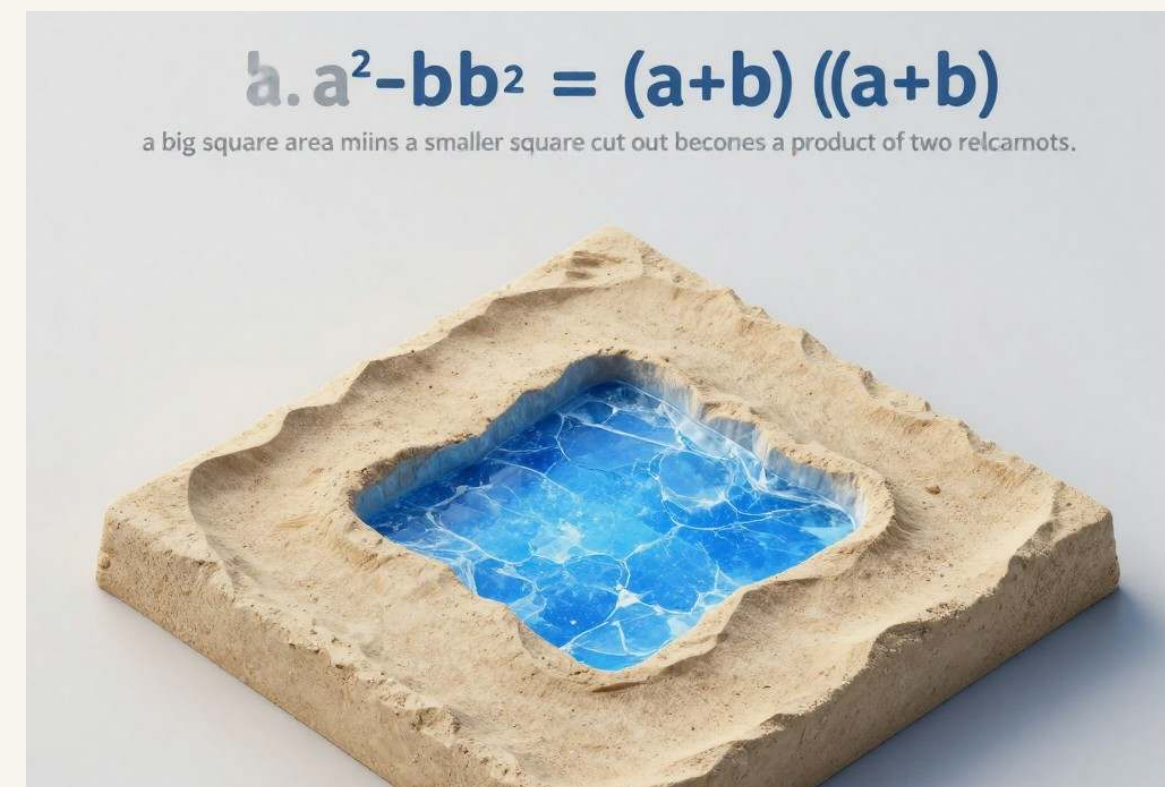
Квадрат суммы как площадь целой фигуры

Формула $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ показывает, как квадрат большой стороны разбивается на части. На рисунке удобно изобразить один квадрат и два прямоугольника, чтобы увидеть происхождение каждого слагаемого.



Квадрат разности через вычитание части

В формуле $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ знак минус появляется из-за уменьшения одной стороны. Геометрическая схема помогает понять, почему средняя часть вычитается дважды, а не один раз.



Разность квадратов как разложение фигуры

Запись $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ связывает площадь большого квадрата с вырезанным меньшим. Такой рисунок особенно наглядно показывает, что одно выражение можно представить как произведение двух множителей.

Типичные ошибки при работе с многочленами

Ошибка	Пример	Верно
Минус перед скобками	$-(x-4) = -x-4$	$-x+4$
Сложение коэффициентов	$2x+5x = 7x$	$7x$
Степени букв	$a^2 \cdot a^3 = a^5$	a^5

В таблице показаны самые частые ошибки, их примеры и правильные результаты. Она помогает быстро заметить, где именно ученик чаще всего теряет знак, коэффициент или буквенную часть.

Большинство ошибок связано со знаками и внимательностью к буквенной части. Если проверять каждый шаг, особенно скобки и степени, результат получается надёжнее.

Многочлены в геометрических задачах

1

Периметр выражается кратко

Если сторона квадрата равна $x+2$, то его периметр удобно записать как $4(x+2)$. Такая форма сразу показывает, что длина всех четырёх сторон одинакова.

2

Площадь тоже задаётся формулой

Площадь квадрата со стороной $x+2$ равна $(x+2)^2$. Эта запись помогает не только вычислять ответ, но и видеть, как влияет изменение стороны на результат.

3

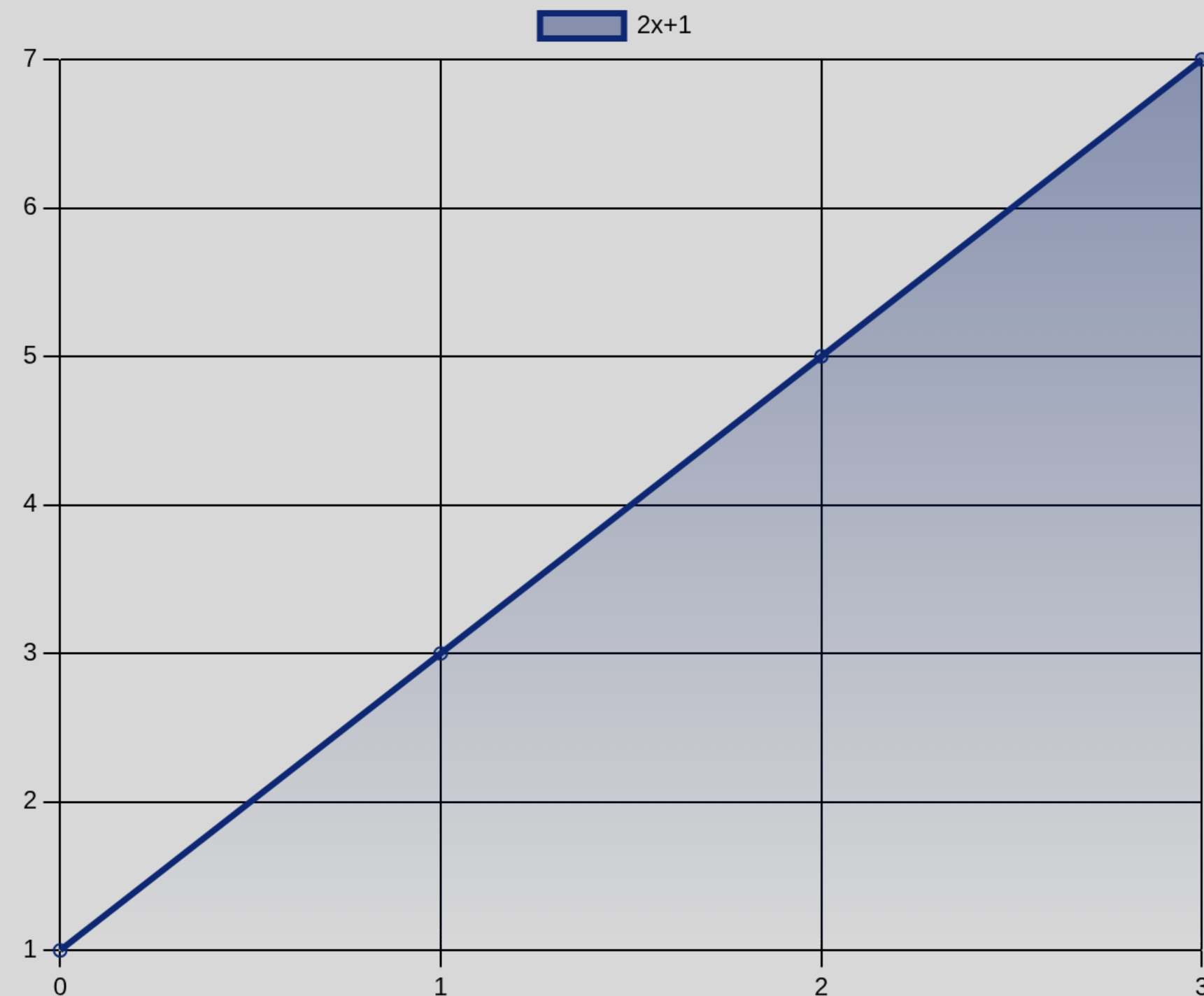
Проверка становится проще

Когда ответ записан через многочлен, его можно проверить при любом значении переменной. Это особенно удобно в задачах, где нужно сравнить несколько вариантов или найти закономерность.

Как меняется значение многочлена при разных значениях переменной

График показывает, что значения выражения растут равномерно, а точки лежат на прямой. Это удобно для быстрой проверки вычислений и поиска закономерности.

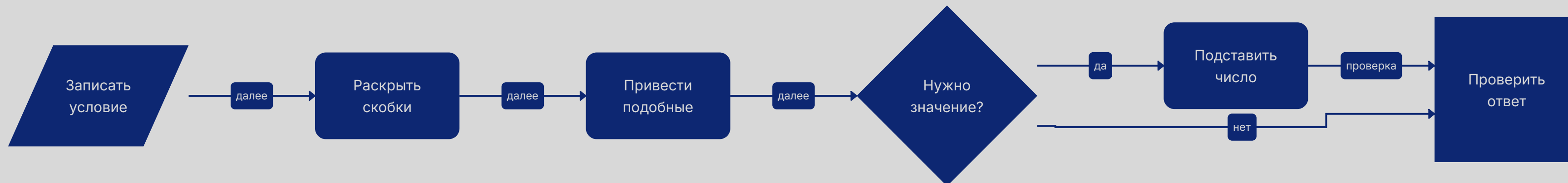
При увеличении x на 1 значение выражения увеличивается на 2. Значит, многочлен задаёт линейную зависимость с постоянным шагом.



Табличные значения выражения $2x+1$ для $x = 0, 1, 2, 3$

Алгоритм решения задач с многочленами

Последовательность действий при работе с алгебраическими выражениями в задачах 7 класса



Где многочлены встречаются в жизни



Движение

В задачах о движении многочлены помогают записывать путь, время и скорость в одном выражении. Это делает условие короче и позволяет удобно подставлять разные значения переменной.



Строительство и размеры

При расчётах забора, рамки или участка многочлен помогает описать периметр и площадь. Так проще увидеть, как изменение одной стороны влияет на весь результат.



Стоимость покупок

Если несколько одинаковых товаров стоят одинаково, цену удобно записать через многочлен. Это помогает быстро находить общую стоимость и проверять вычисления без длинных списков чисел.



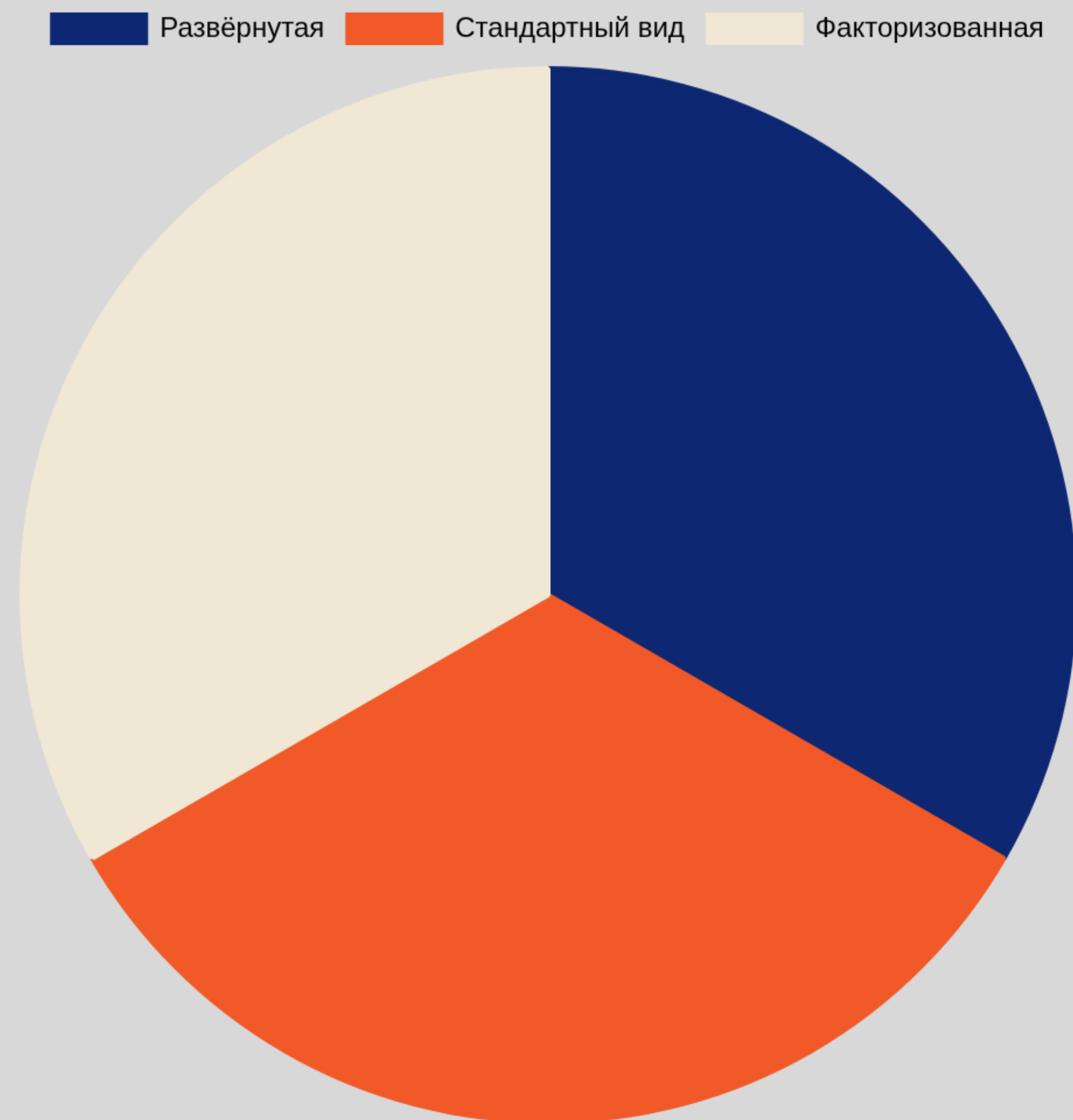
Подсчёт предметов

В наборах деталей, плиток или кубиков многочлены помогают описывать количество элементов. Такая запись удобна, когда нужно понять, как меняется число предметов при изменении условия.

Одна и та же запись в разных формах

Одинаковое выражение можно преобразовать так, чтобы оно было удобнее для вычислений, сравнения или разложения на множители. Каждая форма решает свою задачу.

Разные записи помогают выделить нужное свойство выражения: считать, упрощать или искать множители. Смысл выражения при этом остаётся одним и тем же.



Пример равносильных записей выражения $(x+2)(x+3)$, x^2+5x+6
и $x(x+5)+6$

Многочлены делают алгебру понятнее

Многочлены помогают записывать выражения кратко, вычислять их и преобразовывать без лишних ошибок. Если уверенно работать со скобками, степенями и подобными слагаемыми, алгебра становится намного понятнее.