

Правило умножения вероятностей

Научимся быстро считать шансы двух событий подряд и выбирать нужную формулу.



Вероятность: короткое напоминание

Вероятность показывает, насколько событие возможно: от нуля до единицы. Для двух действий подряд важно понять, связаны ли они и как строить дерево вариантов.



// Зачем нужно правило

Два шага сразу

Когда нужно оценить два шага подряд, перебор всех исходов быстро становится неудобным. Правило умножения позволяет сразу перейти к ответу и не теряться в вариантах.

Практические ситуации

Так решают задачи про выигрыш с подтверждением результата, две удачные попытки или последовательный выбор нужных объектов. Схема одинаково полезна в учебных и жизненных ситуациях.

Быстрее, чем перебор

Вместо длинного списка исходов удобно сравнить вероятности каждого шага и перемножить их. Это экономит время и помогает не пропустить важное условие задачи.

Понятные примеры

Особенно полезны монеты, кубики и карточки: на них легко увидеть, когда события независимы, а когда второй результат зависит от первого.

// Что значит «и» в вероятности

Совместный исход

В вероятности союз «и» означает, что должны произойти оба события сразу. Запись $A \cap B$ читается как «А и В» и описывает общий исход.

01

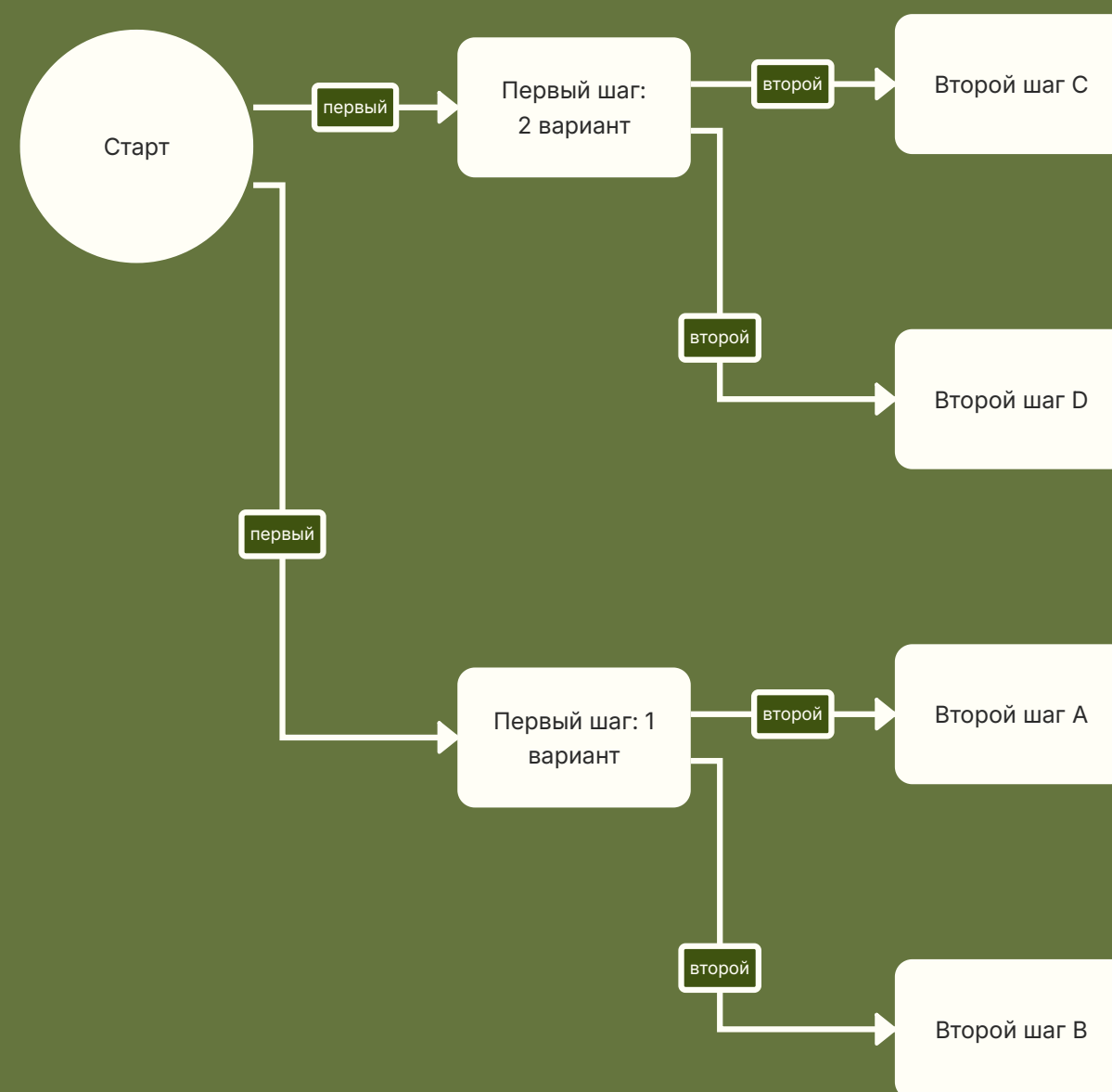
Почему шанс меньше

Такая вероятность обычно меньше, чем шанс каждого события отдельно, потому что нужно выполнить сразу два условия. Чем строже требования, тем уже набор подходящих вариантов.

02

// Умножение вариантов

Дерево вариантов показывает все пути подряд и объясняет, почему числа перемножаются.



// Независимые события

Нет влияния

Если результат первого опыта не меняет вероятность второго, события считают независимыми. Так бывает при повторных бросках монеты: каждый раз условия остаются одинаковыми.

Одинаковые условия

Для двух бросков кубика шанс нужного числа в каждом броске одинаков. Первый результат не делает второй более или менее вероятным, поэтому события независимы.

С возвращением

При вытягивании карты с возвращением колода снова становится прежней. Значит, второй выбор происходит как будто первого не было, и вероятность не меняется.

// Формула для независимых

01

Шаг 1

Сначала определите вероятность первого события. Для независимых событий она вычисляется отдельно и не зависит от того, что произошло дальше.

02

Шаг 2

Затем найдите вероятность второго события. Если оно независимое, эта вероятность такая же, как и без первого события.

03

Шаг 3

Перемножьте полученные числа. Так вы получите вероятность того, что оба события произойдут подряд, а на дереве вариантов это соответствует одному полному пути.

1/36

— это шанс двух выпадений
шестерки подряд.

Для двух удачных бросков
нужно умножить одинаковые
шансы. Получается очень
маленькая вероятность, потому
что оба события должны
случиться подряд.

собственный пример

1/4

— это вероятность двух орлов подряд.

собственный пример

У честной монеты шанс орла при каждом броске одинаков. Когда нужно два успеха подряд, вероятность становится заметно меньше.

МЕНЯЕТСЯ

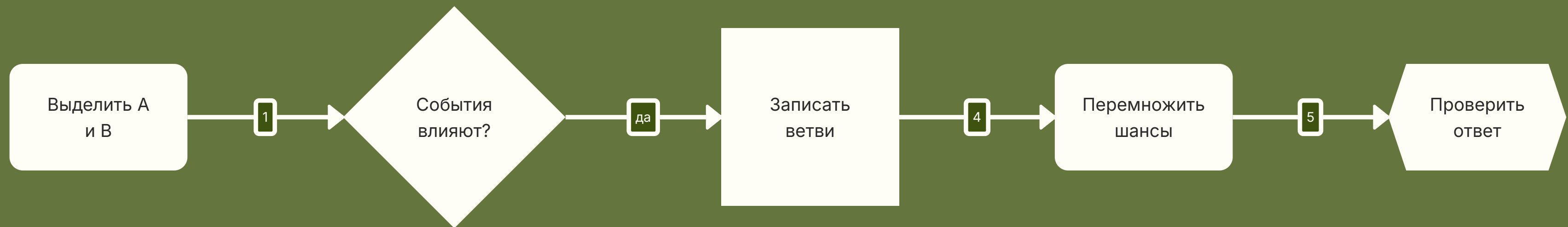
тогда нужна формула с условной вероятностью.

Если первый исход меняет второй, события уже не независимы.

собственный пример

// Алгоритм применения правила

Алгоритм решения задач на два события подряд: от формулировки до проверки результата.



0 из 6

подходящих исходов дают
одновременно чётное число и 5,
значит события не могут
происходить вместе.

При одном броске кубика всего
6 равновозможных исходов.

Проверка на одном броске кубика

1 признак

внимания достаточно, чтобы заметить зависимость и выбрать другую формулу.

Если вероятность второго шага меняется, простое умножение уже не работает.

Правило проверки зависимости событий

2 шага

могут изменить набор вариантов,
поэтому результат первого события
нужно учитывать сразу.

У зависимых событий второй
шанс уже не тот, что был
в начале опыта.

Определение зависимых событий

// Карточки без возврата



Состав меняется

В коробке было 3 красные и 2 синие карты. После первого выбора красной карты общий состав меняется, поэтому дальше считать нужно заново, а не по исходному набору.

01

Новая вероятность

Теперь осталось 2 красные и 2 синие карты. Вероятность второй красной стала $2/4$, то есть меньше исходной $3/5$, потому что одна красная уже выбрана.

02

Связь событий

Такой пример показывает зависимость событий: первый результат влияет на второй. Именно поэтому для расчёта используют не обычное умножение, а вероятность при условии.

03

// Формула для зависимых

01.

Шаг 1: разметка

Сначала определяют первое событие A и второе событие B . Затем записывают вероятность A и вероятность B после того, как A уже произошло, то есть $P(B|A)$.

02.

Шаг 2: формула

Дальше применяют формулу $P(A \cap B) = P(A) \cdot P(B|A)$. Она показывает вероятность того, что оба события произойдут подряд, когда второй шаг зависит от первого.

03.

Шаг 3: смысл

Запись $P(B|A)$ читается как «вероятность B при условии A ». Это удобный способ учитывать изменение набора вариантов после первого события.

// Сравнение случаев

Сравните, как меняется шанс второго события в разных ситуациях.

Если после первого шага условия не меняются, события независимы. Если набор вариантов меняется, нужна условная вероятность.

Случай	Второй шанс	Формула
Монета	не меняется	$P(A) \cdot P(B)$
Карты без возврата	меняется	$P(A) \cdot P(B A)$
Кубик снова	не меняется	$P(A) \cdot P(B)$

Правила умножения вероятностей

// Короткая самостоятельная практика

01

Монета

Два броска монеты: оба раза орёл. Сначала проверьте, влияет ли первый бросок на второй. Для честной монеты события независимы, поэтому используйте произведение вероятностей.

02

Карты

Две красные карты без возврата. Здесь второй выбор зависит от первого, потому что количество карт в коробке меняется. Значит, нужна условная вероятность второго шага.

03

Кубик

Два броска кубика: сначала 2, потом 5. Каждый бросок не влияет на следующий, поэтому задача решается как произведение двух одинаковых вероятностей.

// Когда какое правило применять

01.

Проверь влияние

Сначала спросите себя, меняет ли первый результат второй. Если да, события зависимы; если нет, можно считать их независимыми и применять простое умножение вероятностей.

02.

Проверь условие

Посмотрите, есть ли возврат объекта или повторение опыта. С возвратом шанс обычно сохраняется, без возврата — меняется, потому что состав набора уже другой.

03.

Проверь шанс

Сравните, одинаков ли второй шанс после первого шага. Если вероятность не изменилась, подходит $P(A) \cdot P(B)$; если изменилась, нужна условная запись $P(A) \cdot P(B|A)$.

04.

Проверь формулу

Перед ответом убедитесь, что логика совпадает с задачей. Это помогает избежать ошибки, когда похожие по виду события ошибочно считают независимыми.

Главный вывод

Правило умножения позволяет быстро находить вероятность двух событий подряд. Главное — вовремя заметить, остаётся ли второй шанс прежним или меняется после первого шага.