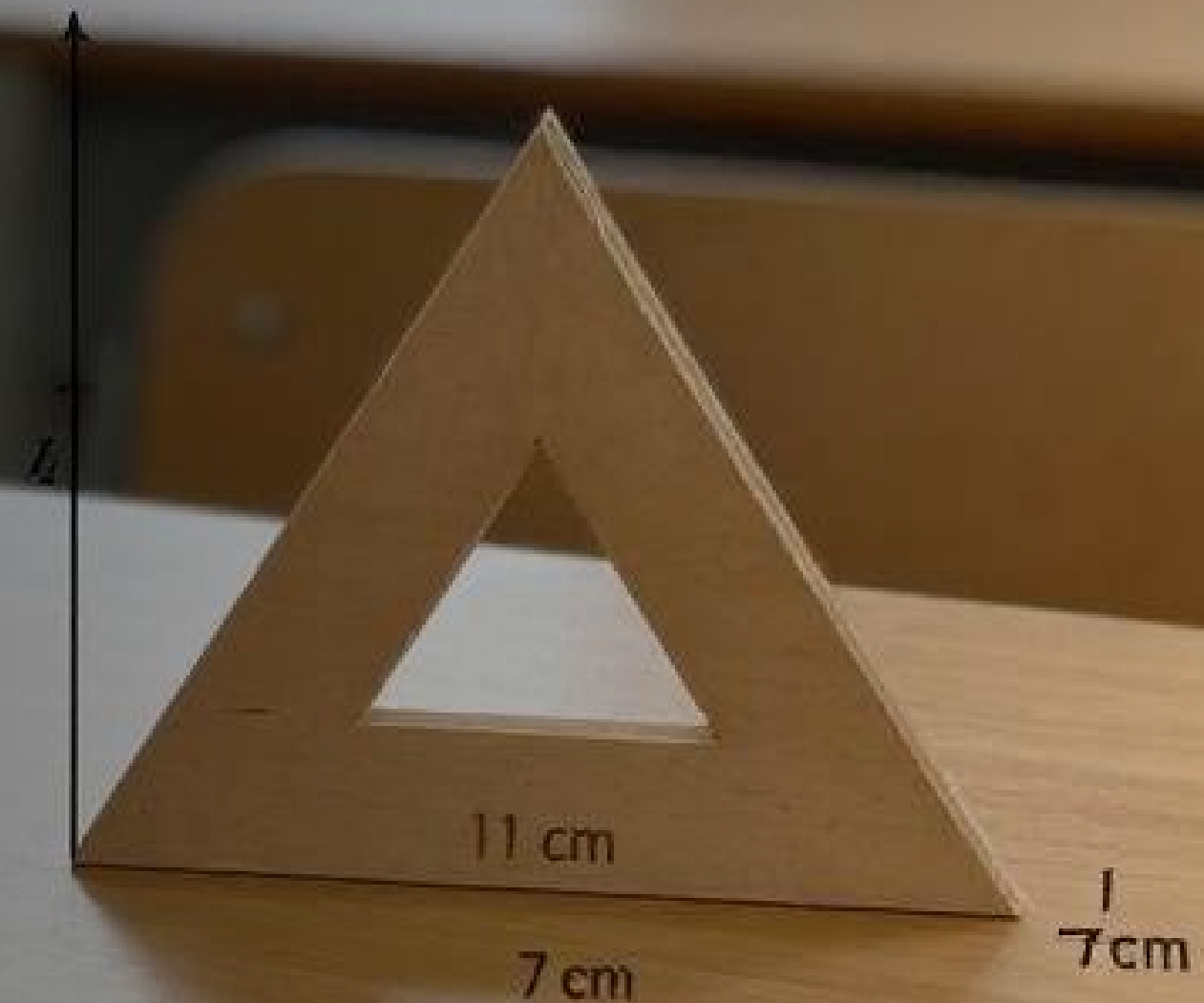
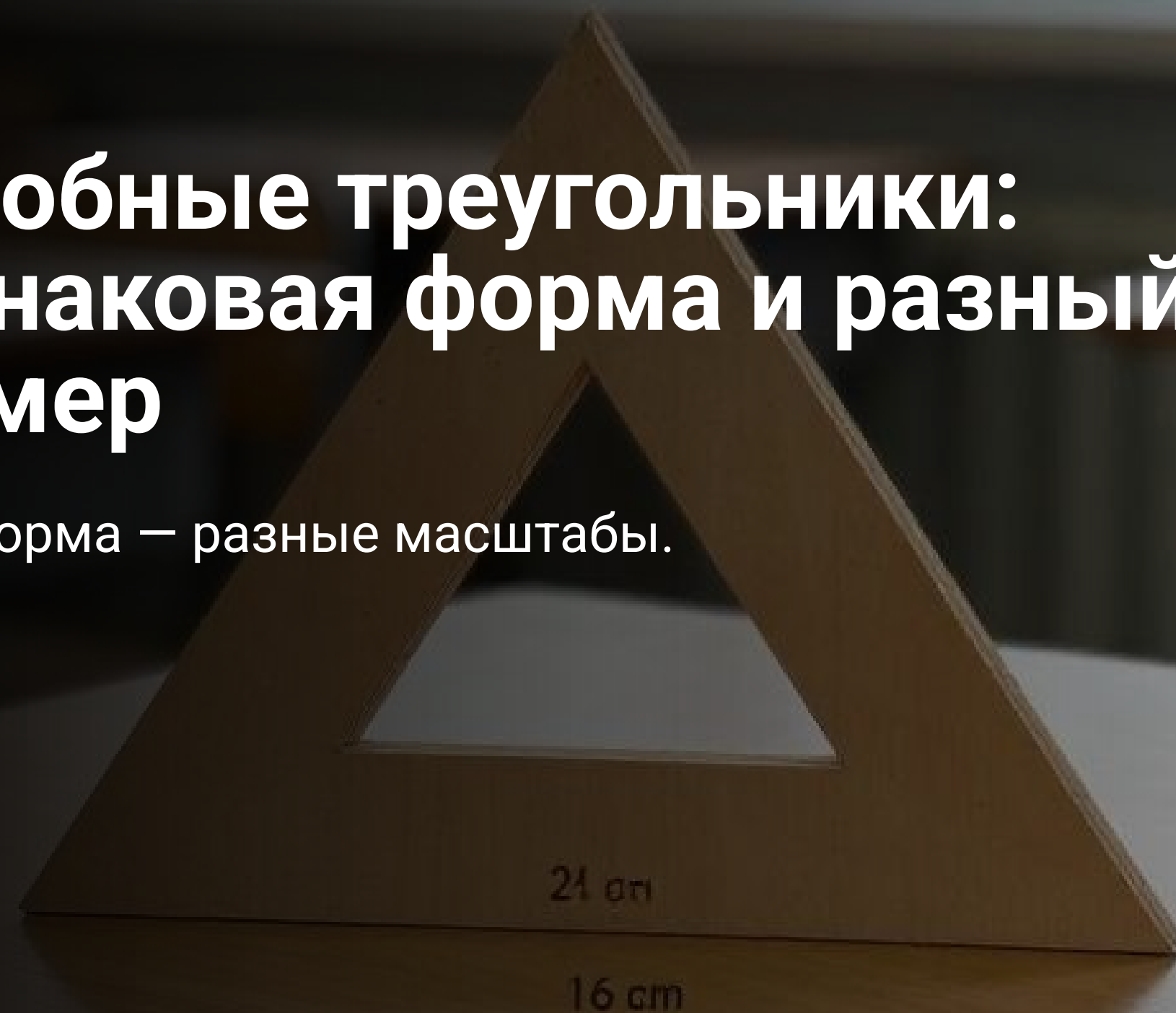


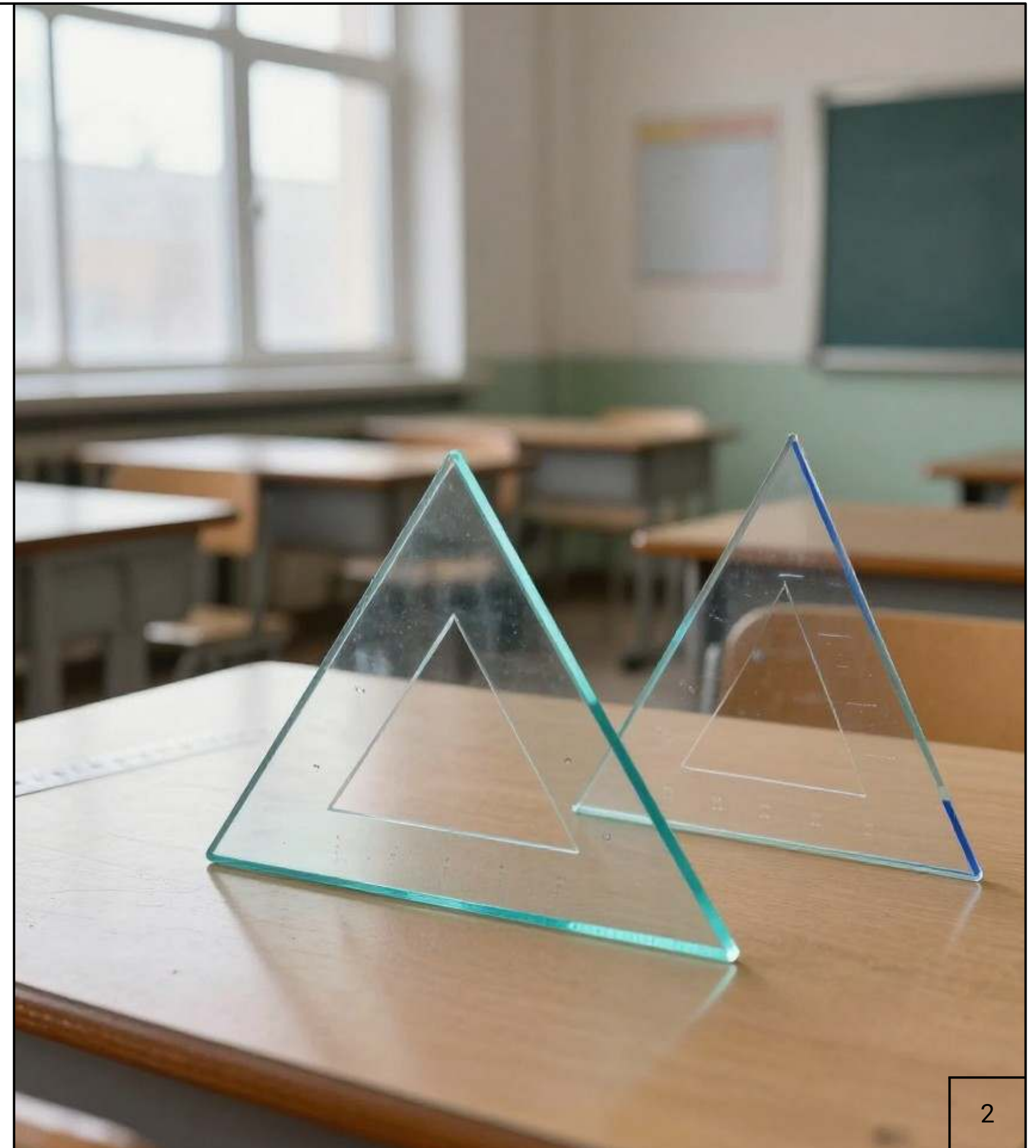
Подобные треугольники: одинаковая форма и разный размер

Одна форма — разные масштабы.



Зачем изучать подобие в 8 классе

Подобие треугольников помогает понимать пропорции, сравнивать углы и решать практические задачи, где измерение напрямую невозможно: от высоты дерева до расстояния до недоступной точки.



2

в раза увеличиваются все соответствующие стороны при таком коэффициенте подобия.

Один и тот же коэффициент показывает, во сколько раз меняются размеры, сохраняя форму треугольника.

Признаки подобия треугольников

Признак	Условие	Проверяется
По двум углам	Два угла равны	Форма
По двум сторонам и углу	Стороны пропорциональны, угол равен	Соотношения и угол
По трём сторонам	Все стороны пропорциональны	Длины сторон

Таблица показывает три способа доказать подобие треугольников и уточняет, что именно нужно сравнить в каждом случае.

Для доказательства подобия достаточно выполнить любой один признак; остальные данные проверять не требуется.

Равные углы и пропорциональные стороны

Одинаковая форма

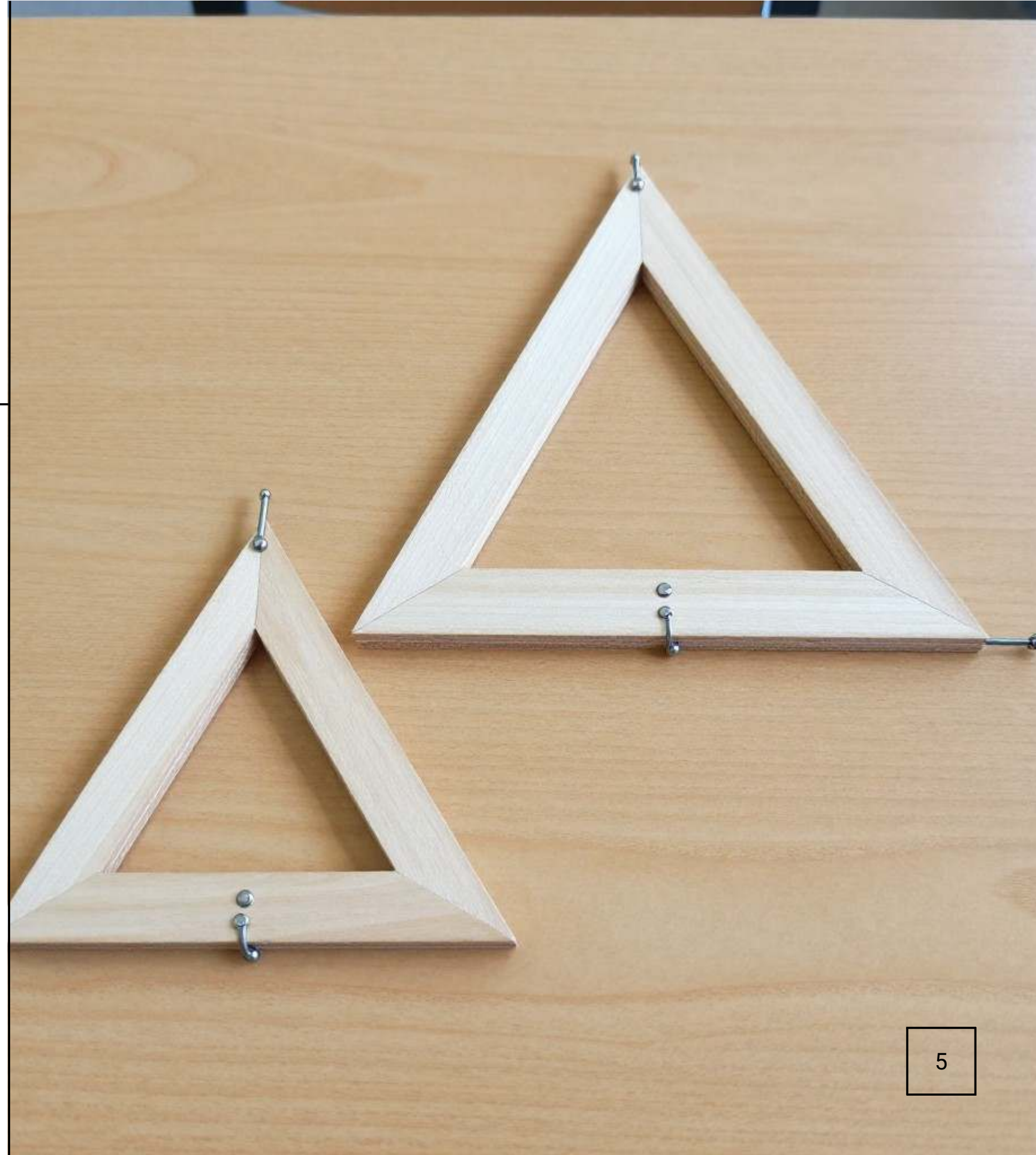
У подобных треугольников совпадает очертание: если один можно увеличить или уменьшить, он сохранит все углы и порядок вершин.

Связанные стороны

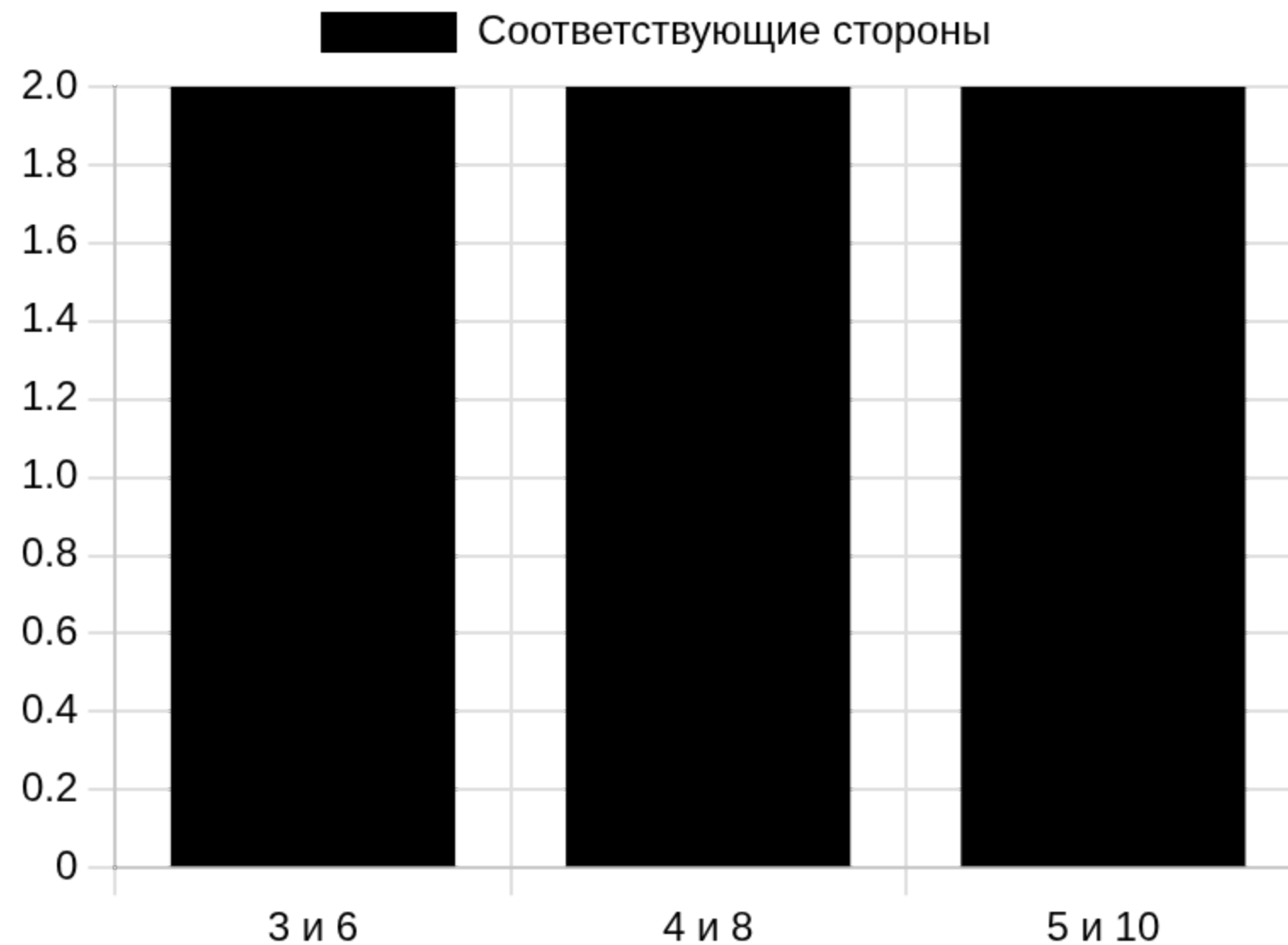
Соответствующие стороны образуют одно и то же отношение, например 2:3 или 4:6. Именно это отличает подобие от простого совпадения размеров.

Масштаб без искажений

Подобие меняет только размер фигуры, но не её геометрию. Поэтому чертёж, модель и оригинал выглядят одинаково по форме.



Коэффициент подобия на числовых примерах



На всех парах сторон видно одно и то же отношение, значит масштаб фигуры остаётся постоянным.

Коэффициент подобия одинаков для всех соответствующих сторон и равен 2.

Учебные примеры по теме «Подобные треугольники»

Первый признак подобия: два угла

1

Сравните углы

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, можно сразу сделать вывод о подобии, даже не измеряя стороны.

2

Найдите третий угол

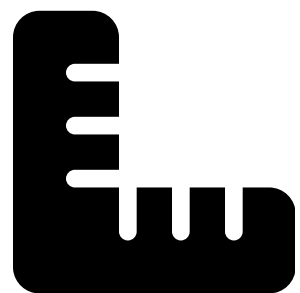
Сумма углов треугольника равна 180° , поэтому при совпадении двух углов автоматически совпадает и третий. Это подтверждает одинаковую форму фигур.

3

Используйте в задачах

Признак особенно удобен, когда в условии даны только углы или когда стороны измерить нельзя, но угловые данные известны точно.

Второй признак подобия: две стороны и угол между ними



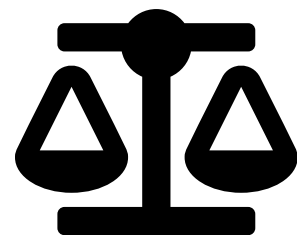
Две стороны

Сначала проверяют, пропорциональны ли две стороны одного треугольника двум соответствующим сторонам другого. Без этого признак не работает.



Угол между ними

Сравнивают именно угол, заключённый между выбранными сторонами. Если взять соседний угол, вывод о подобии может оказаться неверным.



Точный вывод

Когда пропорции сторон совпадают и включённый угол равен, треугольники подобны. Это надёжный способ решения многих геометрических задач.

Третий признак подобия: три стороны

1 Проверьте три отношения

Если отношения трёх соответствующих сторон одинаковы, треугольники имеют одну и ту же форму. Достаточно сравнить все стороны по порядку.

2 Работайте только с парами

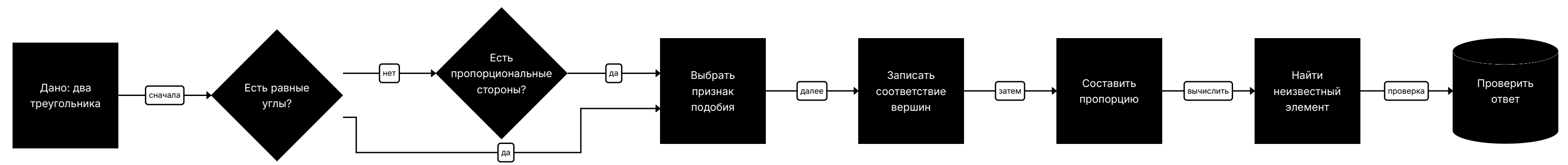
Важно правильно сопоставить вершины и стороны. Тогда пропорции записываются без путаницы и дают верный результат для всего треугольника.

3 Применяйте без углов

Этот признак полезен, когда углы неизвестны, а в условии есть только длины сторон. Он позволяет доказать подобие по одной информации.

Как решать задачи на подобие треугольников

Последовательность шагов при работе с данными о треугольниках и их элементами.



2

**означает, что все
соответствующие стороны
одного треугольника вдвое
длиннее сторон другого.**

Этот показатель сразу показывает масштаб изменения фигуры и помогает быстро составлять пропорции в задачах.

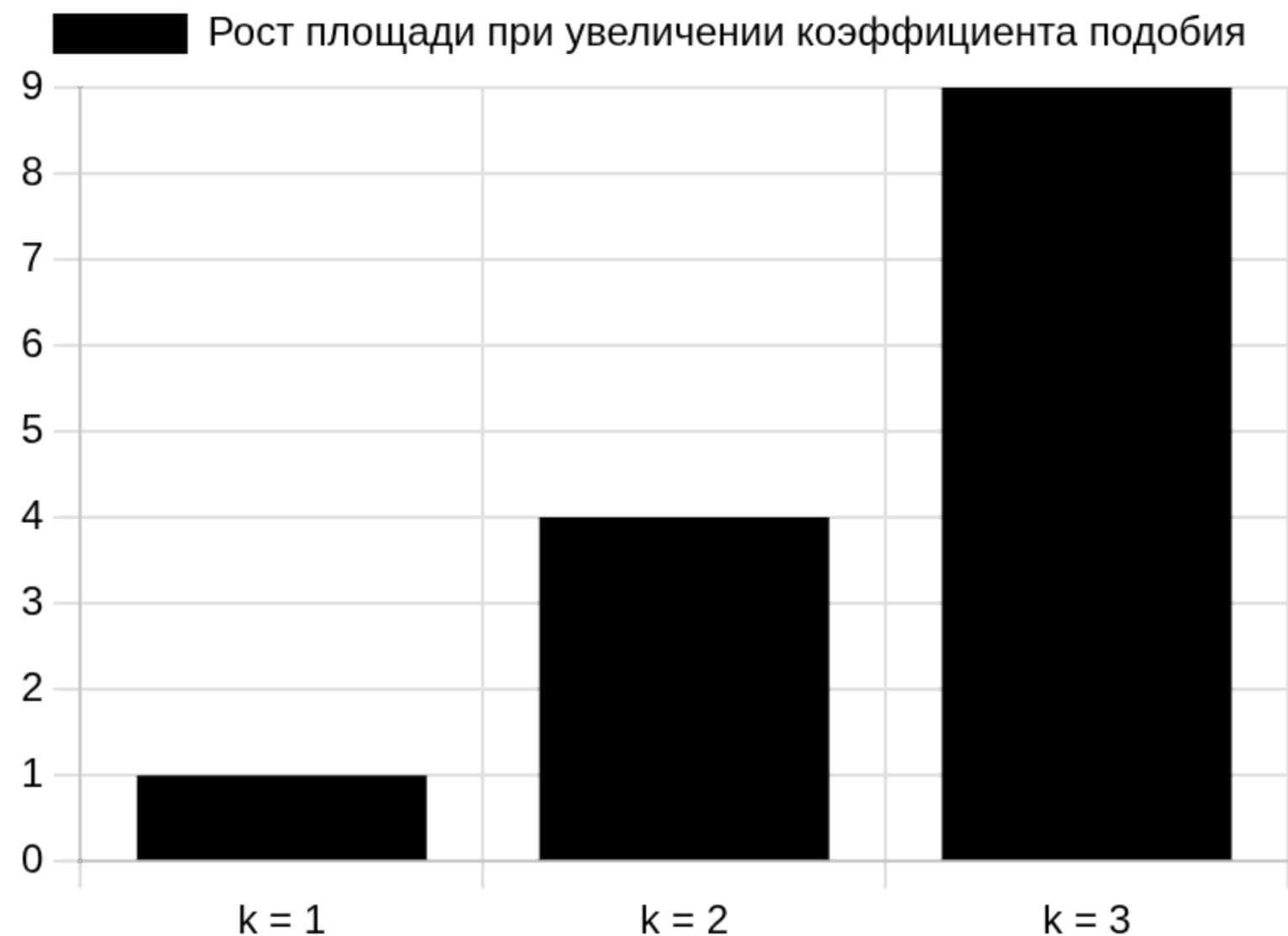
Как связаны элементы подобных треугольников

Таблица показывает, какие величины сохраняются, а какие изменяются при подобии.

Подобие сохраняет форму через углы и пропорции, но при этом по-разному влияет на периметр и площадь.

Элемент	Связь	Пример
Углы	равны	$A = A_1$
Стороны	пропорциональны	3:6
Периметры	как стороны	$P_1/P_2 = k$
Площади	квадрат k	$S_1/S_2 = k^2$

Как изменяется площадь при подобии



Площадь зависит не от одного размера, а от двух направлений сразу, поэтому рост идёт быстрее, чем увеличение сторон.

При удвоении масштаба площадь возрастает в 4 раза, а при утроении — в 9 раз. Это важно в чертежах и моделях.

Свойство площадей подобных фигур

Подобие вокруг нас

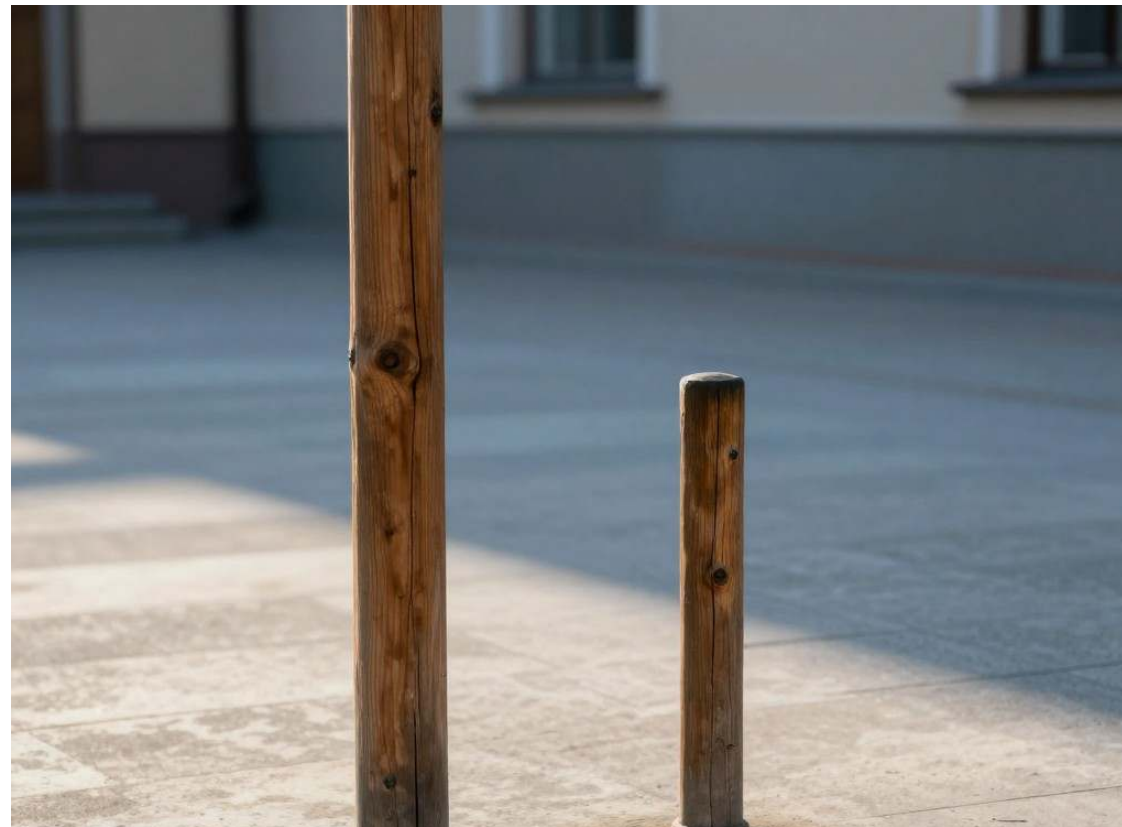
Карта помогает ориентироваться

На карте города улицы и площади изображены в уменьшенном виде, но сохраняют пропорции. Благодаря этому можно измерять расстояния линейкой и переводить их в реальные километры по масштабу.



Тень подсказывает высоту

Когда солнце даёт длинную тень, по ней можно оценить высоту дерева или столба. Сравнивают треугольник человека и его тени с треугольником предмета и его тени.

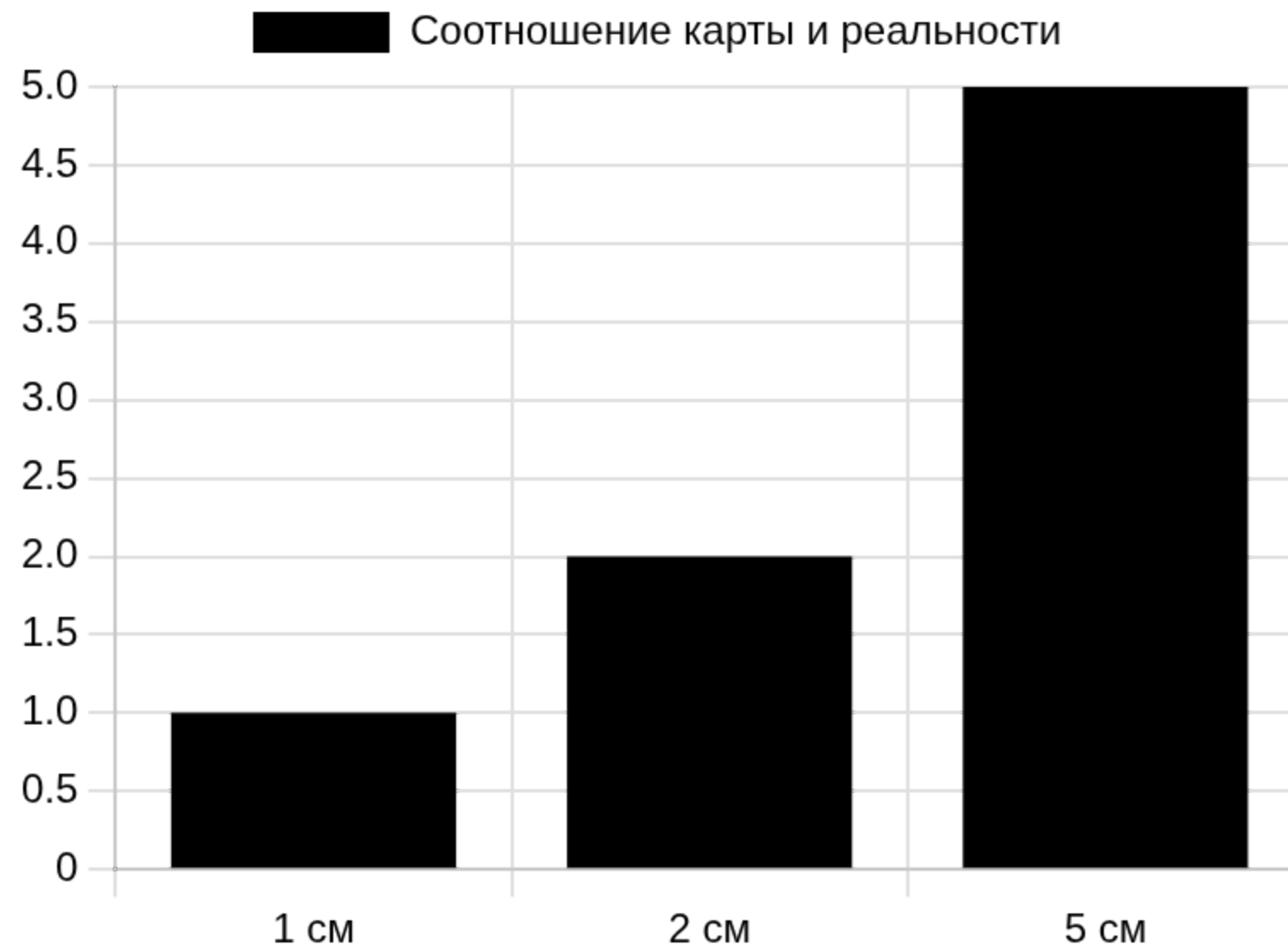


Макет показывает здание заранее

Архитекторы создают уменьшенные модели зданий, чтобы проверить форму, расположение окон и общий вид. Такая модель похожа на будущий дом, но выполнена в другом размере.



Масштаб на карте и в реальности



Одинаковый масштаб позволяет быстро переводить сантиметры на карте в километры на местности без потери формы изображения.

Все значения увеличиваются пропорционально, значит карта остаётся уменьшенной копией местности. Это делает масштаб удобным для планов и маршрутов.

Примеры работы с масштабом в геометрии и картографии

Типичные ошибки при решении задач

Неверные стороны

Учащиеся часто сравнивают стороны в случайном порядке. Нужно сначала определить соответствующие вершины, иначе пропорция будет составлена неправильно и ответ окажется неверным.

Пропущенный угол

Во втором признаке подобия важно учитывать именно угол между двумя данными сторонами. Если взять другой угол, доказательство теряет силу, даже если числа похожи.

Разные единицы

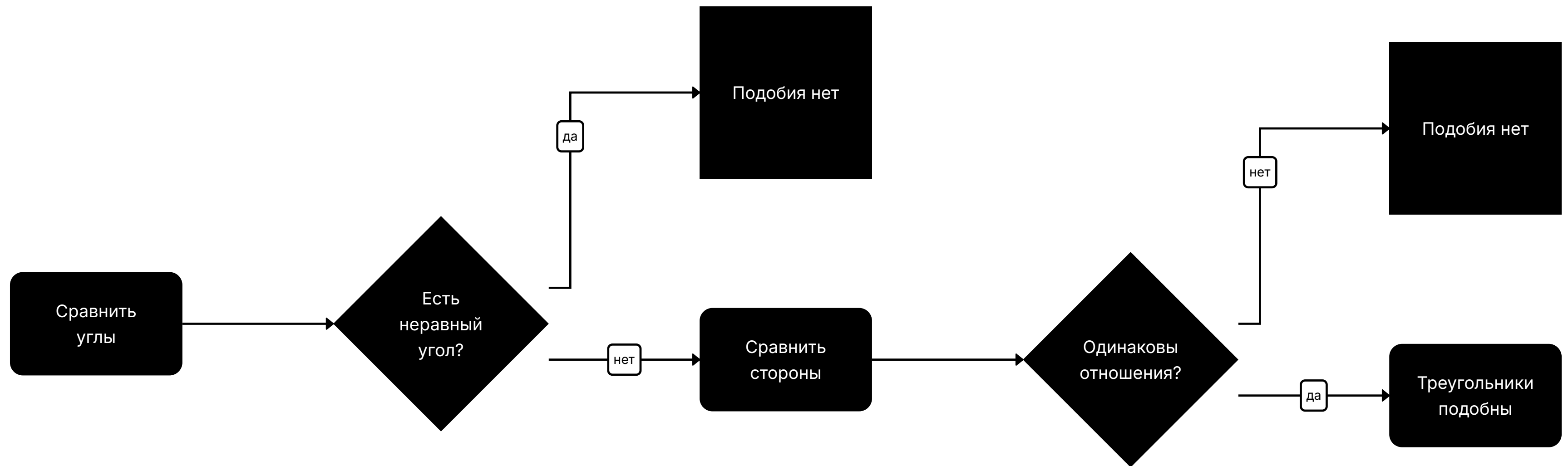
Сантиметры и метры нельзя подставлять в одну пропорцию без перевода. Перед вычислениями все длины нужно записать в одинаковых единицах измерения.

Ошибки в записи

Иногда стороны записывают в разном порядке для двух треугольников. Тогда равные отношения не видны, хотя подобие может быть верным. Порядок записи должен совпадать.

Проверка: треугольники не подобны?

Последовательность проверки основана на признаках подобия треугольников.



Как решают задачу по тени

1. Измеряют человека

Сначала находят рост человека и длину его тени. Эти данные нужны как известная часть пропорции.

2. Измеряют предмет

Затем измеряют тень дерева, столба или здания. Это значение станет второй частью сравнения.

3. Составляют пропорцию

Записывают отношение роста к тени для человека и такое же отношение для предмета. Так используют подобие треугольников.

4. Находят высоту

После подстановки чисел вычисляют неизвестную высоту и проверяют, подходит ли ответ по единицам измерения.

Основные формулы темы

Величина	Формула	Смысл
Стороны	$a_1/a_2=b_1/b_2=c_1/c_2$	пропорции
Периметры	$P_1/P_2=k$	как стороны
Площади	$S_1/S_2=k^2$	квадрат k
Углы	соответствующие равны	форма

В таблице собраны формулы, которые чаще всего используют при решении задач на подобие.

Линейные размеры меняются по коэффициенту подобия, периметр следует ему же, а площадь зависит от квадрата коэффициента.

Главный вывод

Подобные треугольники позволяют сравнивать фигуры разного размера, находить неизвестные стороны и работать с масштабом. Эта тема делает геометрию полезной для карт, чертежей и реальных измерений.