

равенство треугольников В и геометричес кие построения

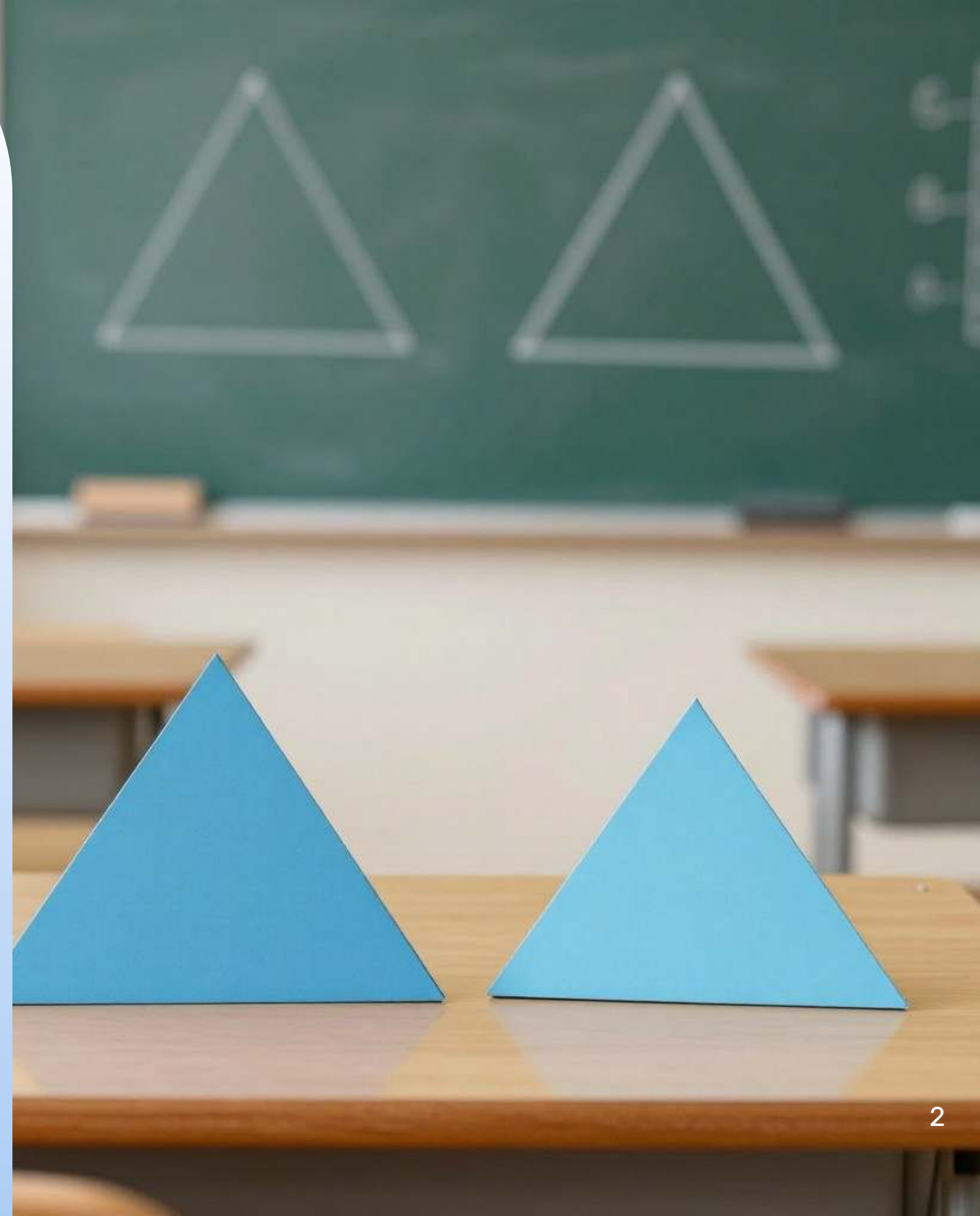
Как сравнивать фигуры и строить их точно
без измерений?



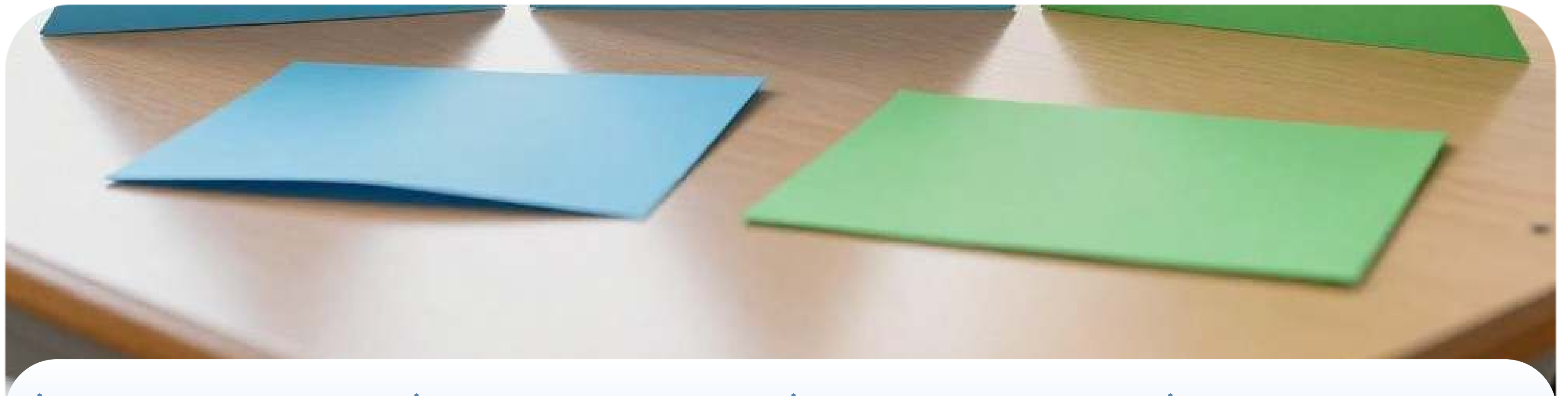
Зачем это нужно в 7 классе



Эта тема учит находить неизвестные элементы фигуры, доказывать свойства чертежа и выполнять построения по заданным данным. Она полезна в задачах, черчении, строительстве и работе с точными формами.



Что означает равенство треугольников :::



+ Совпадают полностью

Равные треугольники можно совместить наложением так, чтобы все вершины и стороны совпали. Это означает полное совпадение формы и размера, без каких-либо различий.

+ Равны соответствующие элементы

У равных треугольников каждая сторона равна соответствующей стороне, а каждый угол — соответствующему углу. Именно поэтому их можно считать одной и той же фигурой, только по-разному расположенной.

+ Преобразования не мешают

Поворот, перенос и отражение не изменяют равенство треугольников. Фигура остаётся той же по форме и размеру, даже если она изображена в другом положении на плоскости.

+ Не то же самое, что подобие

Подобные треугольники могут отличаться размером, хотя их углы равны. Равные треугольники всегда одинаковы целиком, поэтому их стороны тоже обязаны совпадать по длине.

Три признака равенства треугольников



Набор элементов	Краткая запись	Смысл
3 стороны	SSS	все стороны равны
2 стороны и угол	SAS	угол между ними
сторона и 2 угла	ASA	углы прилежат к стороне

- + Основные признаки позволяют установить равенство треугольников по минимальному набору данных.
- + Каждый признак задаёт треугольник однозначно, если известны именно нужные элементы.
- Школьный курс геометрии, 7 класс

Признак равенства по трём сторонам

Сравнение сторон

1

Если три стороны одного треугольника соответственно равны трём сторонам другого, то треугольники равны. Этот признак особенно удобен, когда на чертеже уже отмечены равные отрезки.

Первый признак

2

Такое утверждение называют первым признаком равенства треугольников. Он часто используется в доказательствах, где нужно опираться на длины, а не на измерения углов или дополнительные построения.

Почему он надёжен

3

Три стороны полностью определяют размер и форму треугольника. Поэтому при совпадении всех трёх пар сторон фигуры нельзя отличить друг от друга по геометрическим свойствам.

Признак равенства по двум сторонам и углу между ними

:::

+

Нужен именно заключённый угол

Две стороны и угол между ними должны соответствовать друг другу. Если угол взят не между этими сторонами, признак уже не работает, и вывод будет неверным.

+

Второй признак

Когда у двух треугольников равны две стороны и заключённый между ними угол, треугольники равны. Это второй признак, часто встречающийся в задачах с построениями и чертежами.

+

Где применяется

Этот признак особенно полезен, когда одна сторона уже задана, а вторую удобно отложить циркулем. Он помогает точно восстановить фигуру по ограниченному набору данных.



Признак равенства по стороне и двум прилежащим углам

1

Одна сторона —
достаточно

Если одна сторона и два прилежащих к ней угла у двух треугольников попарно равны, то треугольники равны. Эта комбинация полностью задаёт их форму.

2

Третий признак

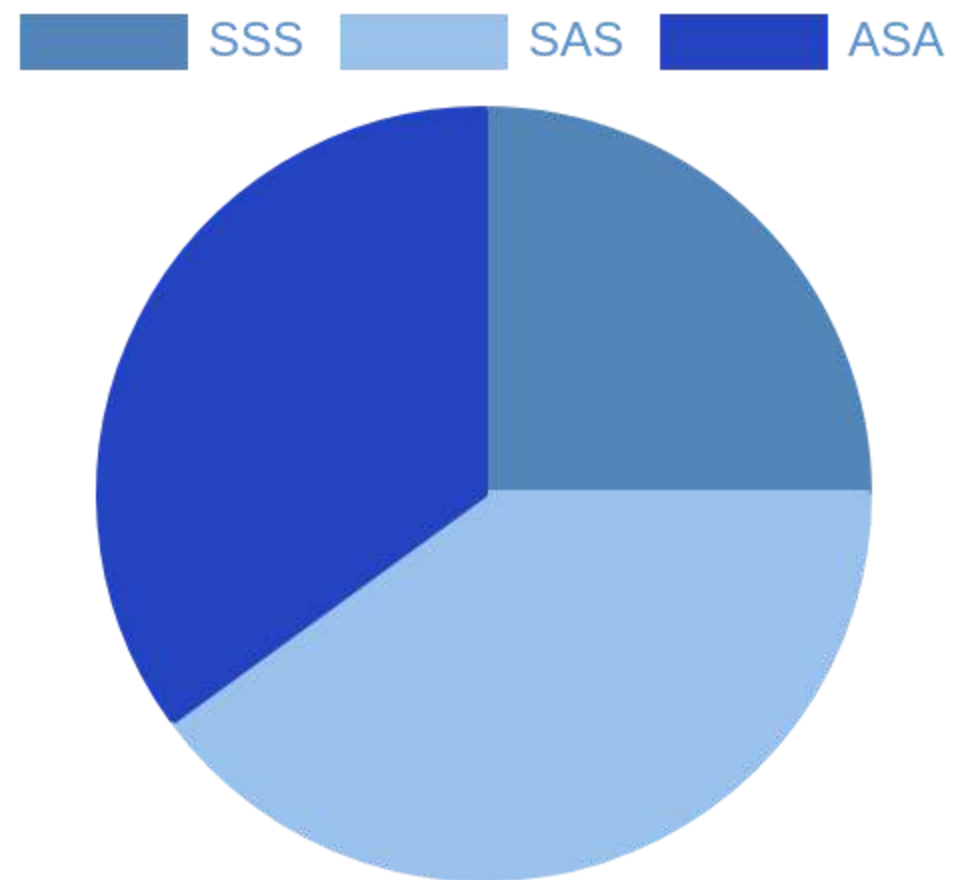
Такое утверждение называют третьим признаком равенства треугольников. Оно показывает, что по стороне и двум углам можно однозначно восстановить весь треугольник.

3

Следствие для третьего угла

Третий угол прямо не указан, но он тоже оказывается равным. Это следует из того, что сумма углов треугольника постоянна, а форма уже полностью определена.

Какие признаки чаще подходят к разным задачам



В школьных задачах признаки выбирают по тому, какие элементы уже отмечены на чертеже и какие можно получить построением.

Чаще всего помогают SAS и ASA: в чертежах нередко даны углы, параллельные прямые и равные отрезки.

Школьные задачи по геометрии, 7 класс

Инструменты для геометрических построений :::



+ Линейка без делений

Она нужна для проведения прямых линий и соединения точек. В построениях важна не длина по шкале, а точное направление и аккуратность проведения.

+ Циркуль

Циркуль переносит одинаковые расстояния и помогает строить окружности и дуги. С его помощью удобно откладывать отрезки и находить точки пересечения построений.

+ Угольник

Угольник используют, чтобы строить и проверять прямые углы. Он особенно полезен в задачах, где требуется провести перпендикуляр или построить прямоугольную фигуру.

+ Транспортир

Транспортир помогает измерять и откладывать углы заданной величины. Он используется там, где важно задать направление луча точно и без догадок.

Построение треугольника по трём сторонам

Последовательность построения по данным трём сторонам с помощью линейки и циркуля.



Построение треугольника по двум сторонам и углу между ними



1. Задаём угол

Сначала строят заданный угол — он задаёт направление двух сторон будущего треугольника. Именно угол между сторонами делает построение однозначным.

2. Откладываем отрезки

На каждой стороне угла циркулем откладывают нужные длины, получая две точки. Расстояния от вершины угла фиксируются без измерения линейкой.

3. Соединяем точки

Две полученные точки соединяют отрезком. Треугольник готов: если длины и угол заданы верно, такая фигура существует единственным образом.

Построение треугольника по стороне и двум углам

Заданная сторона

1

Сначала строят отрезок, который станет общей стороной будущего треугольника. Он служит опорой для откладывания двух углов в его концах.

Построение лучей

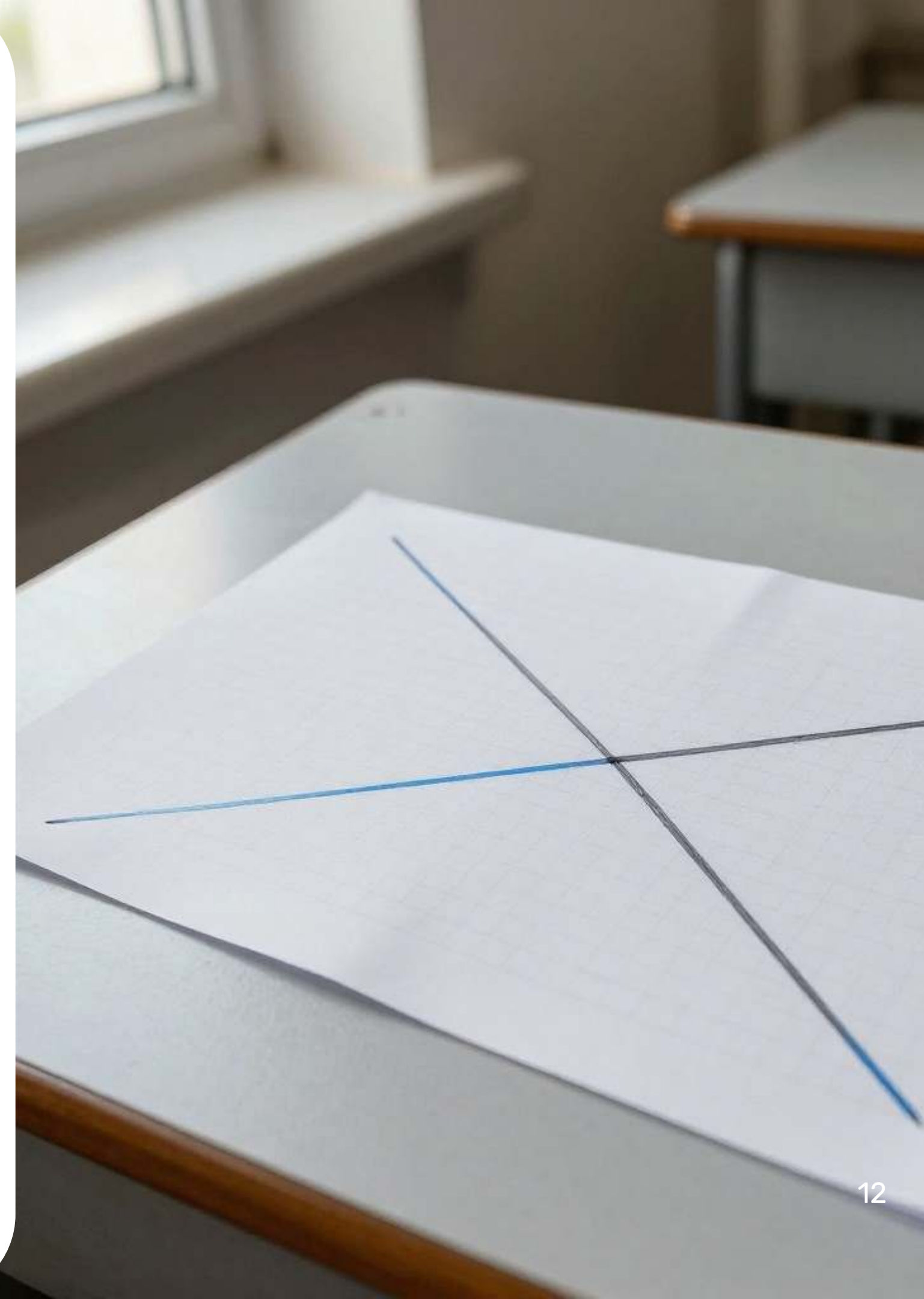
2

В концах отрезка откладывают заданные углы и проводят два луча. Каждый луч задаёт направление одной из сторон треугольника.

Точка пересечения

3

Пересечение лучей определяет третью вершину. Такой способ опирается на третий признак равенства и полностью задаёт форму треугольника.



Признаки равенства и способы построения

- Школьный курс геометрии, 7 класс

Признак	Что задано	Как строят
SSS	3 стороны	2 окружности
SAS	2 стороны и угол	угол + отрезки
ASA	сторона и 2 угла	2 луча

Сопоставление признаков равенства треугольников с их построением показывает, какие данные достаточно задать, чтобы фигура определялась однозначно.

Каждому признаку равенства соответствует свой способ построения; это помогает не путать данные и выбирать правильный алгоритм.

Серединный перпендикуляр: три ключевых идеи



Через середину

Серединный перпендикуляр проходит через середину отрезка и делит его на две равные части. Это делает его важным ориентиром в построениях и доказательствах.



Равные расстояния

Любая точка на этой прямой одинаково удалена от концов отрезка. Именно это свойство часто помогает доказывать равенство треугольников и сравнивать отрезки.



Построение циркулем

Сначала из концов отрезка проводят дуги одинакового радиуса. Затем соединяют точки их пересечения — так получается серединный перпендикуляр без измерений.

Биссектриса угла и её свойства

1

Делит угол пополам

Биссектриса — это луч, который делит угол на два равных угла. Она помогает точно описывать симметрию внутри фигуры.

2

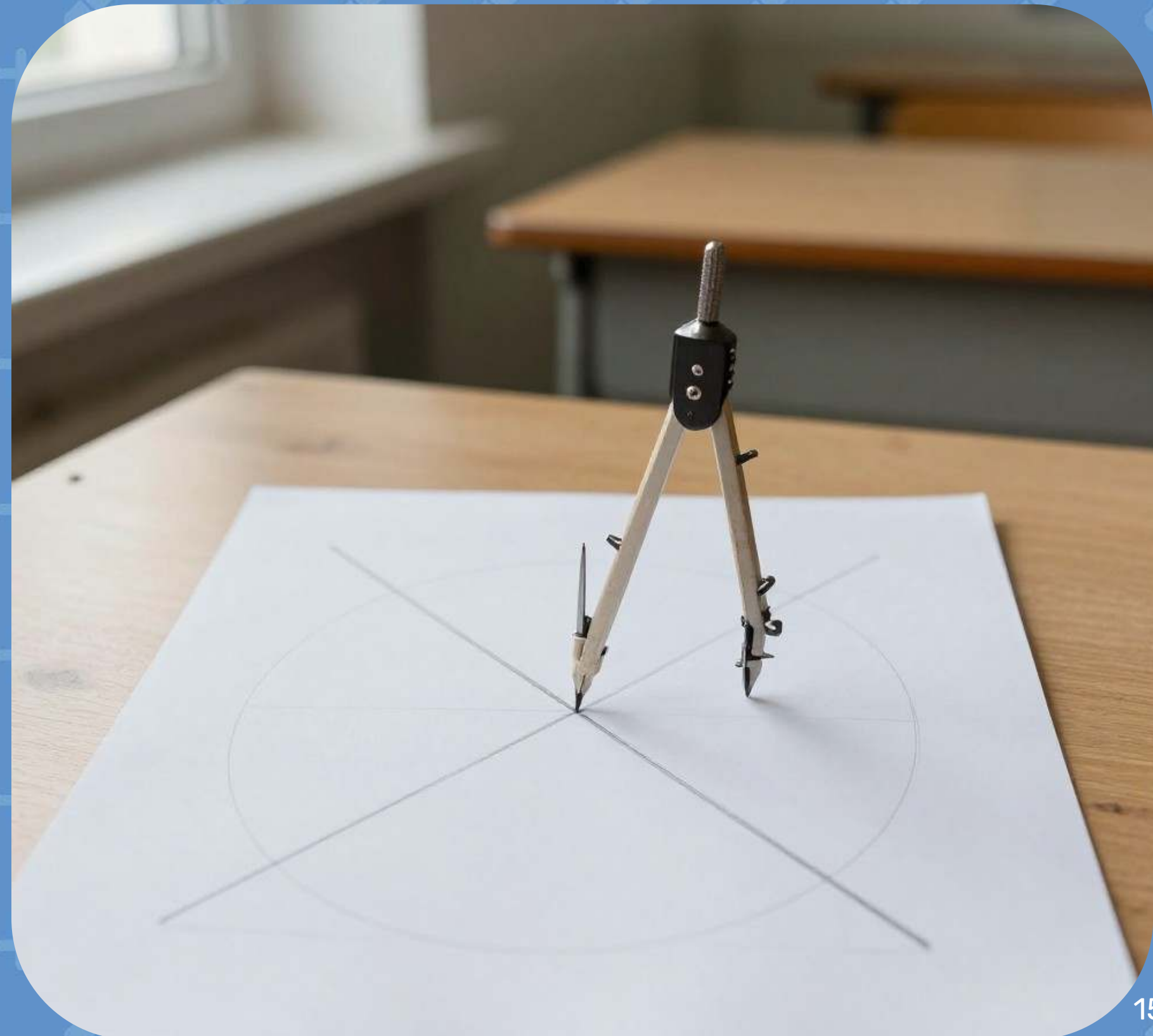
Даёт равные расстояния

Любая точка биссектрисы находится на одинаковом расстоянии от сторон угла. Это свойство удобно доказывать через равенство двух вспомогательных треугольников.

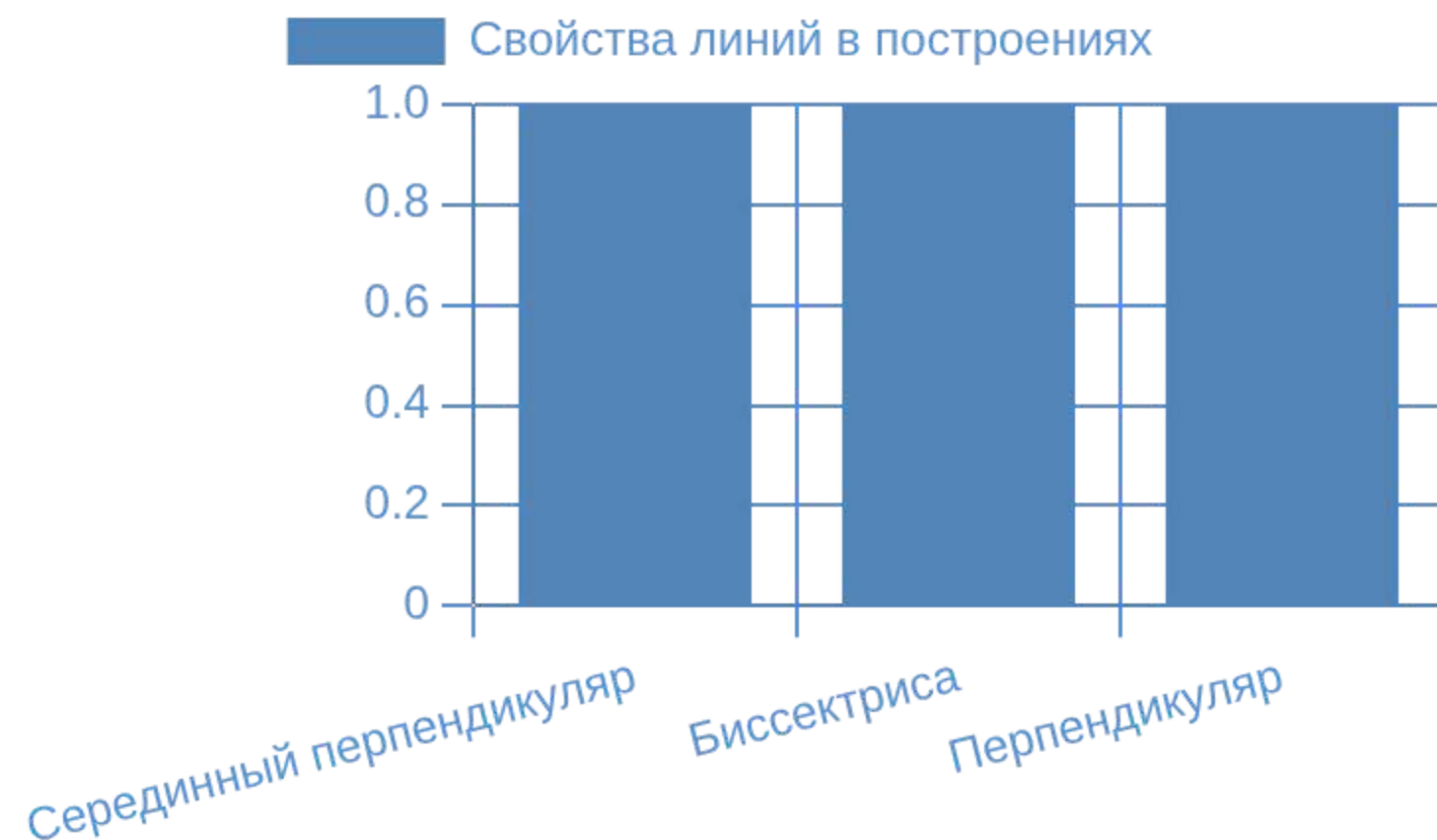
3

Строится циркулем

Сначала из вершины проводят дугу, затем отмечают точки на сторонах и из них строят дуги одинакового радиуса. Их пересечение задаёт биссектрису.



Сравнение свойств основных линий в построениях



Эти линии часто встречаются в задачах на построения и помогают найти нужные точки без прямого измерения линейкой.

У каждой линии своё главное свойство, но все они служат для строгих построений и доказательств через равенство треугольников.

Школьный курс геометрии, 7 класс

Типичные ошибки в теме



Игнорируют положение угла

Во втором признаке важен именно угол между двумя сторонами. Если взять любой угол рядом, условие уже не будет выполнено.



Неточно строят дуги

Даже небольшая ошибка циркуля смещает точки пересечения и портит всё построение. Поэтому важны аккуратность и одинаковый радиус дуг.



Заменяют построение измерением

В геометрии недостаточно просто измерить отрезки линейкой. Нужно выполнить построение по правилам, чтобы результат можно было использовать в доказательстве.



Путают соответствие вершин

Если неверно сопоставить вершины двух треугольников, можно ошибиться в записи равенства и сделать неправильный вывод о сторонах и углах.

Пример доказательства свойства биссектрисы :::

Точка на биссектрисе

Рассмотрим точку внутри угла, лежащую на его биссектрисе. От неё опускают перпендикуляры к сторонам угла и получают два прямоугольных треугольника. Они сравниваются по равному углу и общей стороне, после чего устанавливают равенство расстояний до сторон.



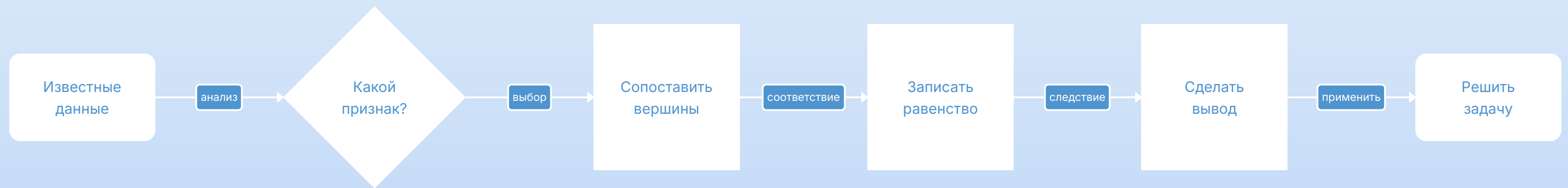
Почему расстояния равны

Если два построенных треугольника равны, то их соответствующие перпендикуляры тоже равны. Значит, точка на биссектрисе одинаково удалена от обеих сторон угла. На схеме это удобно показать двумя равными отрезками от точки к сторонам.



Алгоритм решения задач на равенство треугольников

Последовательность действий при анализе чертежа и выборе признака равенства



Что важно запомнить

Равные треугольники позволяют делать точные выводы без измерений. Три признака равенства и базовые построения учат видеть достаточные данные и превращать их в строгие геометрические доказательства.