

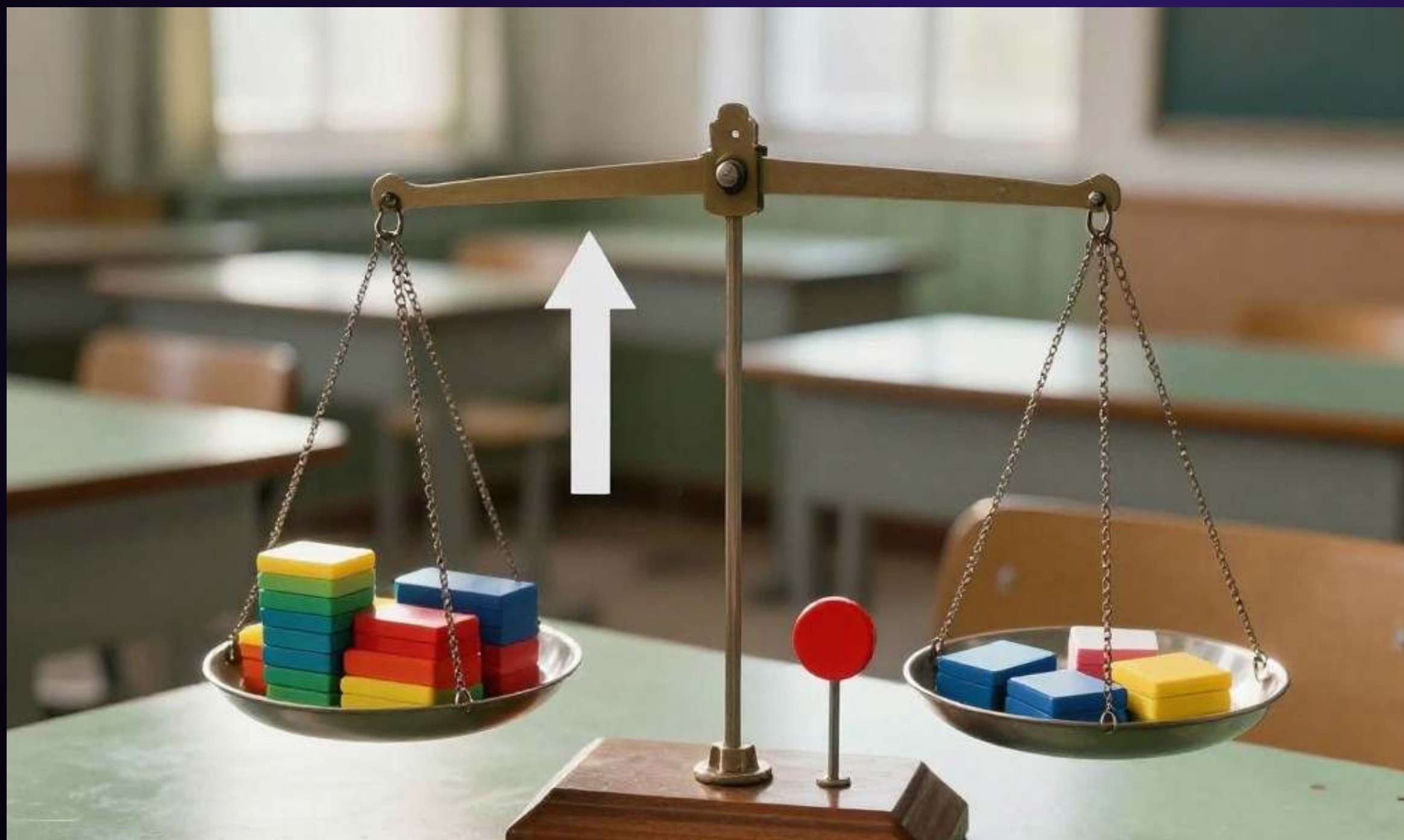


Свойства числовых неравенств в алгебре 8 класса

Как сохраняется верность неравенства
при преобразованиях?

Где в 8 классе нужны свойства неравенств

/2



Свойства неравенств помогают сравнивать числа, решать линейные неравенства и читать промежутки на числовой прямой. Они нужны, чтобы преобразовывать выражения с переменной без ошибок и уверенно работать с реальными ограничениями.

Основные знаки неравенств

/3

Знаки сравнения

Знаки $>$ и $<$ показывают, какое число больше, а какое меньше. Они помогают быстро сравнивать числа, значения выражений и результаты вычислений в алгебре и повседневных задачах.

Нестрогие неравенства

Знаки $\geq$ и $\leq$ означают, что равенство тоже допускается. Такие записи используют, когда подходит не только большее или меньшее значение, но и точно равное ему.

Строгие отношения

Строгие неравенства $>$ и $<$ не допускают равенства. Если записано $7 > 3$ или $-2 < 1$, это значит, что сравнение должно быть именно в указанную сторону.

Примеры записей

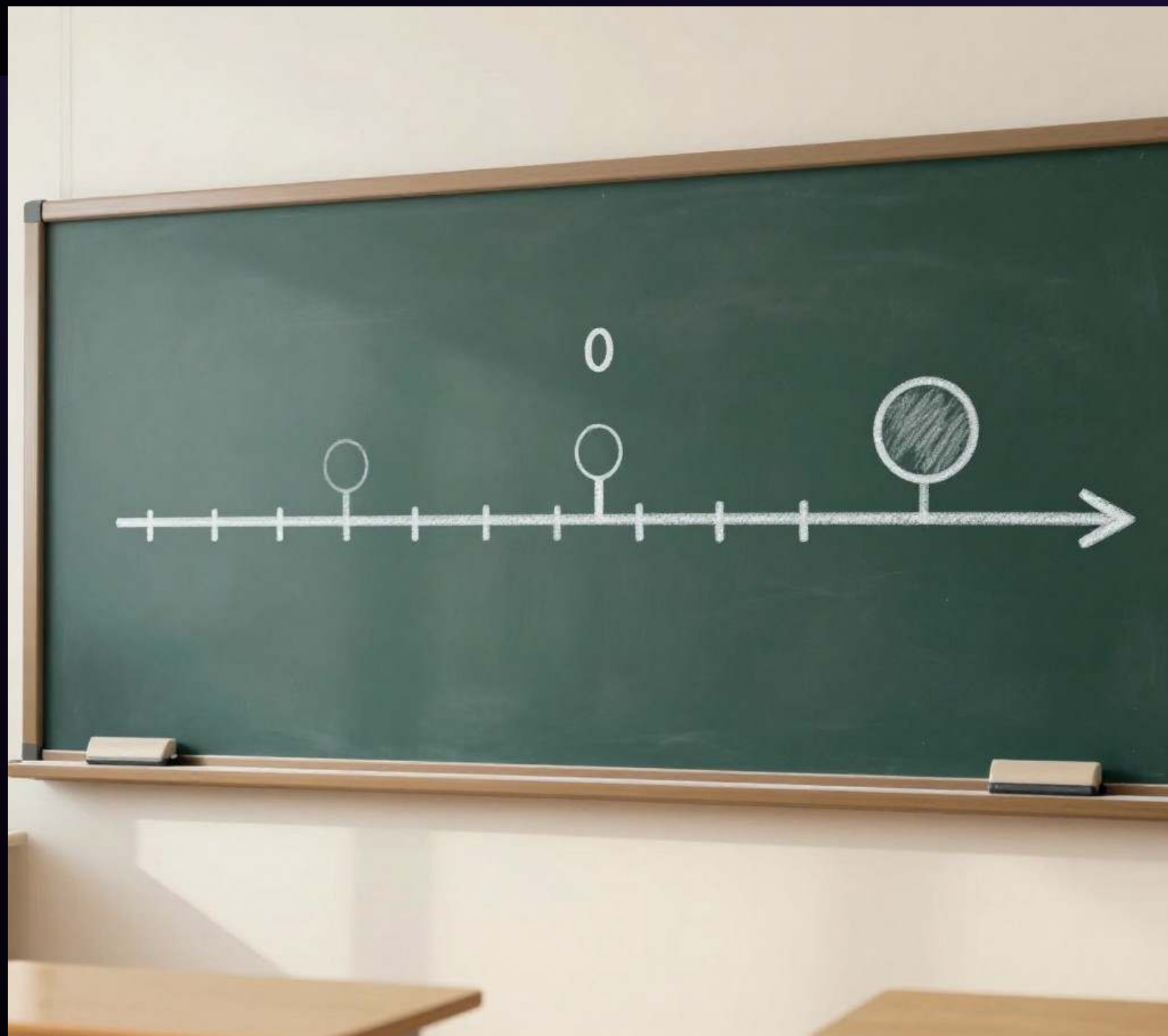
Верные записи могут выглядеть так: $7 > 3$, $4 \leq 4$, $-2 < 1$. По этим знакам удобно фиксировать результаты вычислений и условия, которые нужно соблюдать.

Язык математики

Неравенства дают краткий и точный способ описывать отношения между величинами. Без этих знаков нельзя аккуратно записывать ограничения и решения многих задач.

Числовая прямая и направление сравнения

/4



Большее справа

На числовой прямой большее число всегда расположено правее меньшего. Поэтому можно сразу понять, что $5 > 2$, а $-3 < 1$, если сравнивать их положение.

Отрицательные числа

Даже если числа отрицательные, правило остаётся тем же: чем правее точка, тем число больше. Это помогает не путаться при сравнении чисел слева от нуля.

Границы решения

Полая точка показывает, что граница не входит в решение, а закрашенная — что входит. Так удобно изображать строгие и нестрогие неравенства на прямой.

Примеры записи

На рисунках часто показывают записи $x > 3$ и $x \leq -1$. Они сразу связывают знак неравенства с положением точек и направлением стрелки на числовой прямой.

Прибавление одного и того же числа к обеим частям

/5

Общее правило

Если $a > b$, то $a + c > b + c$ для любого числа c . Если $a < b$, то $a + c < b + c$. Прибавление одинакового числа не меняет порядок сравнения.



Простой пример

Из $9 > 4$ можно прибавить 3 к обеим частям и получить $12 > 7$. Верность неравенства сохраняется, потому что изменились обе части одинаково.



Где применяется

Это свойство используют, когда нужно перенести слагаемое, избавиться от лишнего числа в записи и сделать неравенство более удобным для дальнейших преобразований.



Вычитание одного и того же числа из обеих частей

/6

Правило вычитания

Если $a > b$, то $a - c > b - c$, а если $a < b$, то $a - c < b - c$. Вычитание одинакового числа сохраняет верность неравенства так же, как и прибавление.

Пример вычисления

Из $11 < 15$ можно вычесть 4 из обеих частей и получить $7 < 11$. Порядок чисел не меняется, потому что действие выполнено одинаково.

Зачем это нужно

Такое преобразование помогает убирать лишние слагаемые и сводить неравенство к более простому виду, который легче решить и проверить.

Умножение на положительное число

/7

01 Сохранение знака

Если $a > b$ и $c > 0$, то $ac > bc$. Если $a < b$ и $c > 0$, то $ac < bc$. Положительный множитель не меняет направление сравнения.

Наглядный пример

Из неравенства $3 < 8$ получаем $3 \cdot 2 < 8 \cdot 2$, то есть $6 < 16$. Обе части изменились, но порядок чисел остался прежним.

02

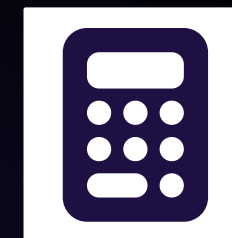
03 Когда полезно

Это свойство важно при раскрытии скобок, работе с коэффициентами и переходе от дробных выражений к целым числам без потери смысла.

Деление на положительное число

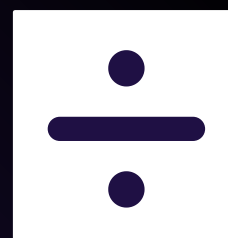
/8

Пример



Из $18 \geq 12$ можно разделить обе части на 3 и получить $6 \geq 4$. Порядок остаётся тем же, потому что делитель положительный.

Общее правило



Если $a > b$ и $c > 0$, то $a : c > b : c$. Деление на положительное число сохраняет направление неравенства и не требует изменения знака сравнения.

Для решения задач

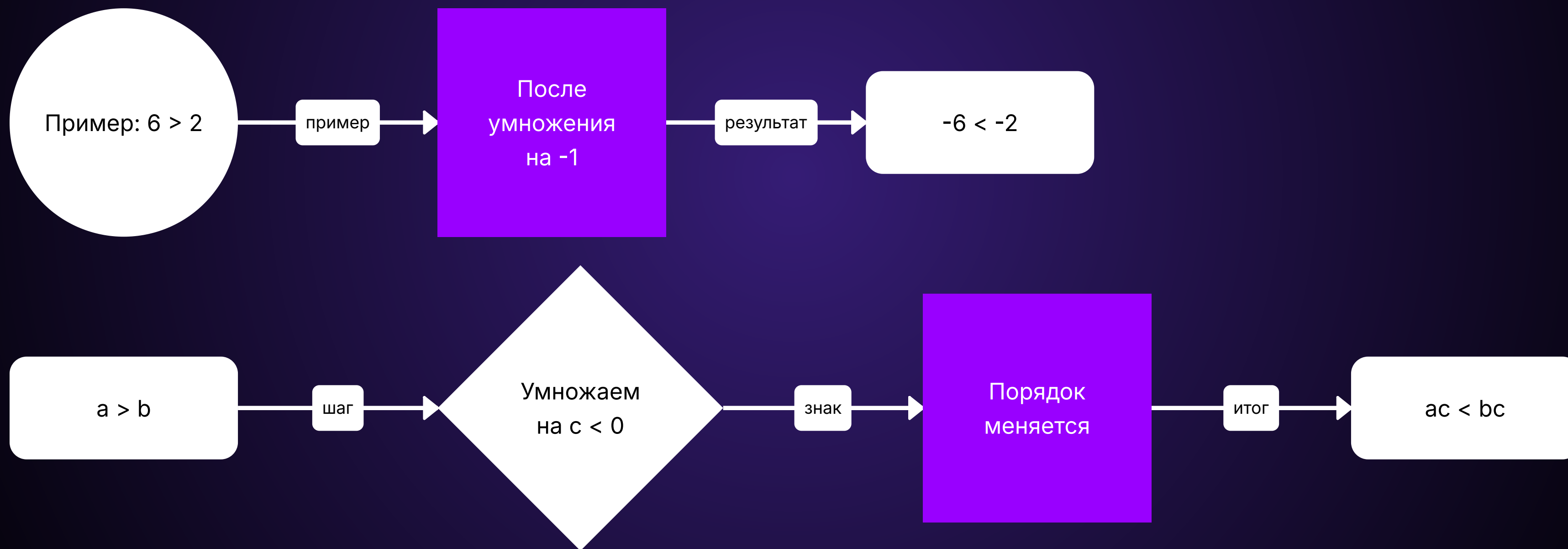


Это свойство используют, когда обе части неравенства делят на одинаковый положительный множитель. Так выражение становится проще и удобнее для записи ответа.

Почему при умножении на отрицательное число знак меняется

/9

Преобразование неравенства при умножении обеих частей на отрицательное число



Почему при делении на отрицательное число знак меняется

/10

Преобразование неравенства при делении обеих частей на отрицательное число



Свойства неравенств: краткая таблица правил

Действие	Условие	Результат	Пример
Прибавить	любое число	знак не меняется	$7 > 2$; $10 > 5$
Вычесть	любое число	знак не меняется	$7 > 2$; $4 > -1$
Умножить	число > 0	знак не меняется	$7 > 2$; $14 > 4$
Разделить	число > 0	знак не меняется	$8 \geq 4$; $4 \geq 2$
Умножить	число < 0	знак меняется	$7 > 2$; $-14 < -4$
Разделить	число < 0	знак меняется	$12 < 20$; $-3 > -5$

Правила преобразования числовых неравенств, курс алгебры 8 класса.

Сводка основных действий с обеими частями неравенства и их результата.

При одинаковых действиях с обеими частями порядок сохраняется, кроме случаев с отрицательным числом: тогда знак сравнения меняется на противоположный.

Какие преобразования считаются верными

/12

01 Сначала — равные действия

Верным считается такое преобразование, которое выполняется с обеими частями неравенства одинаково и не меняет множество его решений.

Потом — проверка знака

02

Если действие связано с положительным числом, знак сравнения сохраняется; если с отрицательным — знак меняется на противоположный.

03 Итог — без искажений

Неверно менять знак без причины или действовать только с одной частью: так исчезает равносильность, например из $8 > 3$ нельзя получить $8 < 3$.

Как меняется сравнение после одинаковых действий

/13

На диаграмме видно, что положительные действия сохраняют порядок чисел, а умножение на отрицательное число меняет его на противоположный.

При одинаковых действиях с положительным числом сравнение не меняется; отрицательный множитель переводит большее число в меньшее.

Учебные примеры для иллюстрации свойств неравенств.

Трёх правил достаточно, чтобы уверенно преобразовывать большинство линейных неравенств в 8 классе и не путать случаи, где знак сохраняется или меняется.

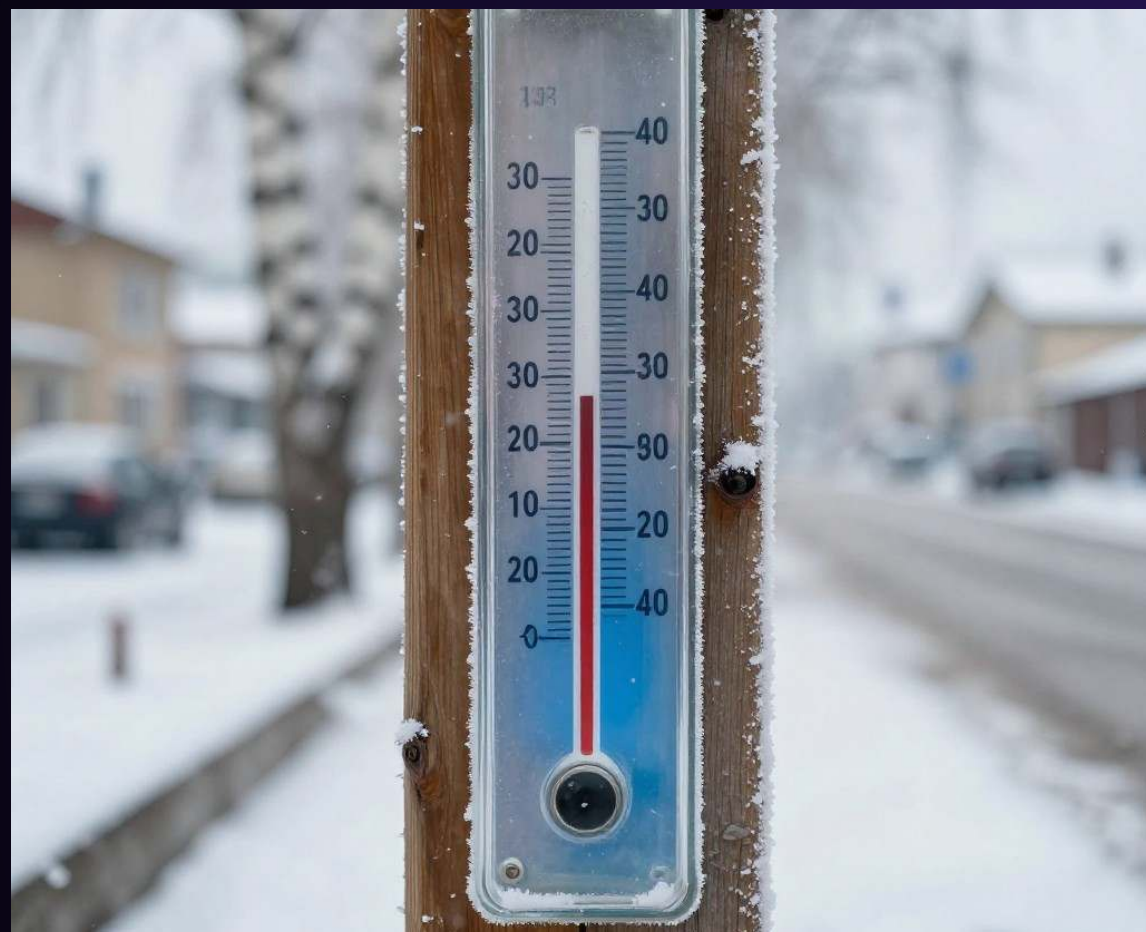
3

основных случая нужно помнить при работе с неравенствами: одинаковое действие, положительное число и отрицательное число.

Систематизация правил преобразования неравенств по курсу алгебры 8 класса.

Неравенства в повседневных примерах

/15



Температура ниже нуля

Когда на улице холодно, удобно записать ограничение как $t < 0$. Такая запись показывает, что значение температуры находится ниже нуля и помогает быстро сравнивать показания термометра. Для иллюстрации подойдёт термометр с отметкой ниже нулевой линии.



Правило на дороге

Ограничение скорости $v \leq 60$ означает, что ехать можно не быстрее 60 км/ч. Это пример нестроого неравенства: граница включена в допустимые значения. На изображении уместен дорожный знак с числом 60.



Рост, длина, возраст

Неравенства часто описывают условия: $a \geq 12$ лет, $l > 5$ см, $h \leq 150$ см. Такие записи сразу показывают, какие значения допустимы, а какие уже не подходят. Здесь хорошо работают линейка, шкала роста или короткая подпись рядом с числом.

Проверка найденного ответа

/16

Подставь ответ

После решения неравенства подставь найденное значение вместо переменной в исходную запись. Так сразу видно, сохраняется ли верное числовое сравнение.



Сравни результат

Если после подстановки получается верное неравенство, ответ подходит. Например, при $x > 4$ число 6 подходит, а число 3 не подходит, потому что условие нарушается.



Будь особенно внимателен

Проверка особенно нужна после деления на отрицательное число: именно здесь чаще всего забывают поменять знак и получают неверный ответ.



Типичные ошибки при работе с неравенствами

Ошибка	Почему неверно	Как правильно
Не меняют знак	минус меняет порядок	$-2x > 6 \rightarrow x < -3$
Делят без смены знака	нарушается сравнение	$x < -3$
Путают виды знака	строгое и нестрогое	$x \leq 5$
Действуют с одной частью	неравенство искажается	одинаково с обеими частями

Краткая памятка: что чаще всего путают и как записать правильно.

Смысл преобразования зависит от знака числа: при отрицательном множителе или делителе знак сравнения обязательно меняется.

Типичные ошибки при преобразовании неравенств, учебная практика 8 класса.

Где применяются неравенства в школьных задачах

/18

Чаще всего неравенства встречаются там, где нужно задать допустимые значения или записать границы решения на числовой прямой.

Наибольшая доля приходится на ограничения и промежутки: именно они чаще всего появляются в алгебре 8 класса.

Учебная классификация типовых задач по алгебре 8 класса.

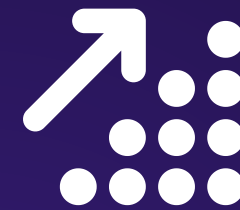
Главные свойства неравенств: итоговая формула

/19



Сложение и вычитание

Если к обеим частям прибавить или вычесть одно и то же число, верность неравенства сохраняется. Порядок чисел не нарушается, потому что изменяются обе части одинаково.



Положительный множитель

При умножении или делении на положительное число знак сравнения остаётся прежним. Это удобно при упрощении выражений и переходе к более короткой записи неравенства.



Отрицательный множитель

Если обе части умножают или делят на отрицательное число, знак меняется на противоположный. Именно это правило чаще всего требует особого внимания при решении.



Основа решения

Эти правила помогают преобразовывать неравенства, находить промежутки решений и проверять ответ без потери смысла. Они нужны в каждом шаге решения.

Что важно запомнить о неравенствах

Свойства числовых неравенств позволяют менять запись без потери смысла. Одинаковые действия сохраняют верность, а отрицательный множитель или делитель обязательно меняет знак сравнения.