

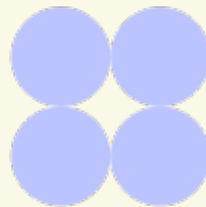


Четыре замечательные точки треугольника

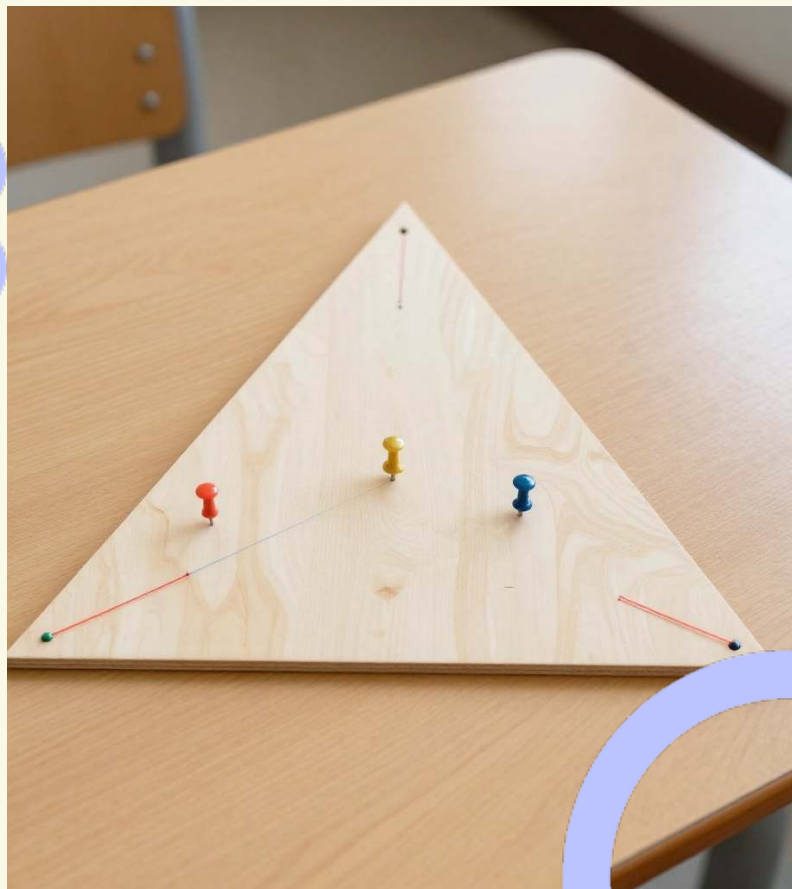
У треугольника есть четыре особых центра, и каждый показывает его по-своему.



Где они встречаются и зачем нужны



Эти точки изучают в 8 классе на построениях циркулем и линейкой. Они помогают находить длины, углы, радиусы и площади, а также быстрее решать задачи без лишних вычислений.



2:1

именно в таком отношении точка G делит каждую медиану, считая от вершины.

Свойство медиан треугольника из школьного курса геометрии

Это ключевое свойство центра тяжести: по нему легко находить нужные отрезки и проверять построения.

Построение центра тяжести на чертеже

Проведите медианы

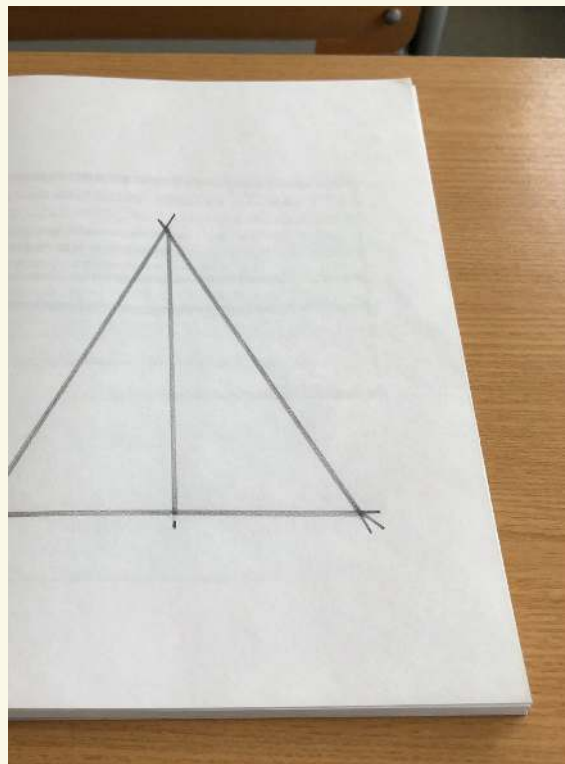
Соедините каждую вершину треугольника с серединой противоположной стороны. Получатся три медианы, и каждая из них проходит через внутреннюю область фигуры.

Найдите точку пересечения

Все три медианы пересекаются в одной точке, которую обозначают G . Именно она и является центром тяжести треугольника.

Учтите особый случай

В равнобедренном треугольнике одна медиана совпадает с осью симметрии, поэтому чертёж получается особенно наглядным и помогает быстрее увидеть центр G .



Ортоцентр треугольника

Точка пересечения высот

Ортоцентр обозначают буквой H . Он образуется там, где пересекаются высоты треугольника, то есть перпендикуляры, опущенные из вершин на противоположные стороны.

Положение зависит от вида

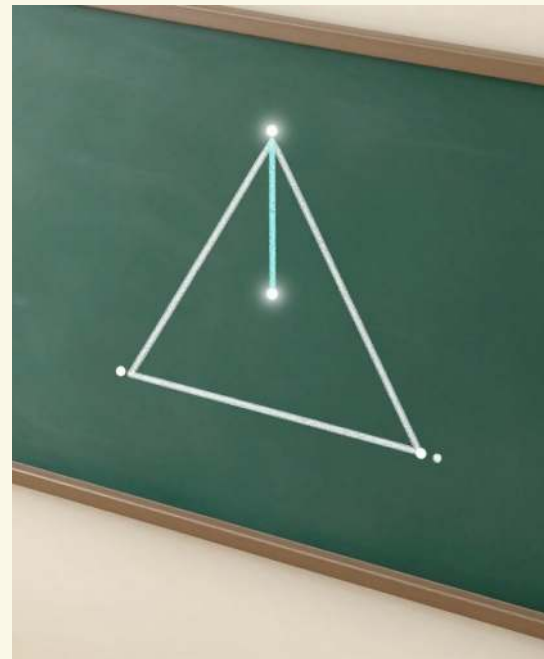
В остроугольном треугольнике H находится внутри фигуры. В тупоугольном он оказывается снаружи, а в прямоугольном совпадает с вершиной прямого угла.

Почему это удобно

Ортоцентр помогает связывать углы и перпендикуляры в одной точке. Поэтому его часто используют при доказательствах и построениях в геометрических задачах.

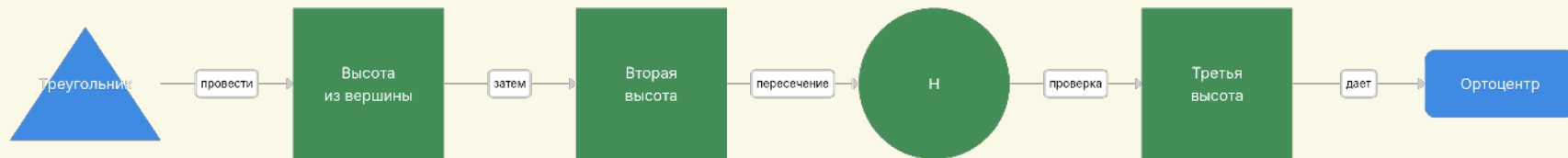
Третья высота не лишняя

Если уже проведены две высоты, третья обязательно пройдёт через ту же точку. Это важное свойство позволяет проверять правильность чертежа.



Построение ортоцентра

Схема показывает, как последовательно находят точку пересечения высот треугольника.



Центр описанной окружности

1

Начало построения

Сначала проводят серединные перпендикуляры к сторонам треугольника. Каждый из них проходит через середину стороны и перпендикулярен ей.

2

Точка О

Точка их пересечения обозначается О. Она одинаково удалена от всех вершин треугольника, поэтому становится центром окружности, проходящей через три вершины.

3

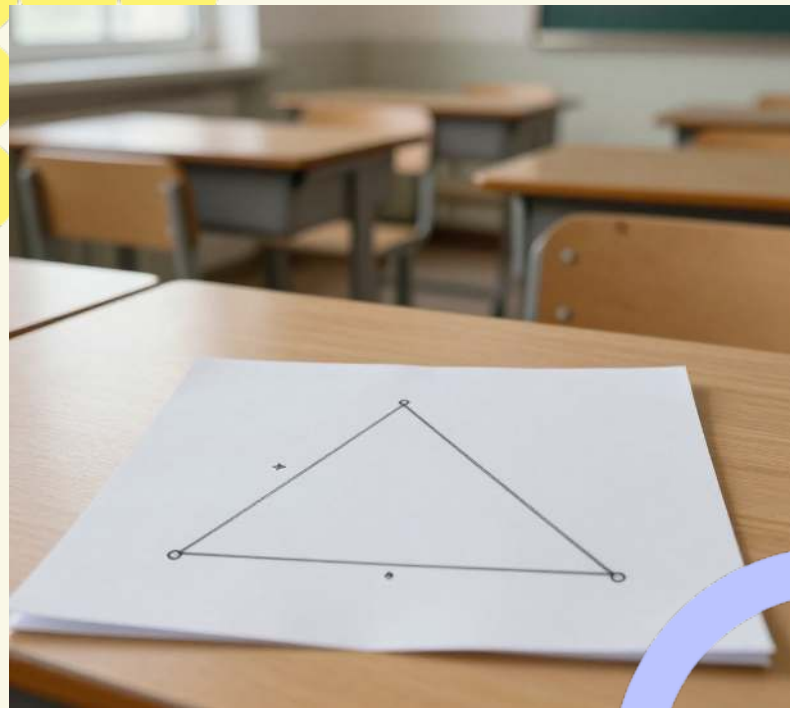
Описанная окружность

Из точки О можно провести окружность нужного радиуса. Она обязательно пройдет через все вершины треугольника и будет описанной окружностью.

4

Радиус окружности

Расстояние от центра О до любой вершины — это радиус описанной окружности. Он один и тот же для всех трёх вершин треугольника.



Где расположен центр описанной окружности

1 Если треугольник остроугольный

В таком треугольнике точка O лежит внутри фигуры. Это удобно видеть на чертеже с двумя серединными перпендикулярами: их пересечение оказывается в центре треугольника. Через это место легко провести окружность, проходящую через все вершины.



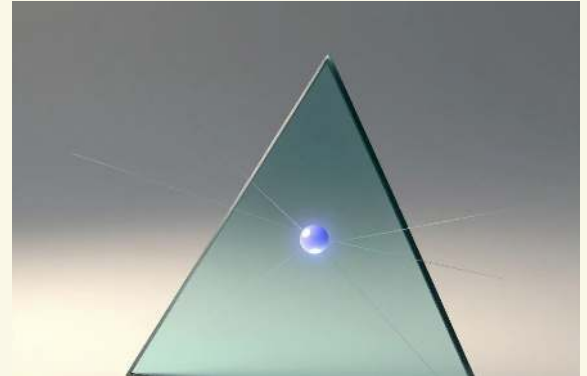
2 Если треугольник прямоугольный

Здесь центр описанной окружности находится на середине гипотенузы. Это особый и очень запоминающийся случай. Окружность строится особенно просто, потому что её центр сразу связан с самой длинной стороной треугольника.



3 Если треугольник тупоугольный

В этом случае точка O выходит за пределы треугольника. На рисунке это хорошо заметно: серединные перпендикуляры пересекаются снаружи, но окружность всё равно проходит через все три вершины без исключения.



Центр вписанной окружности

1

Построение биссектрис

Чтобы найти центр I , проводят биссектрисы двух углов треугольника. Эти линии делят углы пополам и пересекаются в одной внутренней точке.

2

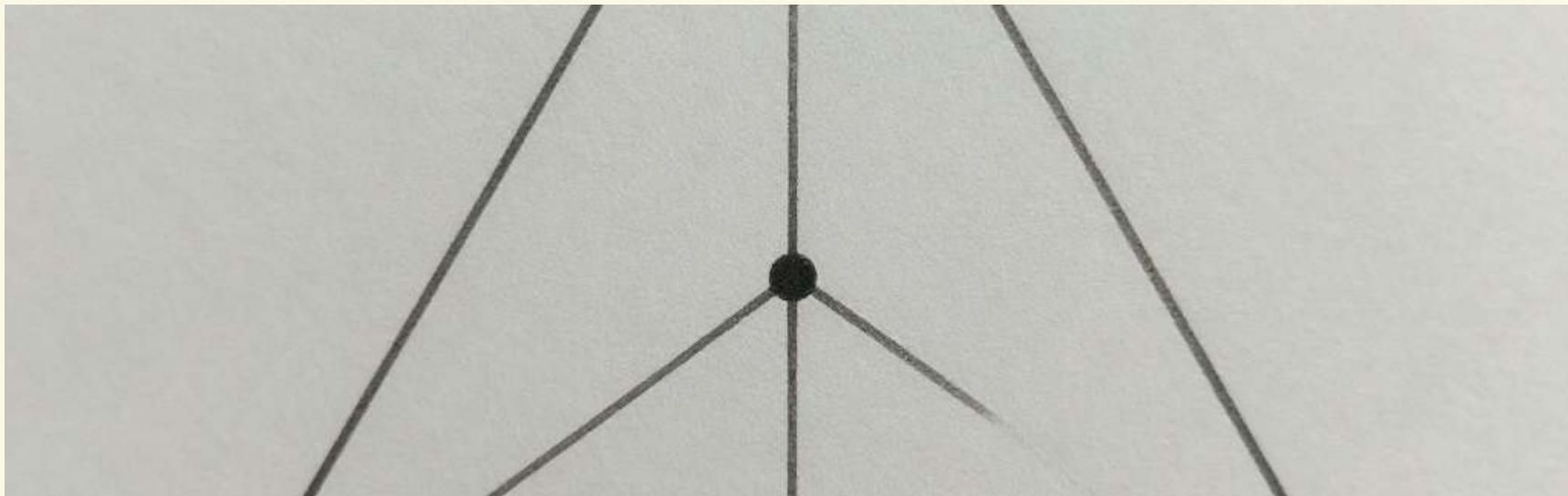
Свойство равноудалённости

Точка I находится на одинаковом расстоянии от всех сторон треугольника. Поэтому из неё можно опустить перпендикуляр к любой стороне и получить одинаковую длину.

3

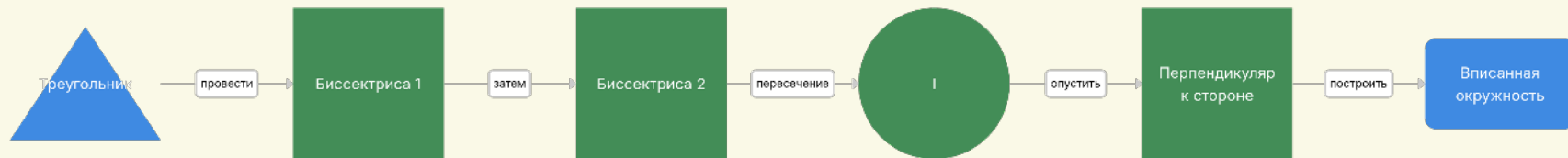
Вписанная окружность

С центром I легко построить окружность, касающуюся всех трёх сторон. Такая окружность называется вписанной и хорошо видна на аккуратном чертеже.



Построение центра вписанной окружности

Схема показывает последовательность построения точки пересечения биссектрис и вписанной окружности.



Сравнение четырёх замечательных точек

Точка	Линии	Свойство
G	медианы	2:1
H	высоты	зависит от вида
O	серединные перпендикуляры	до вершин равно
I	биссектрисы	до сторон равно

Свойства замечательных точек треугольника из школьного курса геометрии.

Сводная таблица показывает, какими линиями определяется каждая точка и чем она отличается от других.

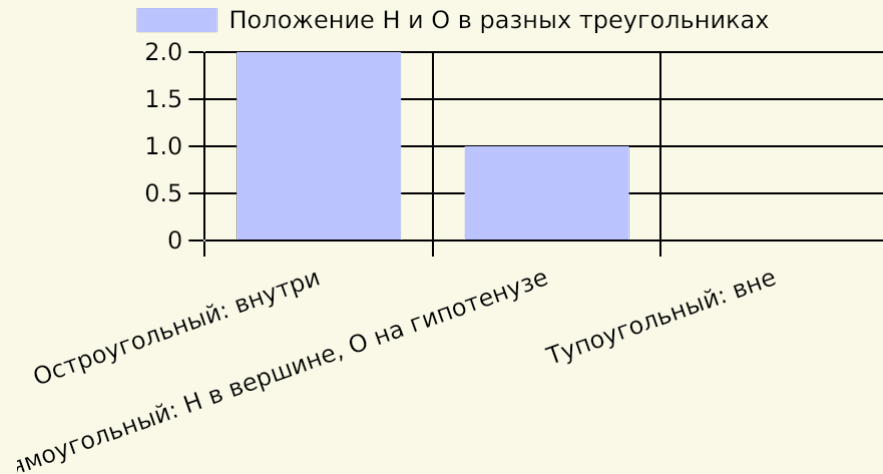
У каждой точки свой набор линий построения и своё геометрическое значение: равновесие, перпендикулярность, равные расстояния или окружности.

Положение точек в разных видах треугольника

Точки G и I во всех случаях остаются внутри треугольника, поэтому их положение не зависит от вида фигуры.



Положение H и O меняется вместе с типом треугольника, а G и I сохраняют устойчивое внутреннее расположение.



Обобщение свойств ортоцентра и центра описанной окружности в школьной геометрии.

Особый случай: равносторонний треугольник

Одна общая точка

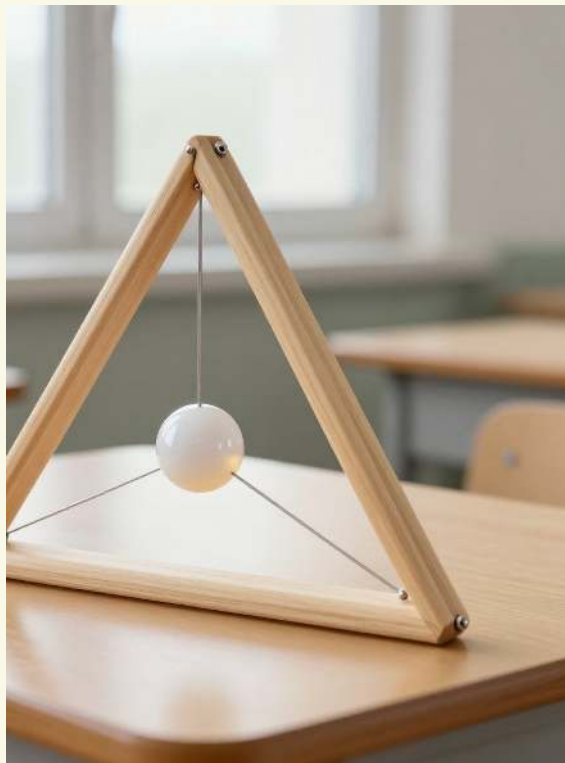
В равностороннем треугольнике все четыре замечательные точки совпадают. Это происходит потому, что фигура обладает наибольшей симметрией, а её основные линии пересекаются в одном месте.

Одинаковые роли линий

Здесь медиана одновременно является высотой и биссектрисой, а серединный перпендикуляр проходит по той же линии. Поэтому одно построение позволяет получить сразу несколько важных свойств.

Удобная проверка свойств

Такой треугольник особенно полезен в задачах и на чертеже: по нему легко проверить, правильно ли построены точки G , H , O и I , и увидеть связь между ними.



Какие радиусы связаны с этими точками



Радиус R

Радиус описанной окружности измеряется от центра O до любой вершины треугольника. Все три расстояния одинаковы, поэтому через вершины можно провести одну общую окружность.



Радиус r

Радиус вписанной окружности измеряется от центра I до стороны треугольника. Этот отрезок перпендикулярен стороне и показывает, насколько окружность касается каждой стороны.



Зачем он нужен

R и r часто помогают в задачах на построение и вычисление площади. Через них удобно связывать стороны треугольника с его окружностями и внутренними расстояниями.



Чертёжная связь

Если на рисунке отмечены точки O и I , то сразу видны оба радиуса. Это делает геометрическую схему наглядной и помогает быстрее проверить правильность построения.

Замечательные точки в жизни и практических чертежах

Архитектурные каркасы

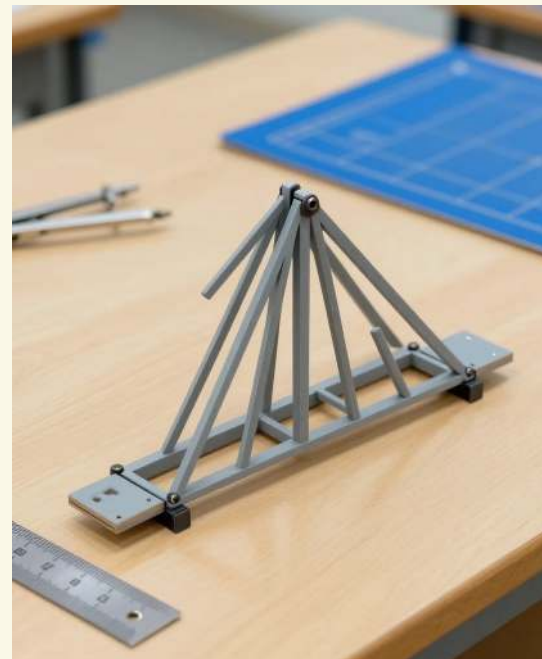
Треугольные элементы часто используют в мостах и опорах, потому что такая форма хорошо сохраняет жёсткость. На чертежах замечательные точки помогают анализировать устойчивость конструкции.

Моделирование деталей

При проектировании деталей важно понимать, где находится центр, где проходят оси симметрии и какие расстояния нужно измерять. Геометрические точки G, H, O и I делают схему понятнее.

Школьные и технические схемы

На рисунках замечательные точки помогают связать абстрактную геометрию с реальными объектами. Это полезно и в задаче, и в простом инженерном эскизе, где важна точность.



Почему центр тяжести важен не только в геометрии

1

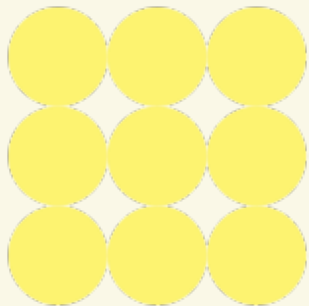
Баланс фигуры

Если мысленно поддержать однородную треугольную пластинку в точке G, она сохраняет равновесие. Поэтому центр тяжести связан не только с чертежом, но и с устойчивостью тела.

2

Связь с физикой

В физике центр тяжести используют при изучении равновесия, движения и опоры тел. Геометрическое понятие помогает объяснить, почему предмет не падает и как его правильно расположить.



3

Практическое применение

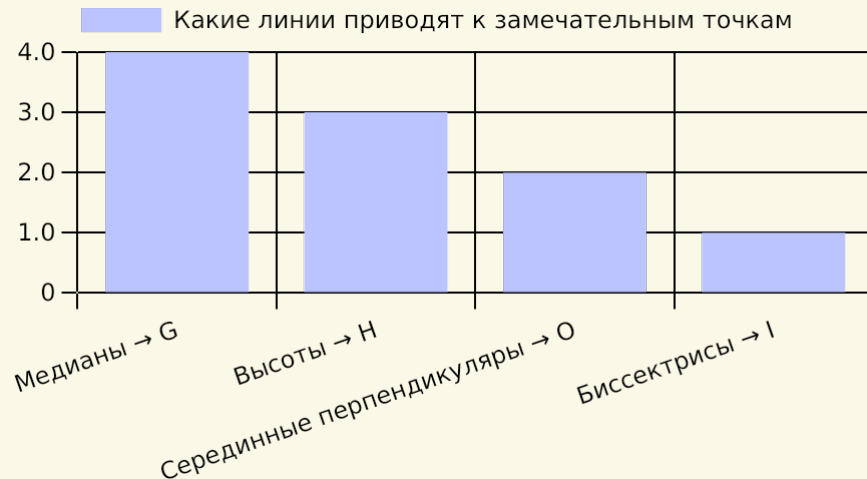
В технике и конструировании знание центра тяжести помогает делать изделия более надёжными. Даже в школьных задачах этот пример показывает, как геометрия описывает реальные свойства предметов.

Какие линии приводят к каждой точке

Каждая группа линий строится по своему правилу, поэтому точки удобно различать уже на первом этапе чертежа.



Связь между линиями и точками однозначна: разные построения ведут к разным центрам и разным свойствам треугольника.



Обобщение свойств медиан, высот, серединных перпендикуляров и биссектрис из курса геометрии 8 класса.

Что нужно помнить о четырёх точках

Краткая таблица помогает быстро повторить определения и главные свойства всех четырёх замечательных точек.



Все четыре точки строятся простыми линиями и помогают сразу увидеть важные отношения в треугольнике.

Точка	Определение	Свойство
G	медианы	2:1
H	высоты	зависит от треугольника
O	серединные перпендикуляры	до вершин равно
I	биссектрисы	до сторон равно

Школьная геометрия: свойства замечательных точек треугольника.

Как эти точки помогают решать задачи



Деление отрезков

Центр тяжести помогает находить середины и понимать, как медианы делят друг друга. Это ускоряет построения и делает решения короче и нагляднее.



Построение окружности

Центр описанной окружности позволяет провести окружность через все вершины треугольника. Это удобно в задачах, где требуется найти радиус или проверить равенство расстояний.



Работа с высотами

Ортоцентр нужен там, где встречаются высоты и прямые углы. Он помогает быстрее замечать нужные перпендикуляры и находить положение точки H на чертеже.



Касание сторон

Центр вписанной окружности нужен для построения окружности, касающейся всех сторон. С его помощью легко находить расстояние до стороны и решать задачи на площадь.



Треугольник с четырьмя центрами

Четыре замечательные точки показывают, что у треугольника есть своя внутренняя система. Они связывают построения, равные расстояния, равновесие и окружности в одной красивой геометрической картине.

