

Графики с модулем: как они выглядят и как их читать

Изломы, симметрия и простые правила построения

Модуль и графики: зачем это нужно в 7 классе

Модуль связывает число, расстояние и график. На его примере удобно увидеть, как одна формула меняется по разные стороны от нуля и почему у графика появляются разные части.

2

**правила записи описывают
модуль в зависимости
от знака числа**

Модуль всегда показывает расстояние до нуля, поэтому результат не бывает отрицательным.

Определение модуля числа из школьного курса алгебры

Базовый график $y = |x|$



Две ветви

График состоит из двух лучей, которые встречаются в одной вершине. В точке пересечения он меняет направление и образует характерную V-образную форму.

Правая часть

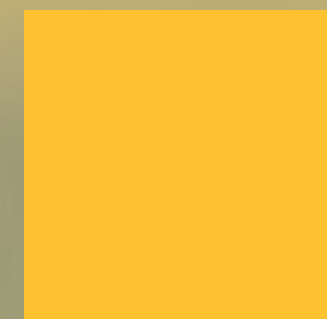
При $x \geq 0$ модуль не меняет число, поэтому график совпадает с прямой $y = x$. Эта часть идёт вверх под углом, как обычная линейная зависимость.

Левая часть

При $x < 0$ знак числа меняется, и получается $y = -x$. Поэтому слева от нуля график тоже поднимается, но в зеркальном отражении относительно оси Oy.

Симметрия

Если построить точки по обе стороны от нуля, видно одинаковое расстояние до оси Oy. Именно поэтому график симметричен относительно этой оси.



Как коэффициент меняет крутизну графика

У всех трёх графиков одна вершина, но разная высота точек при одинаковых значениях x .

Чем больше коэффициент перед модулем, тем уже и круче график; меньший коэффициент делает его шире.

Построение по значениям функций $y = |x|$, $y = 2|x|$ и $y = 0,5|x|$

Сдвиги графика: вправо, влево, вверх и вниз

1. Сначала смотрят внутрь модуля

Выражение внутри модуля показывает, где находится вертикальная ось симметрии графика. Именно оно помогает понять, насколько вершина смещена по горизонтали.

2. Потом учитывают знак снаружи

Число, прибавленное или вычтенное после модуля, двигает весь график вверх или вниз. При этом форма V-образной линии остаётся прежней.

3. Пример с вершиной

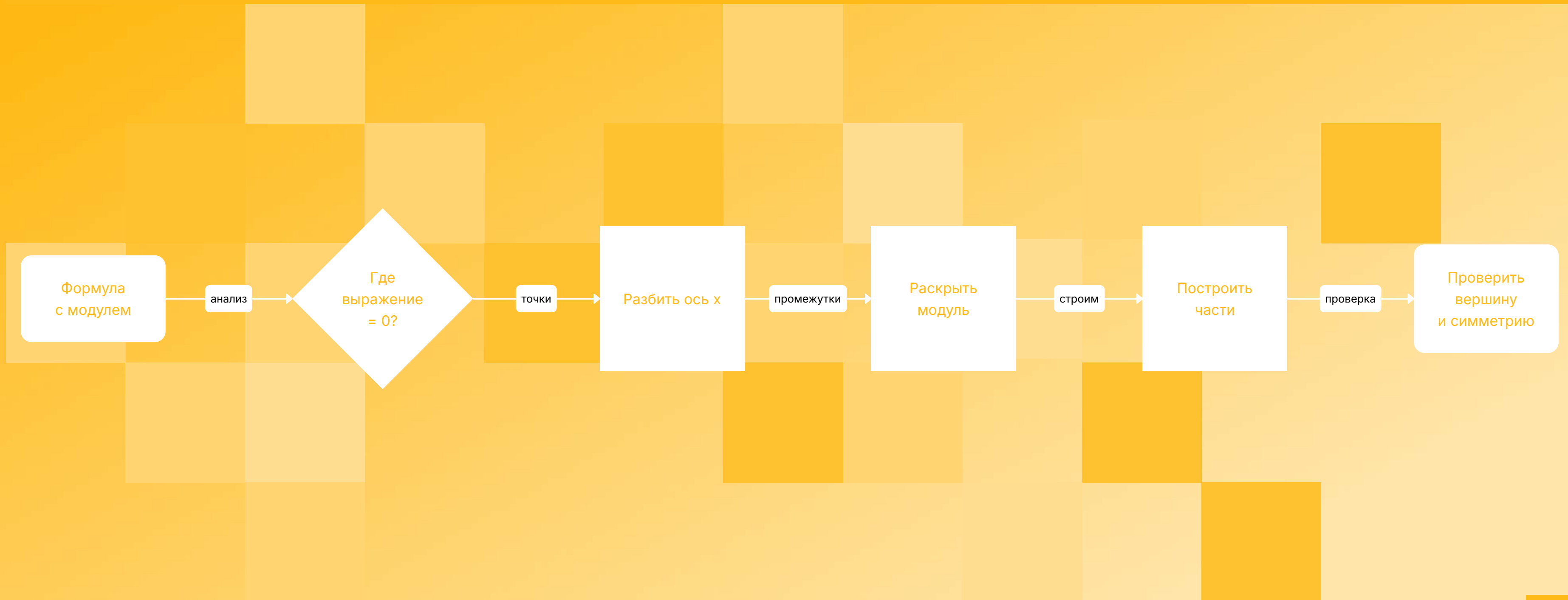
В формуле $y = |x + 3| - 2$ вершина не в начале координат, а в точке $(-3; -2)$. Это удобно сразу отмечать на рисунке перед построением ветвей.

4. Правило для запоминания

Если в записи стоит $x - a$, график смещается вправо, а если $x + a$ — влево. Число снаружи работает по вертикали: плюс поднимает, минус опускает.

Построение графика с модулем по шагам

Последовательность действий при разборе формулы и построении ломаной линии



Точки для построения графика $y = |x - 2|$

x	y
0	2
1	1
2	0
3	1
4	2

Значения удобно находить по определению модуля и отмечать на координатной плоскости.

Получается симметрия относительно прямой $x = 2$, а вершина графика находится в точке $(2; 0)$.

Уравнение $|x| = a$ и две точки решения

Когда a больше нуля

Если уровень положительный, уравнение имеет два ответа: один справа от нуля и один слева. На графике это две симметричные точки пересечения.

Когда a равно нулю

При нулевом уровне пересечение только одно, потому что вершина графика $y = |x|$ лежит на оси x . Тогда единственный корень — $x = 0$.

Когда a отрицательно

Отрицательный уровень невозможен, ведь модуль не принимает отрицательных значений. Поэтому линия $y = a$ не пересекает график совсем.

Сколько решений даёт уровень $y = c$

Чем выше горизонтальная линия над осью x , тем чаще она пересекает график до определённого уровня.

Ниже оси x пересечений нет, на нуле — одна точка, выше нуля обычно две точки пересечения.

Анализ графика $y = |x|$ для уровней $y = c$

Графики вида $y = |x| + c$



Сдвиг вверх

Если к модулю прибавляют положительное число, весь график поднимается выше. Вершина меняет только высоту, а форма остаётся прежней: две симметричные ветви раскрываются так же, как и у $y = |x|$.



Сдвиг вниз

При отрицательном c график опускается ниже оси Ox . Например, у $y = |x| - 3$ вершина находится в точке $(0; -3)$, но обе ветви по-прежнему зеркальны относительно оси Oy .

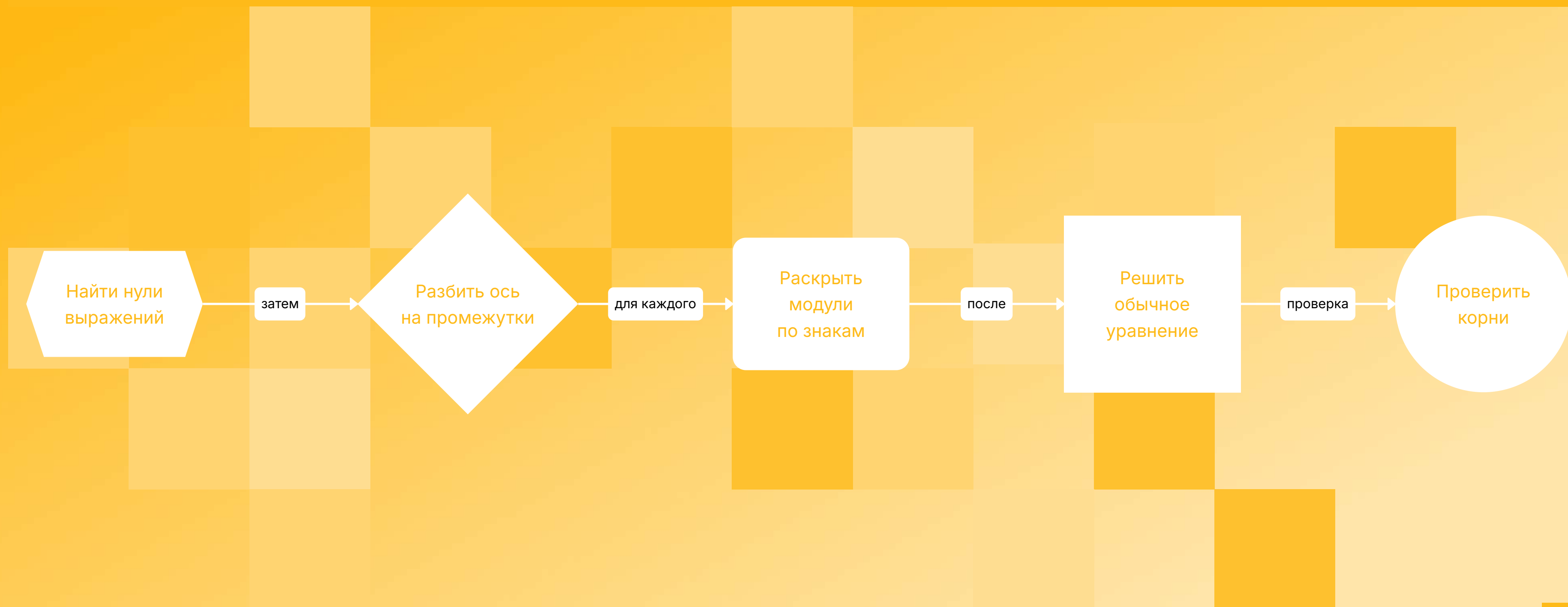


Не меняется форма

Добавление числа не делает график уже или шире. Меняется только положение на координатной плоскости, поэтому удобно сравнивать такие графики по вершине и высоте, а не по общему виду.

Как решают уравнение с двумя модулями

Последовательность действий для уравнений вида $|x-1| + |x+2| = 5$



Как выглядит график $y = ||x| - 2|$

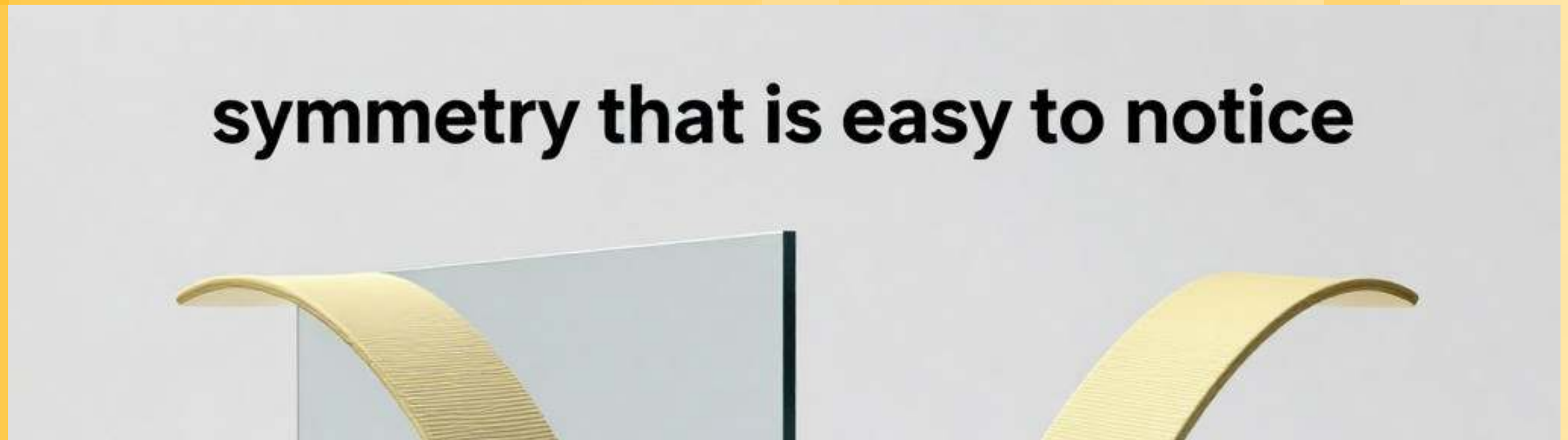
Две одинаковые вершины

График словно складывается из двух зеркальных половин. При $x = -2$ и $x = 2$ появляются одинаковые вершины, а между ними линия опускается ниже, чем по краям. Из-за этого рисунок напоминает широкую букву W.



Симметрия, которую легко заметить

Если провести вертикальную линию через ось Оу, левая и правая части графика совпадут. Такая симметрия помогает быстро проверять построение: достаточно найти одну сторону, а затем отразить её относительно оси.



Сравнение форм графиков с модулем

Чем сложнее запись с модулем, тем больше характерных частей появляется на графике и тем внимательнее нужно выбирать промежутки.

Линейный график самый простой, а вложенный модуль даёт больше изломов и участков. По этим признакам форму легко отличить.

Схематическое сравнение по виду графиков $y = x$, $y = |x|$ и $y = ||x| - 2|$.

Типичные ошибки при работе с модулем

Ошибка	Что помнить
$ x < 0$	Модуль неотрицателен
$x < 0$	Ставим минус
Нет проверки	Корни надо проверить

Правило определения модуля и стандартная проверка решений в уравнениях.

Эти ошибки встречаются чаще всего при чтении формул и при решении уравнений с модулем.

Если помнить три правила — неотрицательность, раскрытие по знаку и проверку корней, — большинство типичных ошибок исчезает.

Пересечения графика с осями координат

1.

Сначала ось Ox

Точки на оси Ox ищут из условия $y = 0$. Для графика $y = |x - 3| - 1$ получаем уравнение $|x - 3| = 1$, поэтому пересечения будут в двух точках.

2.

Потом ось Oy

Для пересечения с осью Oy подставляют $x = 0$. В примере получается $y = |-3| - 1 = 2$, значит график проходит через точку $(0; 2)$, что удобно для проверки построения.

3.

Зачем это нужно

Такие точки помогают быстро увидеть, правильно ли расположен график на плоскости. Если вершина и пересечения с осями совпадают с расчётом, чертёж, скорее всего, выполнен верно.



Как читать график на координатной плоскости

Оси как ориентир

Сначала смотрят, где расположены оси Ox и Oy , а затем определяют, в каких областях лежит график. Это помогает понять, где значения положительные, а где отрицательные.

Вершина и поворот

У графиков с модулем вершина — самая важная точка. От неё начинается изменение направления, поэтому именно она подсказывает, где формула меняет вид и как устроены две ветви.

Опорные точки

Нескольких точек достаточно, чтобы увидеть форму всей линии. Если выбрать точки по обе стороны от нуля, становится заметно, как график ведёт себя симметрично и как меняются координаты.

Симметрия как подсказка

Для многих графиков с модулем левая и правая части совпадают зеркально. Это позволяет быстро проверять рисунок: достаточно сравнить расстояния и высоты точек относительно оси симметрии.

Где встречается модуль в реальных ситуациях

Во всех примерах модуль помогает говорить не о знаке, а о величине различия или удалённости от выбранной точки.

Модуль особенно полезен там, где важна абсолютная разница. Поэтому он часто встречается в измерениях, сравнениях и задачах на расстояние.

Схематическое распределение учебных примеров для наглядной иллюстрации.

Как быстро распознать график с модулем

1. Ищите вершину

У большинства таких графиков есть заметная вершина или несколько изломов. Это первый признак того, что в формуле могут быть модули и разные правила для разных промежутков.

2. Проверьте симметрию

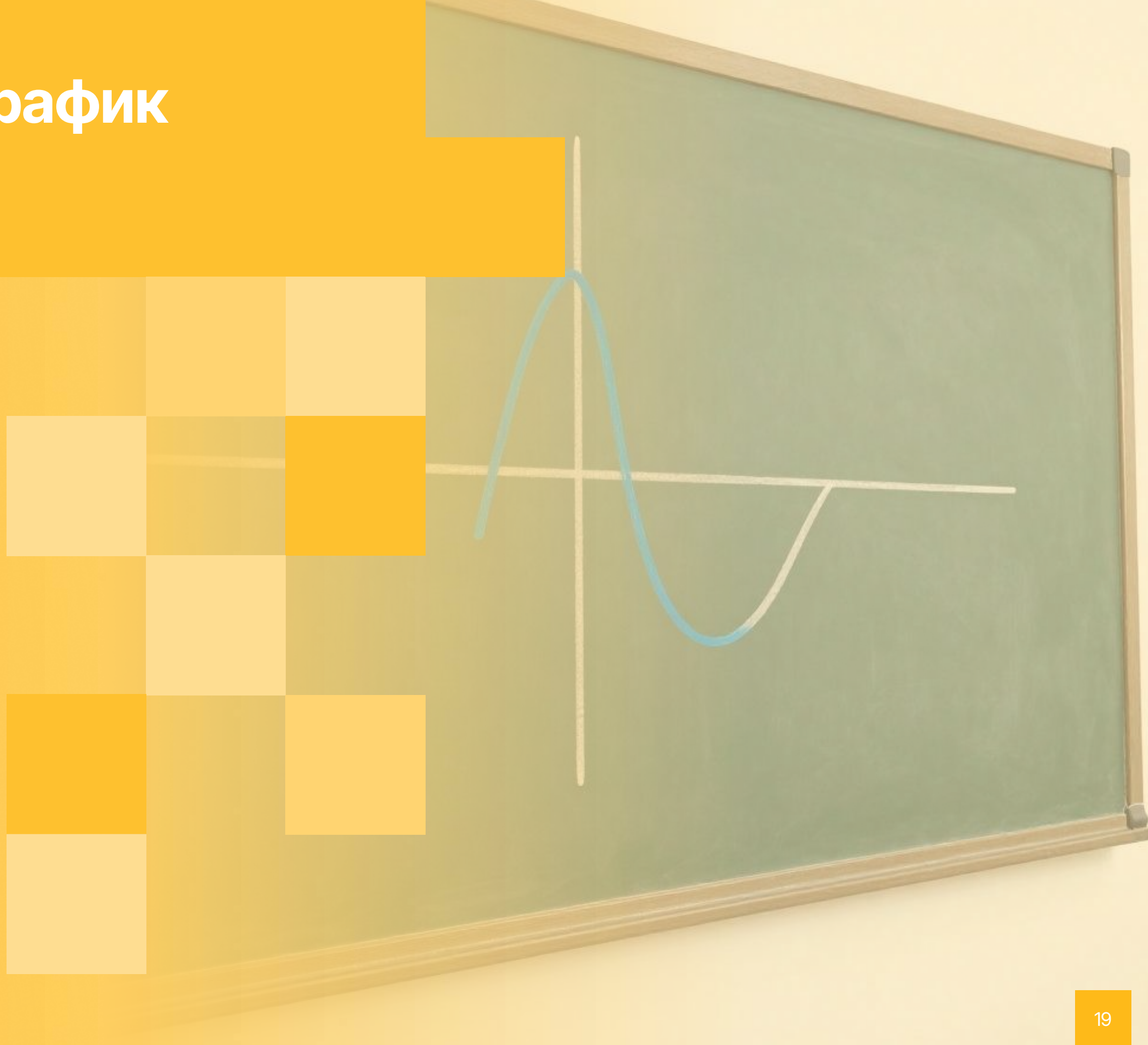
Если левая и правая части рисунка похожи, стоит подумать о модуле. Особенно это заметно, когда график отражается относительно оси Oy или другой вертикальной прямой.

3. Смотрите на знак значений

График с одним модулем обычно не опускается ниже нуля без дополнительного сдвига. Если значения всё время неотрицательны, это ещё один важный ориентир.

4. Считайте изломы

Чем больше модулей в формуле, тем больше участков может появиться на графике. Поэтому количество изломов помогает догадаться, насколько сложна запись и как её нужно раскрывать.



Модуль превращает формулу в понятный рисунок

Графики с модулем удобно читать по вершинам, изломам и симметрии. Если научиться раскрывать модуль по промежуткам, можно уверенно строить графики, находить пересечения и решать уравнения.