



Доказательства в геометрии: зачем они нужны

Как понять, что геометрический ответ верен?

Почему геометрия требует доказательств

/2



В геометрии рисунок сам по себе не доказывает ответ. Нужны свойства фигур, точные определения и логические переходы, которые показывают, почему вывод действительно верен.

Три основных типа доказательств

/3



Прямое доказательство

Прямое доказательство идёт от данных к нужному выводу. Мы берём известные свойства фигур, последовательно применяем теоремы и получаем ответ без лишних предположений.

От противного

Доказательство от противного начинается с отрицания нужного утверждения. Если из него выходит невозможный результат, значит исходное утверждение было верным.

Разбор случаев

Разбор случаев применяют, когда возможны разные положения точек, углов или прямых. Для каждого варианта строят отдельную цепочку рассуждений и затем объединяют выводы.

Факт, утверждение, вывод

/4

1. Формулируем утверждение

Сначала выделяют, что именно нужно проверить: равенство, параллельность, величину угла или другое свойство. Без ясного утверждения невозможно построить точное рассуждение.



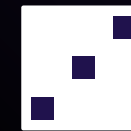
2. Опираемся на факты

Затем находят факты, которые уже известны из условия, определения или теоремы. Они становятся опорой для следующих шагов и не требуют повторного доказательства.



3. Делаем вывод

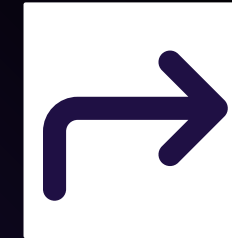
После этого из известных фактов выводят новый результат и связывают шаги словами «так как», «значит», «следовательно». Именно так появляется доказательство, а не догадка.



Логические слова в рассуждении

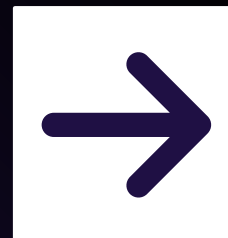
/5

Значит



Слово «значит» отмечает промежуточный вывод. Оно соединяет уже найденный факт с новым шагом и делает рассуждение понятным для проверки в тетради.

Так как



Связка «так как» вводит причину и показывает, на каком известном свойстве или условии основан следующий шаг рассуждения. Она помогает не терять логику доказательства.

Следовательно

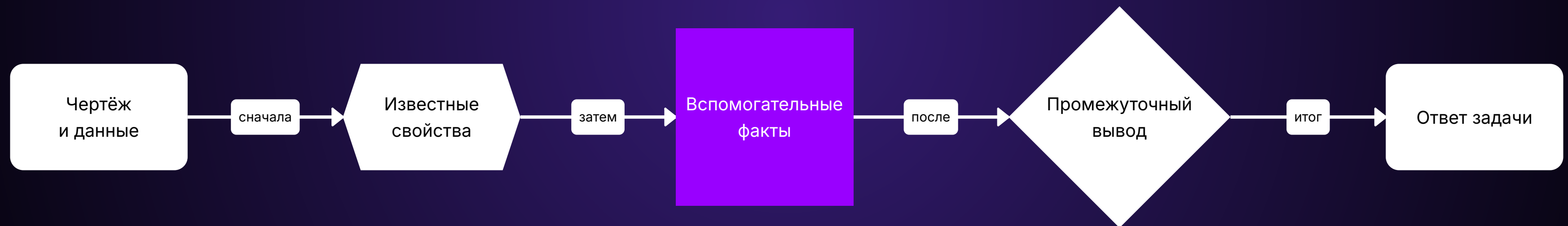


Слово «следовательно» завершает переход к итоговому выводу. После него обычно формулируют результат, который напрямую отвечает на вопрос задачи.

Структура доказательства по шагам

/6

Схема показывает движение от условия к выводу через известные свойства и промежуточные шаги.



Как оформлять решение

/7

Дано и доказать

Начинайте с точной записи условия: что дано и что нужно доказать. Это помогает сразу увидеть, какие свойства и теоремы могут пригодиться в решении.

Пошаговая запись

Пишите решение по шагам, а не одним длинным текстом. Каждый новый переход должен быть понятен и отделён от предыдущего либо нумерацией, либо отдельной строкой.

Причина каждого шага

После каждого шага указывайте причину: определение, теорему, свойство фигуры или уже полученный результат. Без причины запись выглядит как предположение, а не доказательство.

Точный вывод

В конце обязательно сверяйте вывод с вопросом задачи. Ответ должен быть именно тем, что требовалось доказать, а не похожим по смыслу утверждением.

Базовые факты: равенство в фигурах

/8



Равнобедренный треугольник

Равенство сторон в равнобедренном треугольнике помогает сразу связать условие с нужными углами. Если две стороны равны, можно искать равные элементы по свойству треугольника.

Вертикальные углы

Вертикальные углы всегда равны, потому что образуются при пересечении двух прямых. Это один из самых коротких и надёжных способов получить равенство углов на чертеже.

Пересечение прямых

При пересечении прямых возникают равные или смежные углы, которые часто используются в задачах на доказательство. Они позволяют быстро заметить связь между элементами фигуры.

Равные отрезки

Равные отрезки на рисунке нужно подтверждать не по виду, а через условие или построение. Именно так рисунок превращается в точное математическое рассуждение.

Свойства треугольников

/9

01 1. Сумма углов

Сумма углов любого треугольника равна 180° . Это один из самых часто используемых фактов: он помогает находить неизвестный угол и проверять, может ли фигура существовать.

2. Углы при основании

В равнобедренном треугольнике углы при основании равны. Если известны равные стороны, этот факт часто позволяет сразу получить нужное равенство без дополнительных построений.

02

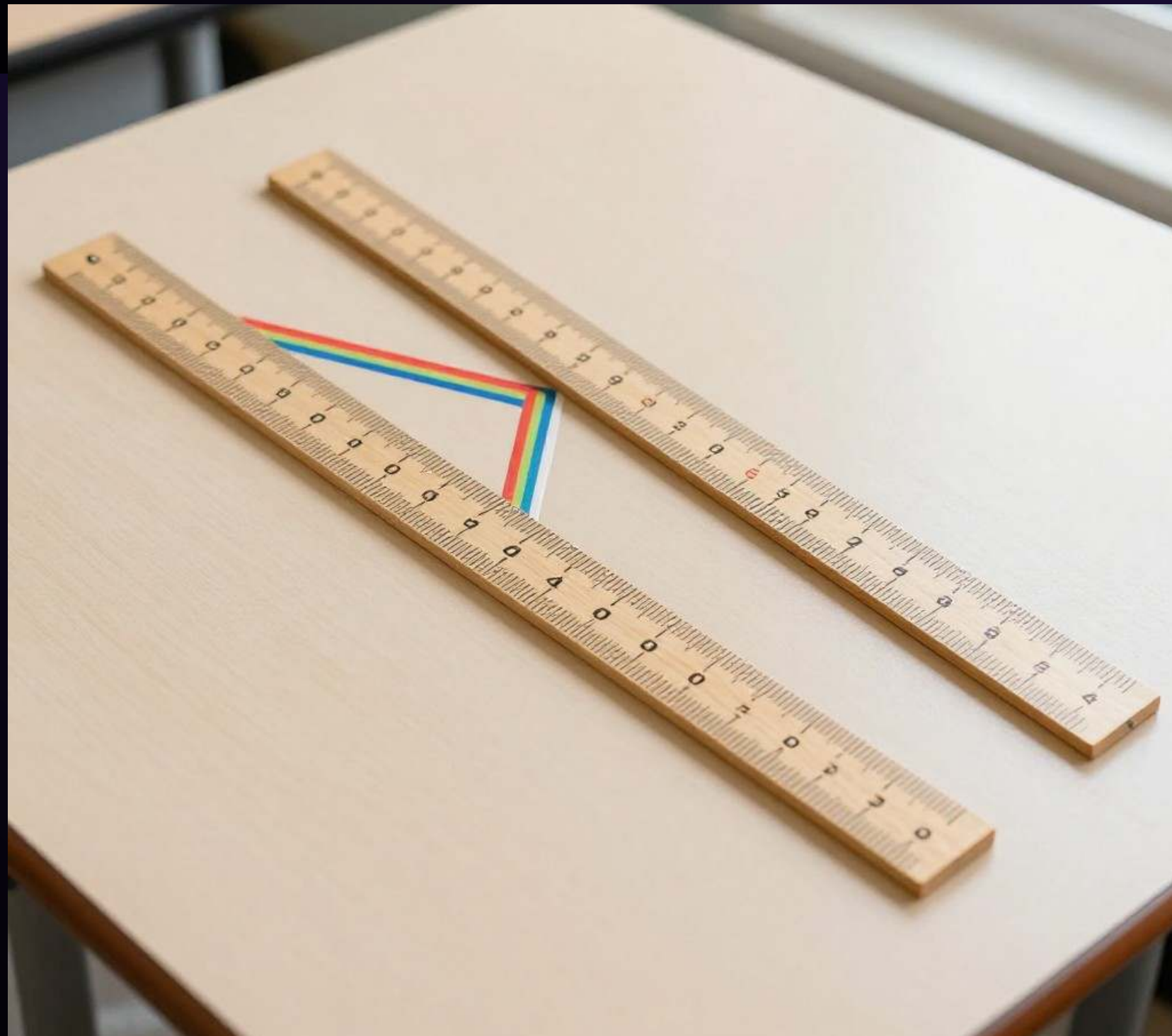
03 3. Сравнение сторон и углов

Против большей стороны лежит больший угол. Это свойство полезно, когда нужно сравнить углы треугольника и понять, какая сторона или угол больше другого.



Параллельные прямые и углы

/10



Накрест лежащие углы

Накрест лежащие углы появляются, когда секущая пересекает параллельные прямые. Их равенство часто сразу даёт нужный угол и помогает завершить доказательство одним коротким шагом.

Соответственные углы

Соответственные углы тоже равны при параллельных прямых. Это удобный инструмент, если на чертеже видны одинаковые положения углов относительно секущей и двух линий.

Сумма 180°

Односторонние внутренние углы в сумме дают 180° . Такое соотношение особенно полезно, когда нужно проверить параллельность прямых или найти неизвестный угол без лишних построений.

Пример 1: равнобедренный треугольник

/11

Равные стороны



В равнобедренном треугольнике две боковые стороны равны по условию. Из этого следует, что фигура симметрична, а значит можно ожидать равенство углов при основании.

Вспомогательный шаг



Чтобы доказательство было строгим, проводят вспомогательную линию — чаще всего биссектрису или высоту. Она помогает получить две равные части и связать их через уже известные свойства.

Сравнение треугольников

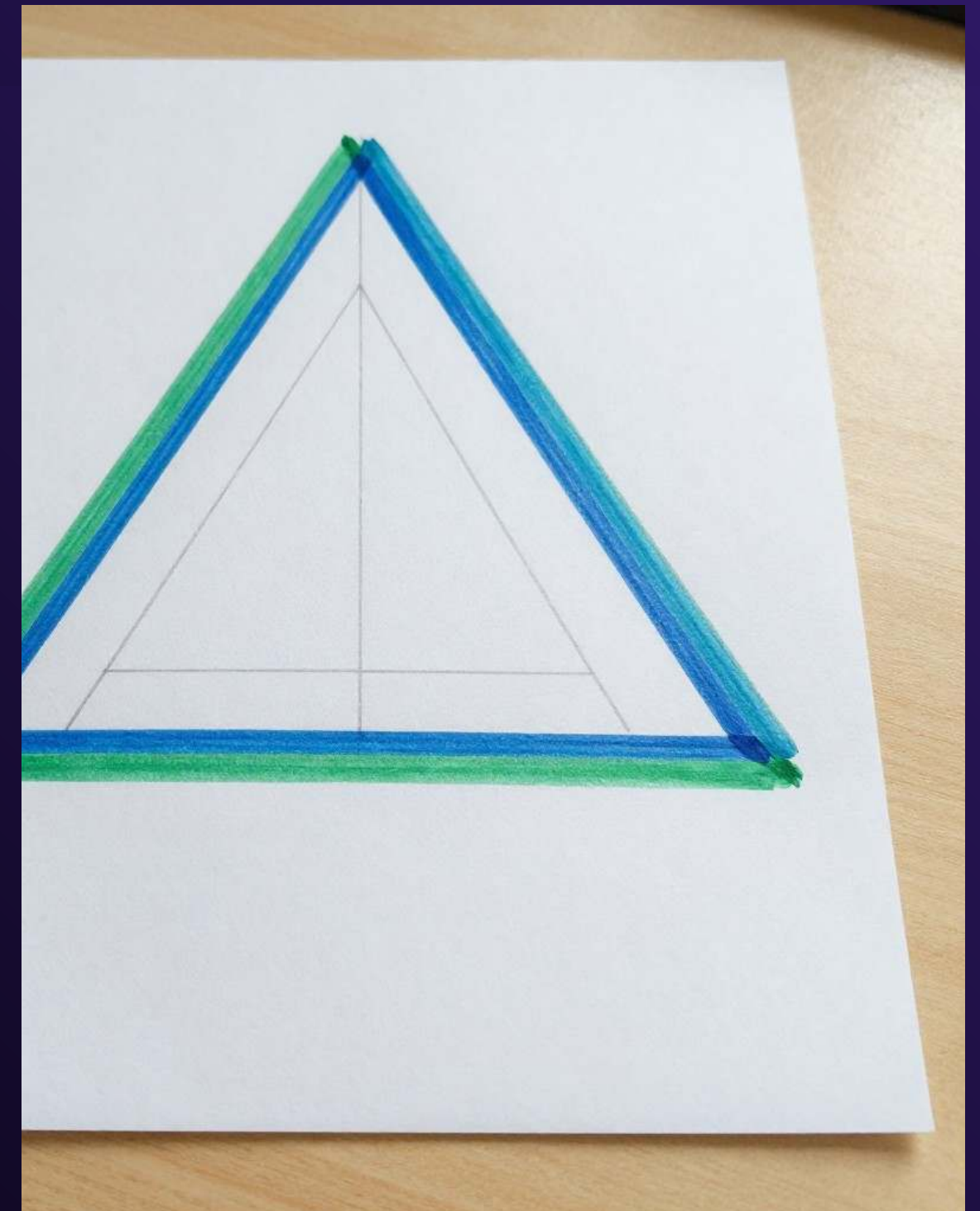


Далее сравнивают получившиеся треугольники. Если у них есть равные стороны и общий элемент, можно применить признак равенства треугольников и получить нужные равные углы.

Итоговый вывод



После этого формулируют вывод: углы при основании равны. Это уже не догадка по рисунку, а результат, который опирается на точные геометрические признаки.



Пример 1: схема решения

/12

От условия к выводу через вспомогательное построение и сравнение треугольников.



Пример 2: доказательство от противного

/13

01 Неверное предположение

Сначала предполагают обратное: сумма углов треугольника не равна 180° . Такое допущение позволяет проверить, выдерживает ли оно связь с уже известной теоремой.

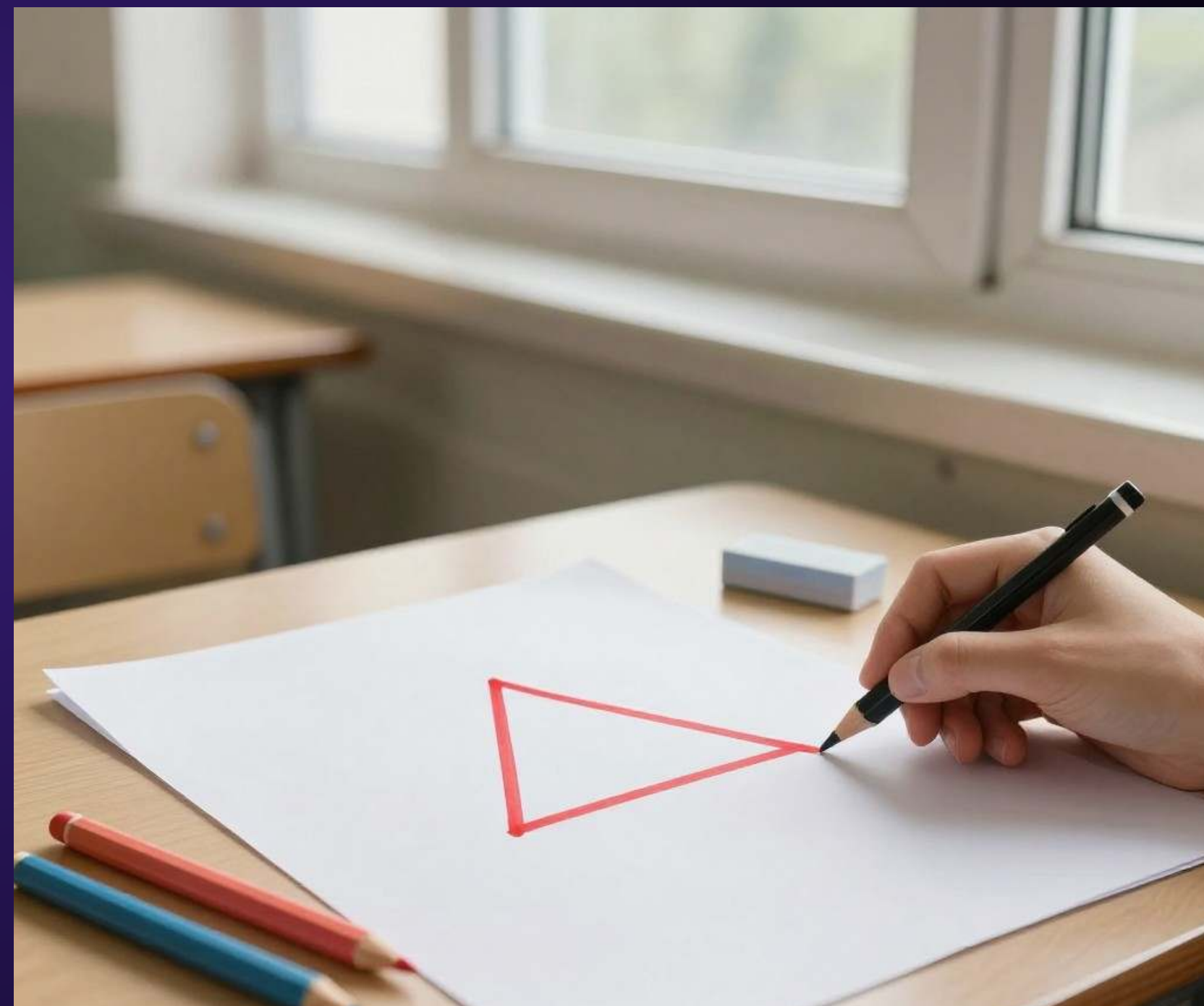
Появление противоречия

Затем из этого предположения получают невозможный результат: один из углов или вся сумма перестают соответствовать свойству треугольника. Возникает противоречие с известным фактом.

02

03 Правильный вывод

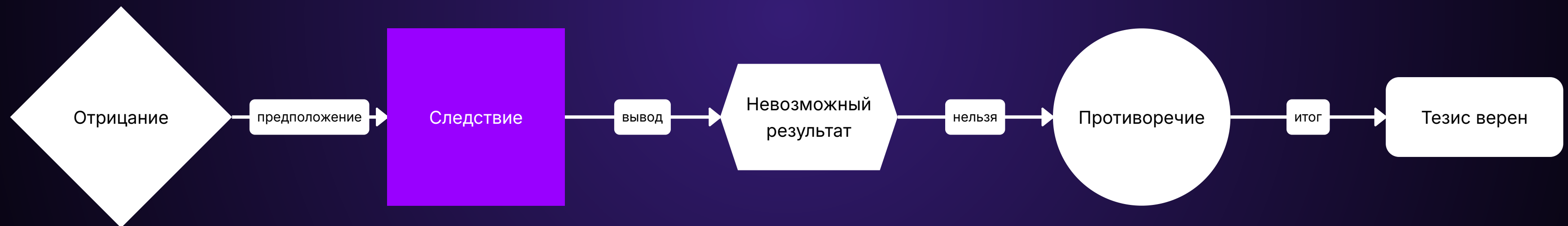
Если противоречие найдено, значит исходное предположение было ошибочным. Следовательно, верно утверждение, которое и требовалось доказать, — сумма углов треугольника равна 180° .



Пример 2: как возникает противоречие

/14

Сначала записывают отрицание, затем выводят невозможный результат и фиксируют противоречие.



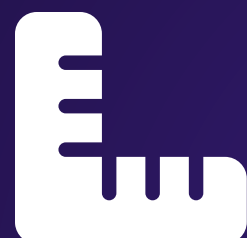
Пример 3: когда нужен разбор случаев

/15



Несколько
конфигураций

Разбор случаев нужен, когда по условию возможны разные расположения точек или прямых. Тогда один общий путь может не сработать, и каждую конфигурацию приходится проверять отдельно.



Зависимость
от расположения

В задачах с углами и параллельными прямыми важно учитывать, где находится текущая и по какую сторону лежат углы. От этого зависит, какое свойство можно применить.



Проверка каждого
варианта

Для каждого случая строят свою цепочку равенств и в конце сравнивают результаты. Если все варианты дают один и тот же вывод, доказательство считается полным.

Пример 3: сравнение случаев

/16

Случай	Связь	Вывод
1	накрест лежащие	равны
2	соответственные	равны
3	односторонние	180°

Школьные свойства углов при параллельных прямых

Сравнение трёх типичных ситуаций помогает выбрать нужное свойство углов и не перепутать формулировки.

Во всех случаях исходят из параллельных прямых, но результат зависит от вида углов.

Частые ошибки в доказательствах

/17



Доверие к рисунку

Нельзя считать рисунок доказательством сам по себе. Чертёж только подсказывает идею, но истинность утверждения подтверждают свойства фигур, теоремы и строгие логические переходы.

Пропуск причины

Ошибкой становится шаг без объяснения. Если написано только «значит» или «получаем», но не указано, почему это следует, доказательство теряет связь между фактами.

Неверное правило

Иногда путают определение с похожим словом или применяют теорему не к тем элементам. Тогда вывод выглядит знакомо, но на самом деле не обоснован.

Слишком большой шаг

Ещё одна частая проблема — делать вывод, который не вытекает из записанных данных. В доказательстве каждый следующий шаг должен опираться только на уже установленное.

Чек-лист перед сдачей

/18

Проверь условие



Сначала посмотри, совпадают ли формулировки «дано» и «доказать» с тем, что написано в решении. Иногда ошибка возникает уже на этапе понимания условия.

Собери факты



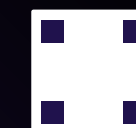
Затем убедись, что все нужные свойства и теоремы действительно выписаны. Если важный факт не использован, доказательство может оказаться неполным или неверным.

Проверь причины



После этого пройди по каждому шагу и спроси себя: почему это верно? На каждый переход должна быть причина — определение, свойство или теорема.

Сверь вывод

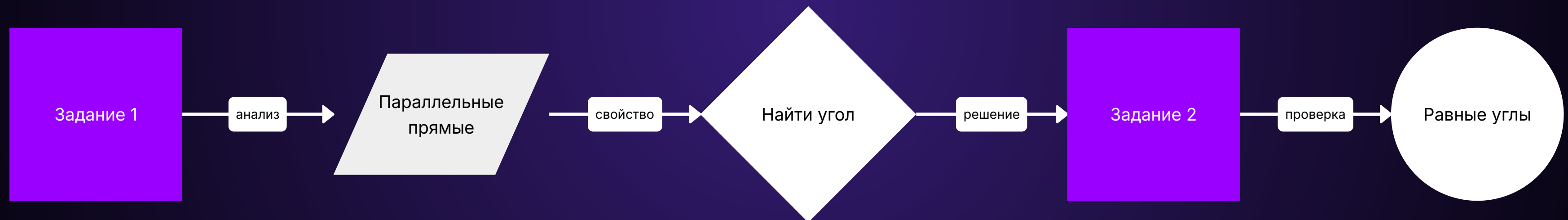


В конце сравни итог с вопросом задачи. Если вывод не отвечает на то, что требовалось, нужно вернуться назад и исправить рассуждение.

Мини-практика: 2 задания

/19

Две короткие задачи на применение свойств углов и признака равнобедренного треугольника.



Доказательство в геометрии учит не угадывать ответ, а строить его из данных и известных свойств. Если каждый шаг понятен, решение становится коротким, точным и убедительным.

**Итог: что даёт
доказательство**