



Функция $y = \sqrt{x}$: свойства и график

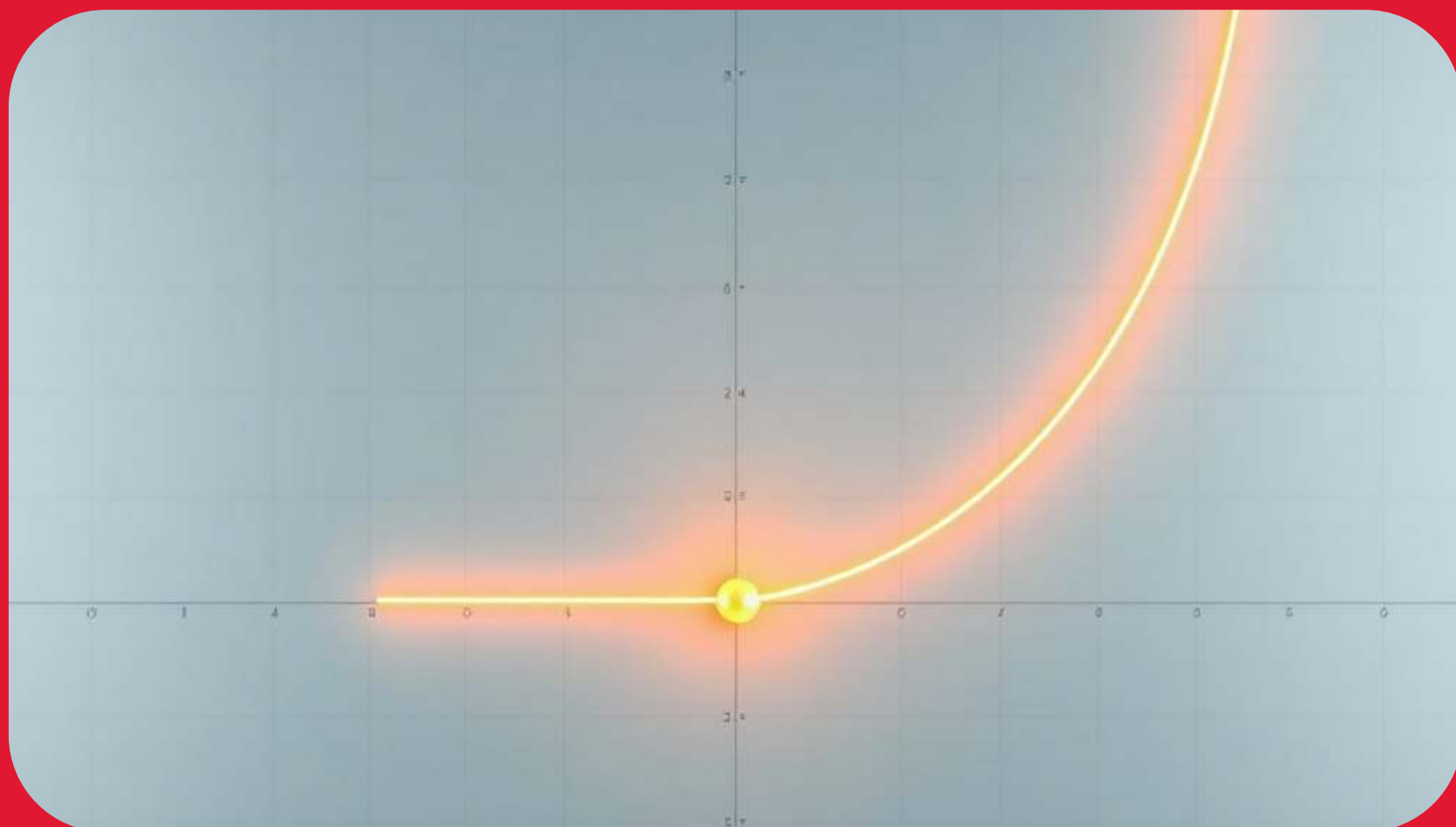
Как устроен квадратный корень и почему его график растёт неравномерно?



Квадратный корень вокруг нас

Квадратный корень помогает находить число, которое в квадрате даёт исходное значение. Он нужен в задачах на площадь, измерения и сравнение величин, а функция $y = \sqrt{x}$ показывает, как меняется результат при росте x .

Облик графика $y = \sqrt{x}$



Старт в начале координат

График функции начинается в точке (0; 0), потому что при $x = 0$ значение корня тоже равно 0. Далее кривая идёт вправо и вверх, оставаясь только в первой четверти координатной плоскости.



Рост без резких скачков

Если брать точки (1; 1), (4; 2), (9; 3) и (16; 4), легко заметить закономерность. Каждая следующая точка лежит выше и правее предыдущей, но расстояние между ними по высоте постепенно уменьшается.

Значения функции $y = \sqrt{x}$

Таблица помогает увидеть, как меняется значение корня при разных x и почему рост функции становится медленнее.

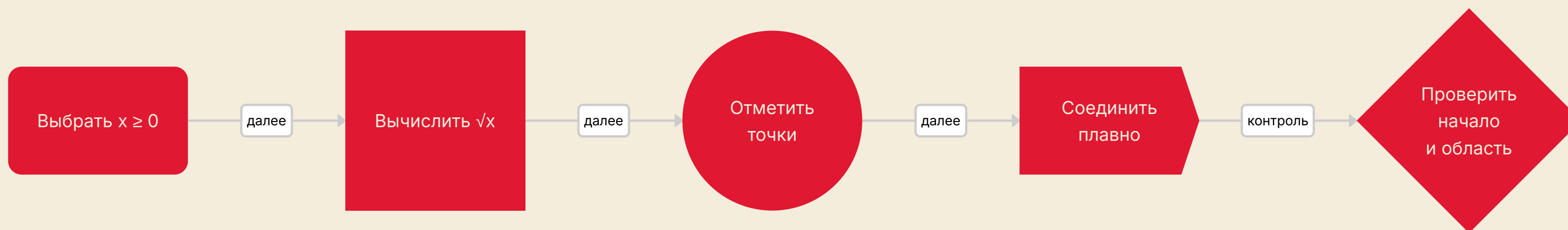
При увеличении x значения y растут медленно; при переходе от 4 к 16 x увеличивается в 4 раза, а y — в 2 раза.

Вычисления по формуле $y = \sqrt{x}$

x	$y = \sqrt{x}$
0	0
1	1
2	1,41
3	1,73
4	2
9	3
16	4

Как построить график $y = \sqrt{x}$

Последовательность действий для точного построения по вычисленным значениям



Область определения функции

01

Только неотрицательные x

Функция $y = \sqrt{x}$ существует лишь при $x \geq 0$, потому что в действительных числах нельзя извлечь квадратный корень из отрицательного числа. Поэтому график начинается с нуля и идёт только вправо.

02

Нет точек слева

На координатной плоскости у этой функции нет точек в области $x < 0$. Все её значения располагаются на оси y или правее неё, что сразу видно по форме графика.

Область значений функции

Нижняя граница

Наименьшее значение функции равно 0 и достигается при $x = 0$. Ниже нуля график не опускается, потому что квадратный корень из неотрицательного числа тоже не может быть отрицательным.

Все значения подходят

Каждое значение y функции $y = \sqrt{x}$ неотрицательно. Это значит, что область значений начинается с 0 и продолжается дальше вверх, включая дробные числа между целыми.

Только положительный рост

При увеличении x значение y тоже возрастает, но без резких скачков. От 0 до 1 прирост заметнее, чем при переходе от 9 к 16, поэтому кривая постепенно выравнивается.

Связь с видом графика

Плавное замедление роста объясняет, почему линия становится всё более полой. Чем больше x , тем меньше прибавка к y при следующем шаге, и это хорошо видно на рисунке.

Рост функции на примерах

Точки выбраны так, чтобы заметно было движение от полных квадратов к их корням. Это делает закономерность особенно наглядной.

Одинаковый прирост y требует всё большего увеличения x , значит функция растёт, но всё медленнее.

Вычисления по формуле $y = \sqrt{x}$

Основные свойства графика

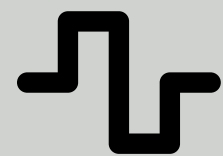


График без разрывов

Линия получается плавной и непрерывной на всей области определения. Между соседними точками нет скачков, поэтому кривая выглядит цельной и аккуратной.



Постоянное возрастание

Функция возрастает на всех неотрицательных x . Если взять большее значение аргумента, то значение корня тоже станет больше, хотя прирост будет всё меньше.



Без отрицательных значений

Значения функции никогда не бывают отрицательными. График не уходит ниже оси x и целиком расположен в верхней части координатной плоскости.



Только первая четверть

Все точки лежат на оси y или правее неё и не переходят в левую полуплоскость. Это связано с тем, что область определения начинается с $x = 0$.

Связь с функцией $y = x^2$



Обратные действия

Квадрат и квадратный корень взаимно связаны: одно действие возвращает результат другого. Если $x = 9$, то $\sqrt{9} = 3$, а затем 3^2 снова даёт 9.



Область для сравнения

Связь с функцией $y = x^2$ удобно рассматривать только при неотрицательных значениях. Именно на этом промежутке квадратный корень и квадрат образуют обратные пары.



Симметрия графиков

Графики $y = x^2$ и $y = \sqrt{x}$ можно расположить симметрично относительно прямой $y = x$. Это помогает запомнить, как одна функция переходит в другую.

Сравнение корней и квадратов чисел

Таблица показывает, как по-разному ведут себя квадратный корень и квадрат одного и того же числа.

Квадрат растет намного быстрее, чем квадратный корень; при одинаковом x их значения сильно расходятся.

Вычисления по формулам $\sqrt{x}$ и x^2

x	$\sqrt{x}$	x^2
0	0	0
1	1	1
2	1,41	4
3	1,73	9
4	2	16

Промежуток возрастания функции

01

Сравнение значений

Если одно неотрицательное число меньше другого, то и его квадратный корень тоже меньше. Это позволяет сравнивать числа по их корням, не вычисляя все значения точно.

02

На всём промежутке

Функция $y = \sqrt{x}$ возрастает на всей своей области определения. Чем больше x , тем больше y , но увеличение происходит неравномерно и постепенно замедляется.

03

Простой пример

Например, 2 меньше 8, а значит, $\sqrt{2}$ тоже меньше $\sqrt{8}$. Приблизжённые значения подтверждают это: примерно 1,41 и 2,83, соответственно.

Как меняется прирост функции

На графике видно, что шаги между соседними значениями становятся всё меньше, хотя сами x продолжают увеличиваться.

Прирост убывает, значит кривая постепенно выравнивается и функция растёт всё медленнее.

Разности значений, вычисленные по формуле $\sqrt{x}$

6

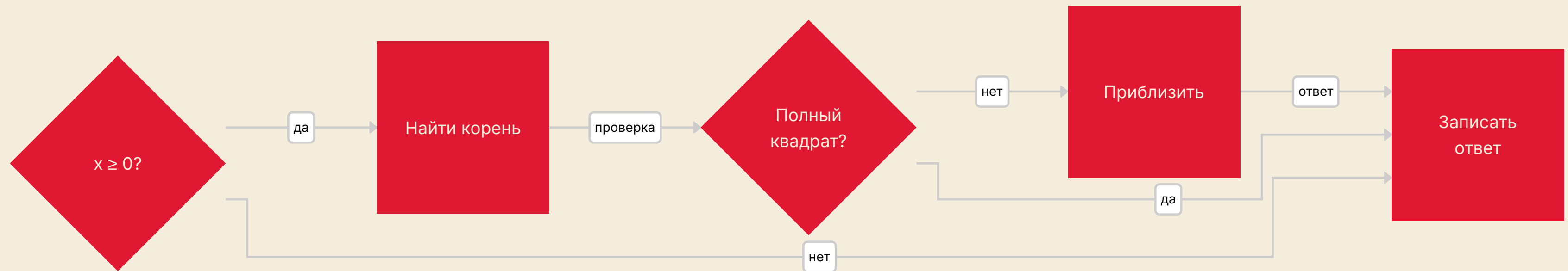
удобных опорных точек помогают быстро начертить форму кривой.

Точки, соответствующие полным квадратам, позволяют строить график без лишних вычислений и сразу видеть его плавный рост.

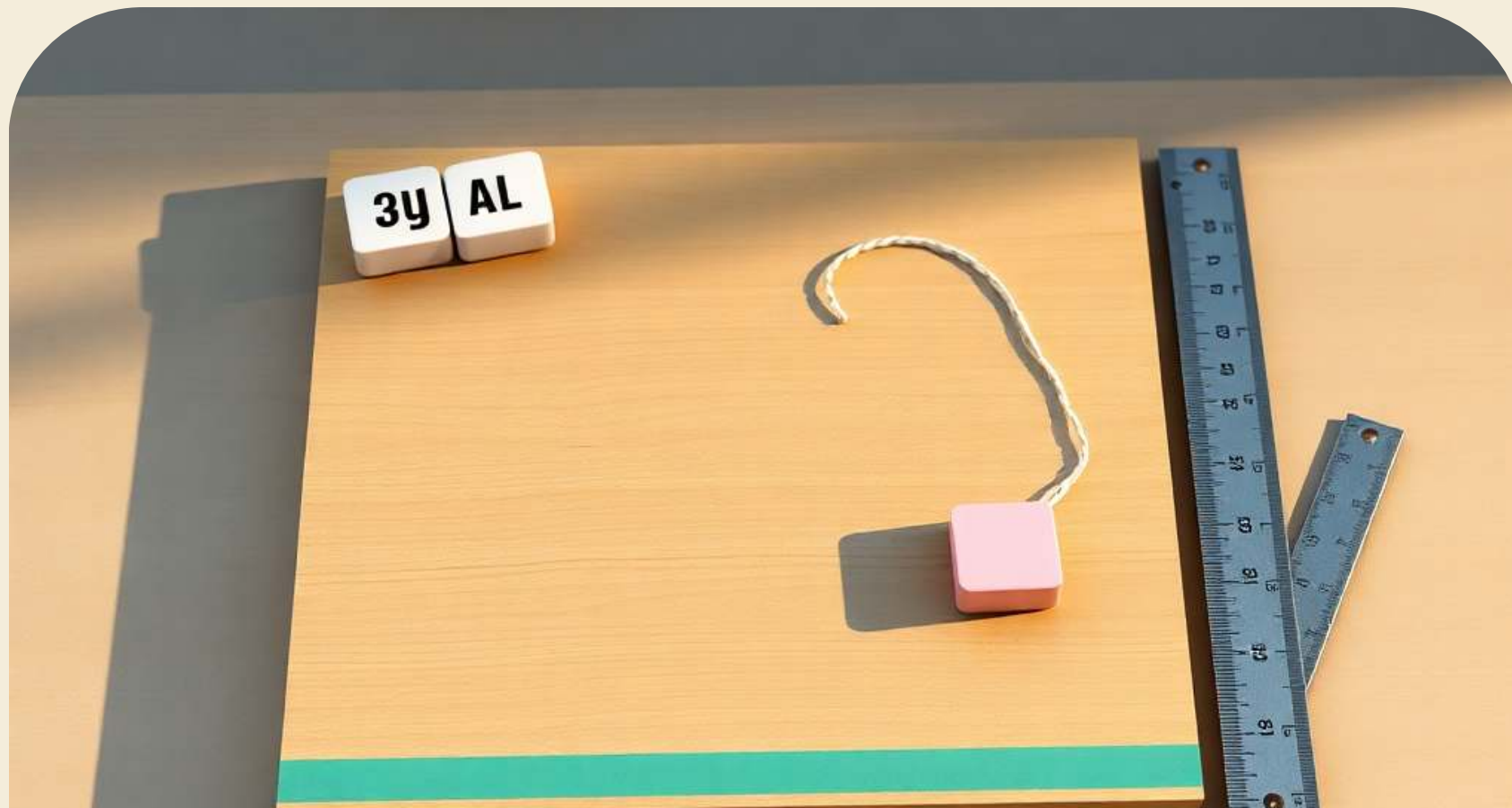
Полные квадраты чисел: 0, 1, 4, 9, 16, 25

Проверка значения корня

Последовательность основана на определении квадратного корня и примерах вычислений для точных и приближённых значений.



Где квадратный корень помогает на практике



Сторона квадрата по площади

Если известна площадь квадрата, квадратный корень помогает найти длину его стороны. Например, при площади 49 см^2 сторона равна 7 см , потому что $7^2 = 49$. На рисунке удобно показать квадрат с подписью площади и формулой $a = \sqrt{S}$.



Измерения в задачах

Квадратный корень часто нужен, когда величина известна не напрямую, а через её квадрат. В таких задачах полезно показать простую схему: сначала записывают площадь или другую величину, затем находят значение стороны или длины по корню.

Частые ошибки при работе с функцией

Таблица помогает быстро увидеть типичные ошибки и запомнить, как правильно работать с функцией $y = \sqrt{x}$.

Главное правило: функция определена только при $x \geq 0$ и принимает только $y \geq 0$.

Свойства функции $y = \sqrt{x}$

Ошибка	Как правильно
$\sqrt{x} < 0$	Корень неотрицателен
$x < 0$	Не подходит
Путают с x^2	Это разные функции
График слева	Там точек нет

Оценка корня по графику

Найти точку на оси x

Выбирают число, для которого нужно оценить корень, и отмечают его на горизонтальной оси. Если точка не совпадает с полным квадратом, используют ближайшие опорные значения.

Считать высоту кривой

Поднимаются от выбранного x до графика и смотрят, на какой высоте находится кривая. Так получают приблизительное значение корня, например около 1,4 для $x = 2$.

Уточнить по масштабу

Чем мельче и точнее деления на координатной плоскости, тем лучше оценка. Поэтому при $x = 8$ можно увидеть значение около 2,8, а при $x = 15$ — немного меньше 4.

Итоговые свойства функции $y = \sqrt{x}$

Только неотрицательные x

Функция существует лишь при $x \geq 0$, потому что в действительных числах нельзя извлечь квадратный корень из отрицательного числа. Поэтому точки графика находятся только справа от оси y .

Плавный рост

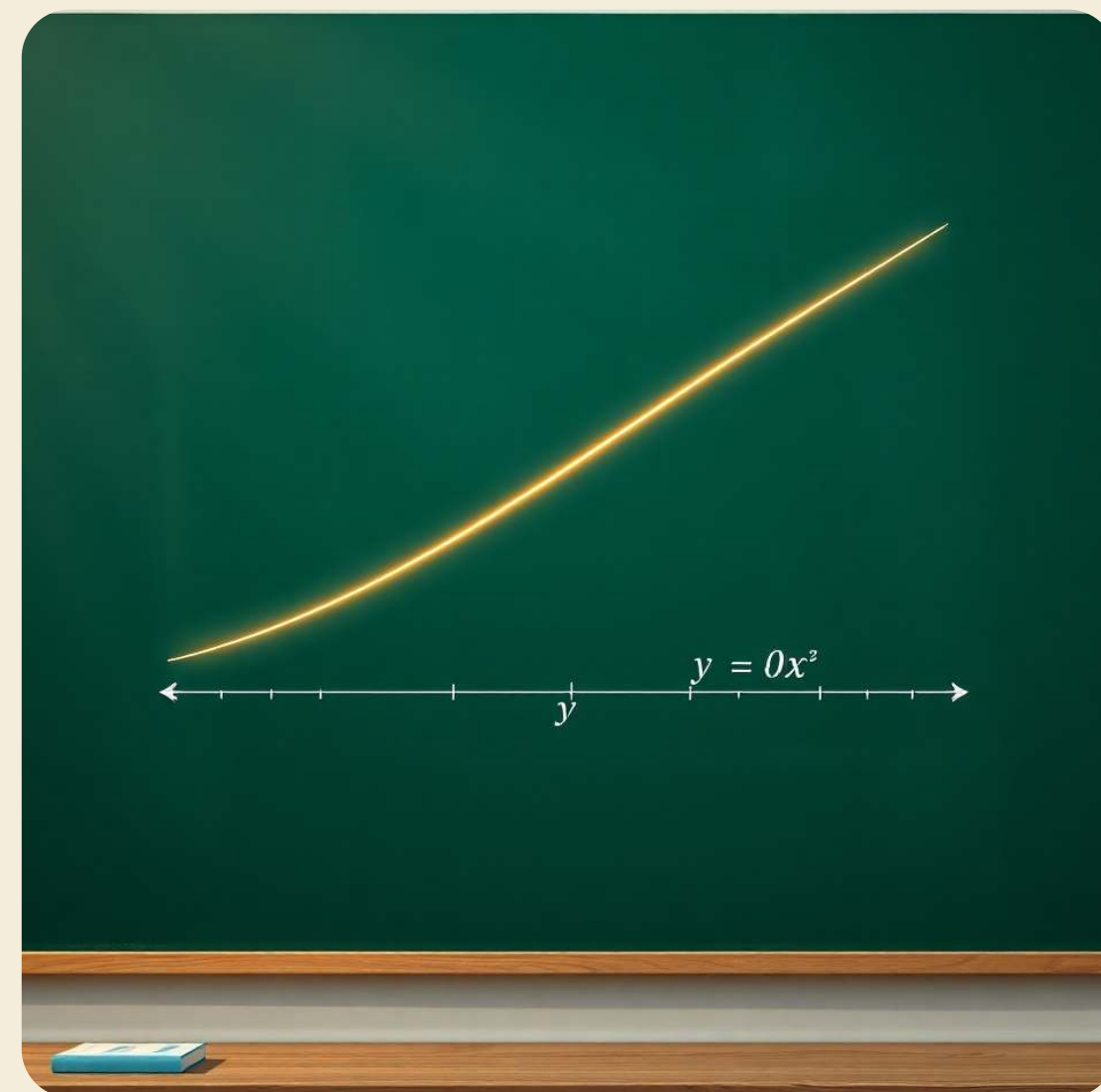
График возрастает на всей области определения, но не является прямой линией. Сначала он поднимается заметнее, а затем всё больше выравнивается и идёт положе.

Только неотрицательные значения

Значения функции тоже неотрицательны: $y \geq 0$. Самое маленькое значение равно нулю и достигается в начале координат, где график начинается.

Первая четверть

Поскольку и x , и y неотрицательны, весь график расположен только в первой четверти. Это делает его удобным для чтения и сравнения с другими функциями.



Что важно запомнить о $y = \sqrt{x}$

Функция $y = \sqrt{x}$ показывает связь числа с его квадратным корнем. Она определена только при $x \geq 0$, принимает неотрицательные значения и растёт всё медленнее, оставаясь в первой четверти.