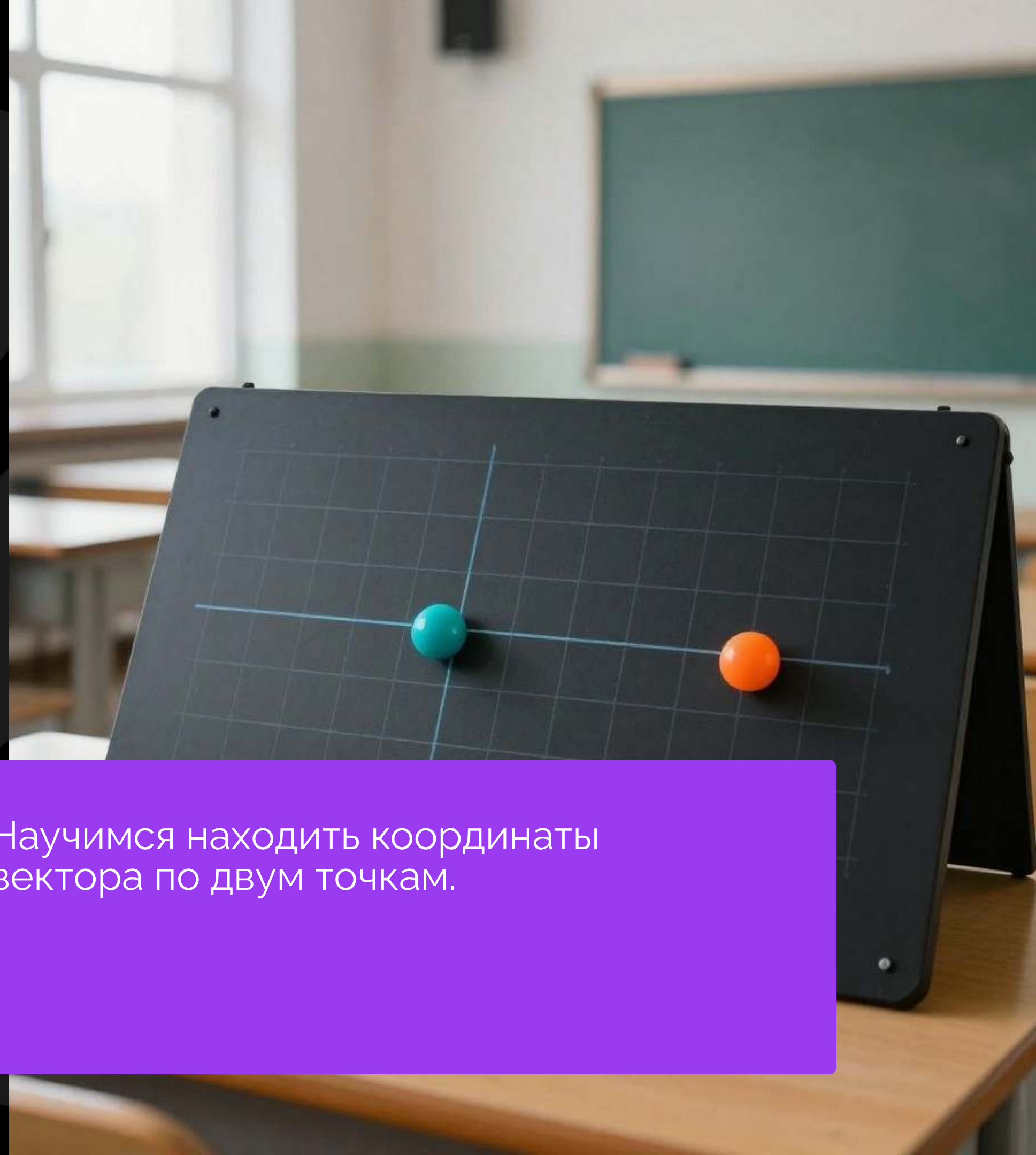
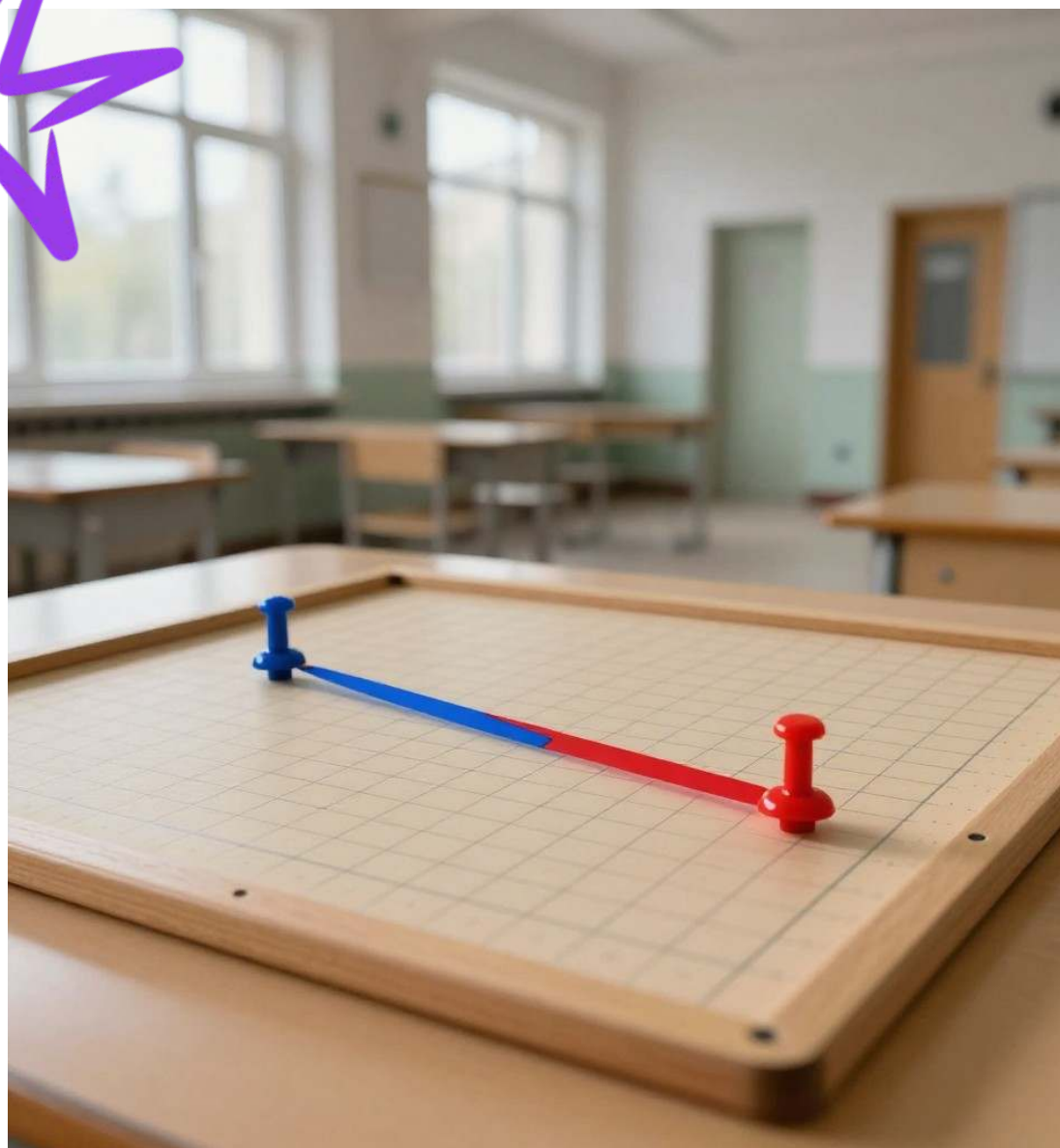


Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца

Научимся находить координаты
вектора по двум точкам.



Зачем это нужно на уроках геометрии



Координаты точки показывают положение, а координаты вектора — перемещение. Эта связь помогает строить фигуры, сравнивать направления, находить длины отрезков и быстрее проверять решения в задачах восьмого класса.



Что такое вектор

Направленный отрезок

Вектор — это отрезок, у которого есть начало и конец, поэтому важны не только его длина, но и направление движения от одной точки к другой.

Способы записи

Вектор можно обозначать двумя буквами, например АВ, или одной буквой со стрелкой. Такая запись сразу показывает, от какой точки к какой идёт переход.

Перенос без изменения

Если перенести вектор параллельно самому себе, его длина и направление сохраняются. Поэтому координаты такого вектора остаются прежними, где бы его ни разместили.

Начало и конец вектора на координатной плоскости

Начальная точка

Точка $A(x_1; y_1)$ задаёт место, откуда начинается движение. Именно её координаты считаются исходными при вычислении координат вектора.

Конечная точка

Точка $B(x_2; y_2)$ показывает, где движение заканчивается. Разность координат конца и начала даёт числовое описание этого перехода.

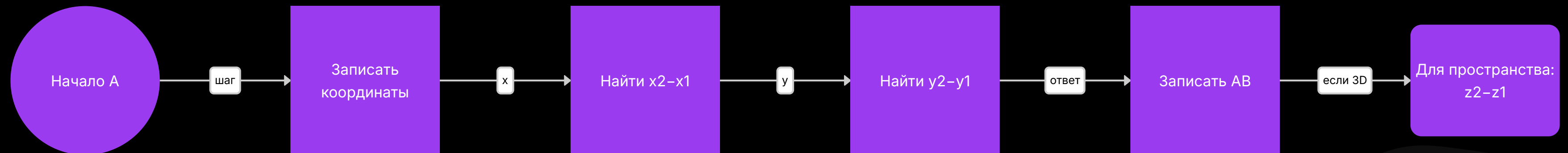
Смысл стрелки

Стрелка AB соединяет две точки и показывает путь от A к B . Координаты вектора относятся не к точке, а к перемещению между ними.



Как найти координаты вектора по двум точкам

Последовательность действий по координатам начала и конца вектора



Формулы для плоскости и пространства



Случай

Формула

Плоскость

$AB(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

Пространство

$AB(x_2 - x_1; y_2 - y_1; z_2 - z_1)$

Вывод

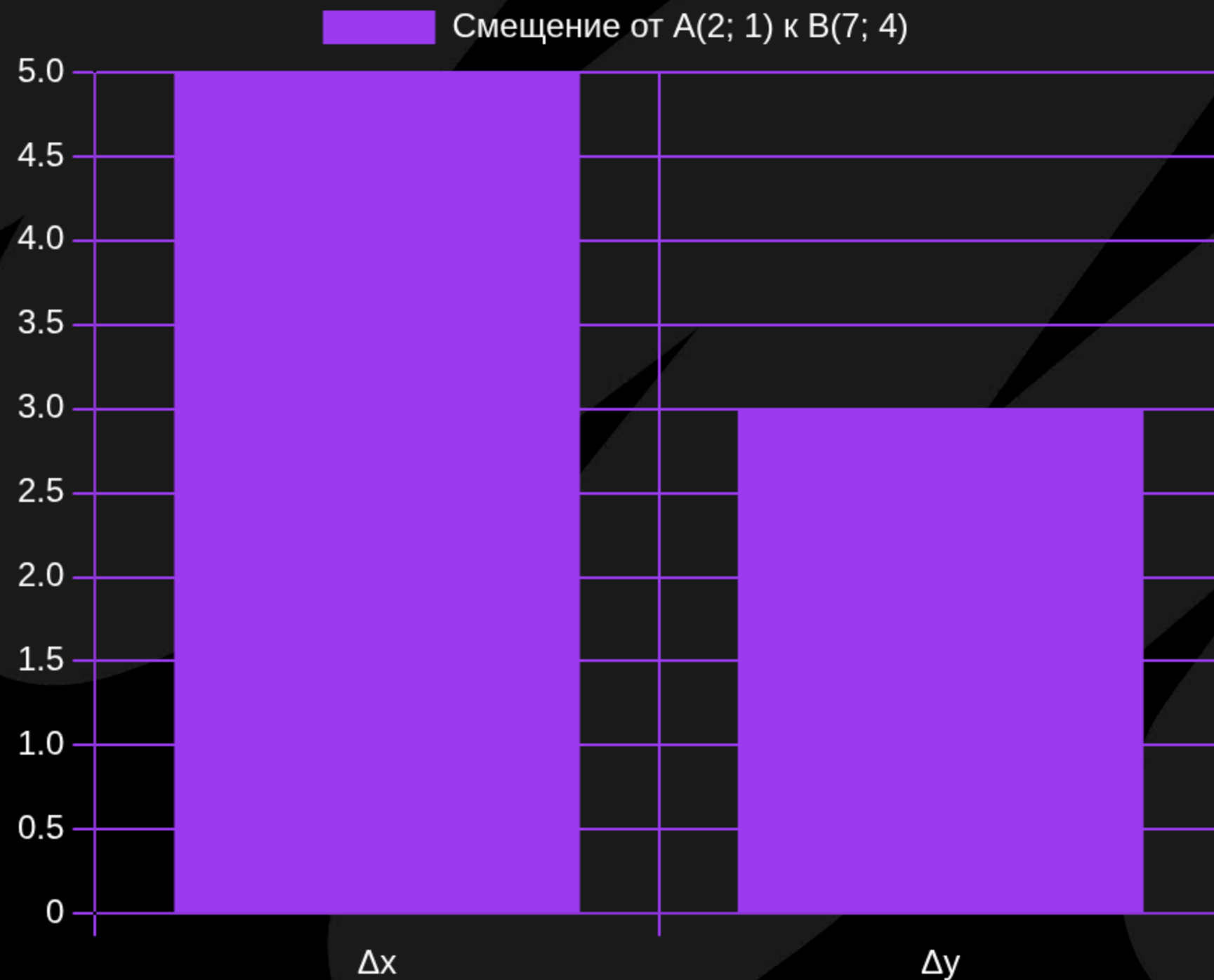
Смещение по осям

Сравнение показывает, как одно и то же правило работает в двух случаях: на плоскости и в пространстве.

Каждая координата вектора отвечает за смещение по своей оси; правило одинаково по смыслу в 2D и 3D.

Школьная формула координат вектора

Координаты вектора как смещение по осям



Такой пример удобно читать как движение по клеткам: сначала вправо, затем вверх. Это помогает связать вычисление с рисунком.

Разность координат даёт прямое описание перемещения: 5 по оси x и 3 по оси y.

Пример по координатам точек A(2; 1) и B(7; 4)

Почему координаты вектора находят вычитанием

Исходная точка

Координаты начала показывают, где движение стартует. Чтобы узнать, насколько изменилась точка, нужно сравнить конечное положение с исходным и найти разность координат.

Порядок важен

Если вычесть в обратном порядке, получится не тот вектор, а противоположный. Тогда все числа сохраняются, но меняются знаки и направление.

Проверка результата

Вычитание удобно тем, что его можно быстро проверить обратным действием. Если к координатам начала прибавить найденные значения, должна получиться конечная точка.

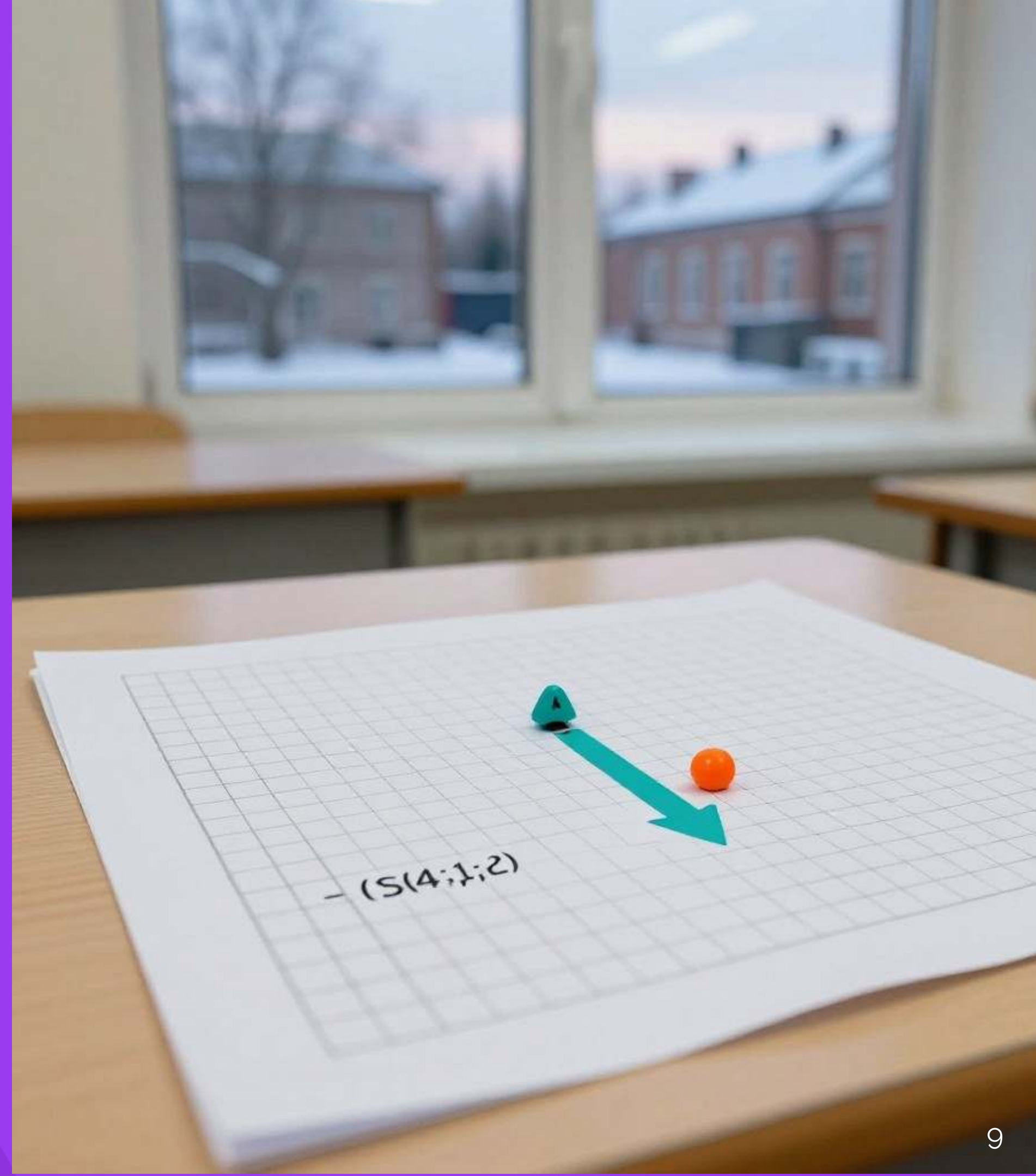
Пример нахождения вектора на координатной плоскости

01 Находим разность по x

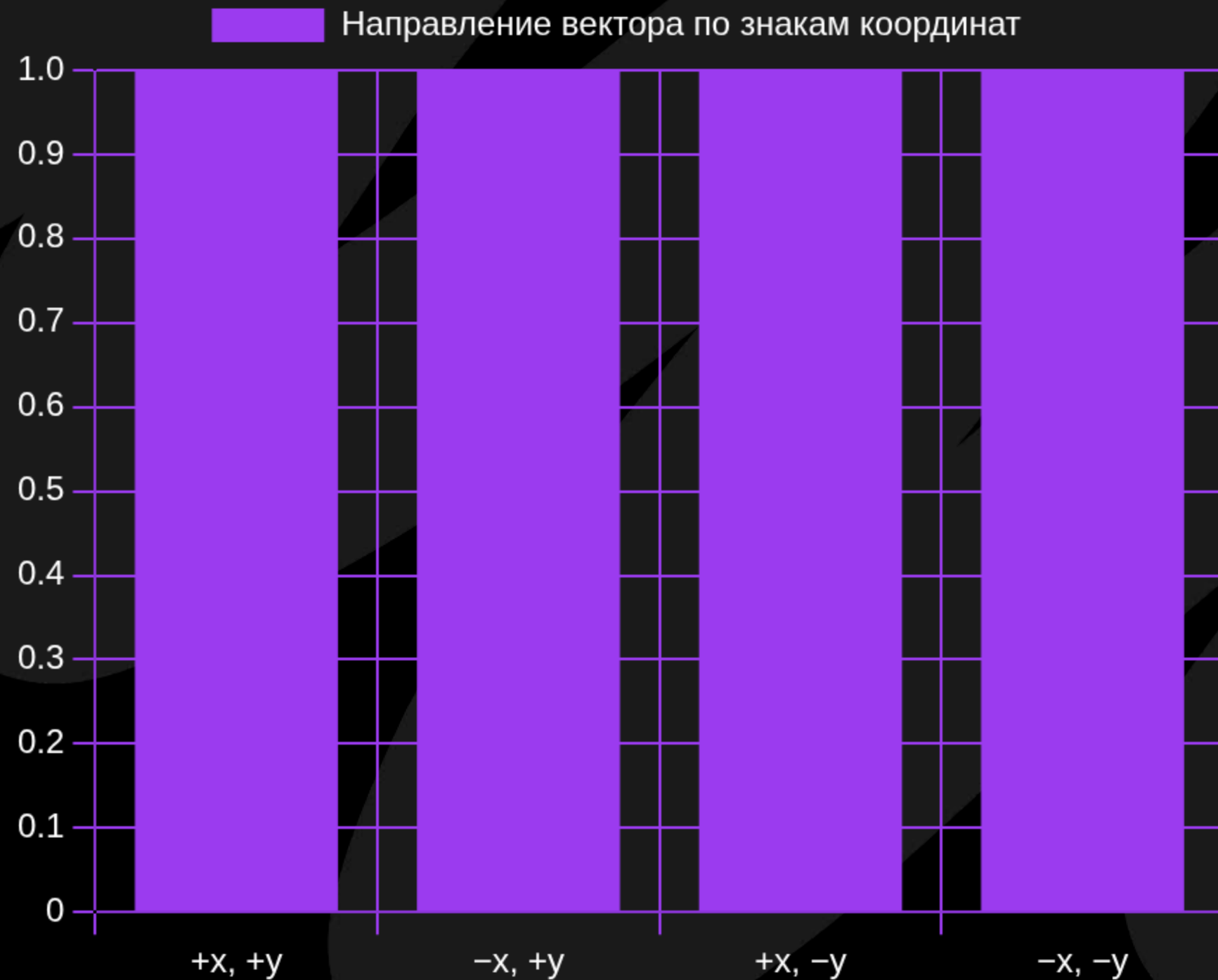
Для точек $A(-1; 2)$ и $B(4; 6)$ считаем: $4 - (-1) = 5$.
Значит, по горизонтали нужно пройти пять клеток вправо.

02 Находим разность по y

Теперь считаем по вертикали: $6 - 2 = 4$. Это означает движение на четыре клетки вверх, поэтому вектор $AB(5; 4)$.



Как знаки координат связаны с направлением

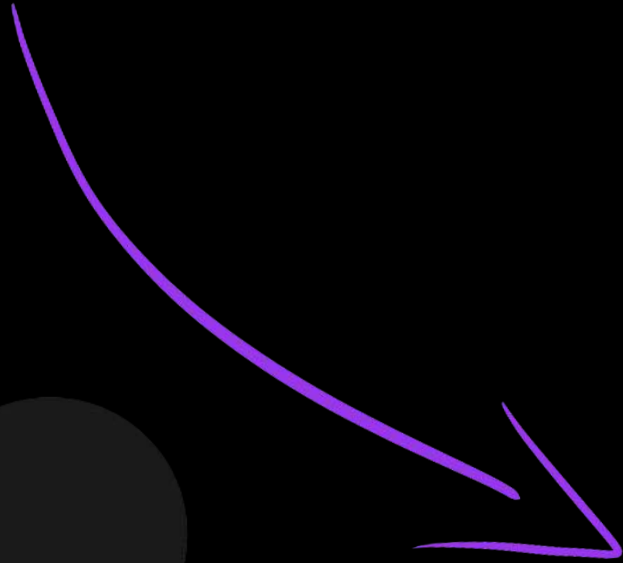


Знаки помогают быстро понять, в какую сторону откладывать вектор по каждой оси, не рисуя полный расчёт.

Каждая комбинация знаков соответствует своему направлению движения; это удобно для чтения и проверки координат вектора.

Обобщение школьных случаев направлений на координатной плоскости

Координаты вектора позволяют быстро найти длину отрезка по теореме Пифагора и связать вычисления с геометрическим расстоянием между точками.



5

именно столько составляет длина вектора с координатами (3; 4).

Формула длины вектора на плоскости, теорема Пифагора

Примеры вычисления координат вектора

Точки

A(1; 3), B(6; 8)

A(-2; 4), B(3; 1)

A(0; 0), B(-4; 2)

Вектор

(5; 5)

(5; -3)

(-4; 2)

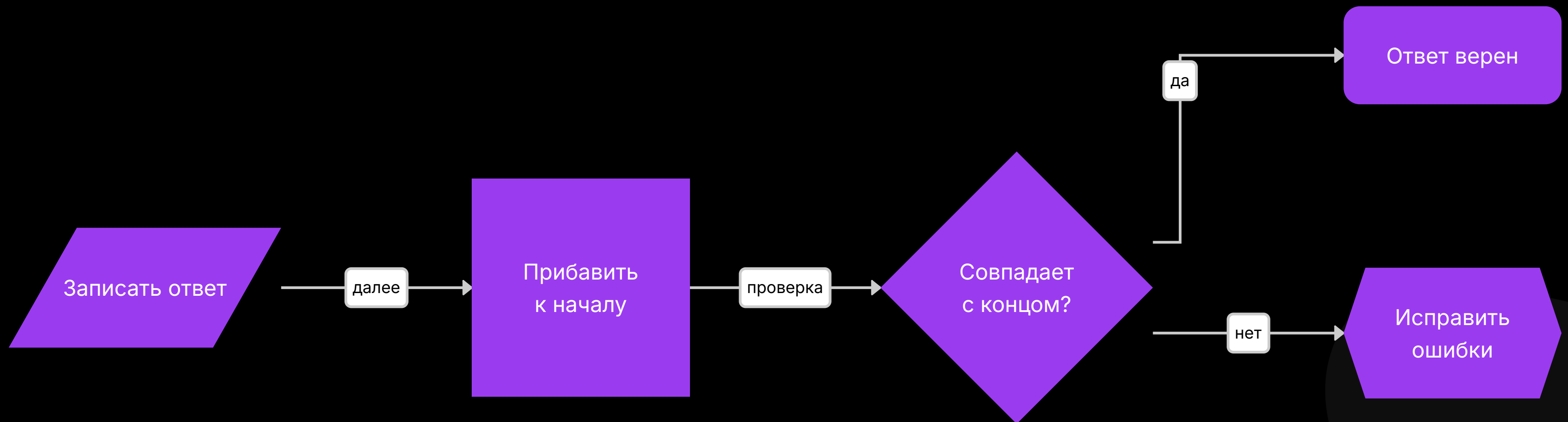
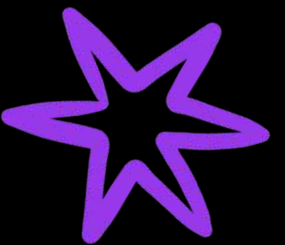
Показаны типичные случаи, где начало и конец вектора имеют разные значения координат, включая отрицательные числа и ноль.

По правилу $AB(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$

Во всех примерах действует один и тот же способ: из координат конца вычитают координаты начала.

Как проверить найденный ответ

Проверка выполняется через обратное вычисление: от начала прибавляют координаты вектора и сравнивают результат с заданным концом.



Связь с серединой отрезка

01

Одна пара точек

Для середины отрезка используют те же самые точки А и В, что и при нахождении вектора. Поэтому обе темы связаны общей координатной записью и похожими вычислениями.

02

Среднее арифметическое

Координаты середины получают как полусумму соответствующих координат концов: по каждой оси складывают значения и делят результат на два. Это удобно при делении отрезка пополам.

03

Полезно в построениях

Формула помогает решать задачи на симметрию, проверять чертежи и находить неизвестные точки в фигурах, построенных на координатной плоскости, без лишних измерений линейкой.

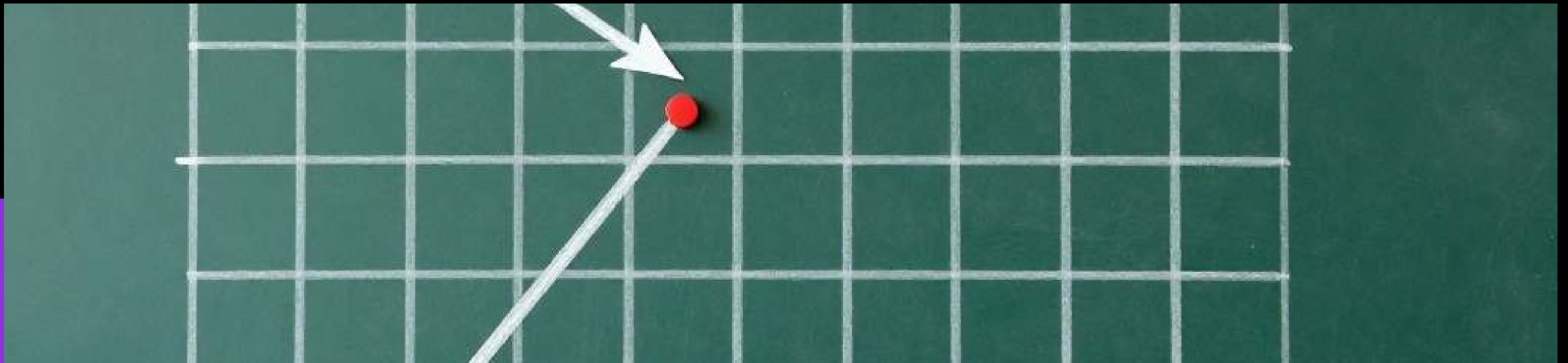
Перенос вектора без изменения координат

Сохранение направления

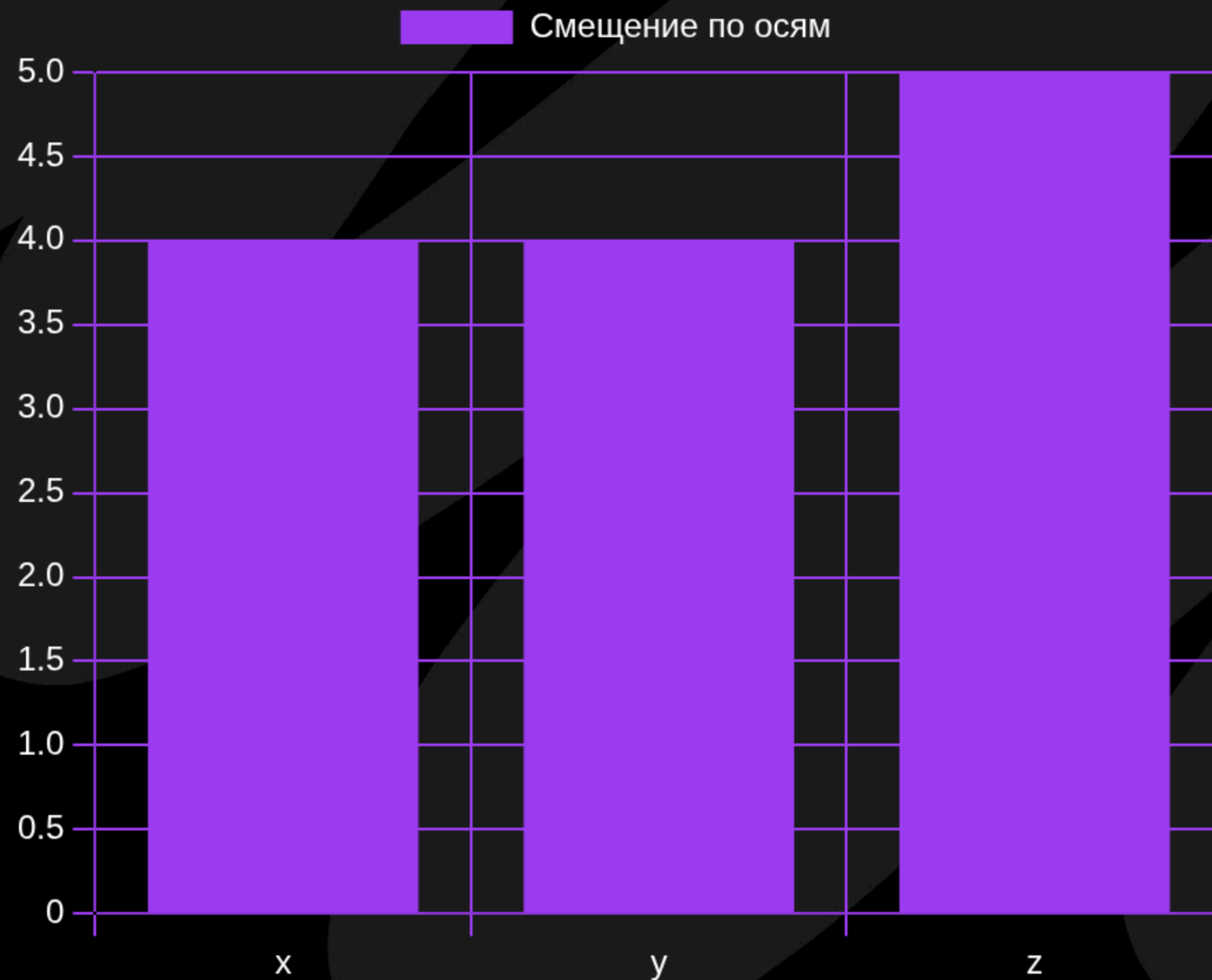
Если перенести вектор параллельно самому себе, его длина и направление останутся прежними. Поэтому координаты тоже не изменятся, хотя сам рисунок на листе будет в другом месте.

Зависимость от концов

Координаты вектора определяются только началом и концом, а не его расположением на чертеже. Это позволяет сравнивать векторы, даже если они изображены в разных частях плоскости.



Координаты вектора в трёх измерениях



Трёхмерный случай показывает, что правило вычитания координат работает так же, как на плоскости, только появляется ещё одна ось.

Вектор АВ имеет смещение 4, 4 и 5 по осям x, y и z, значит движение направлено во все три положительных направления.

По данным примера $A(1; 2; 3)$, $B(5; 6; 8)$

Частые ошибки при нахождении координат вектора

01 Неверный порядок вычитания

Если вычесть координаты в обратном порядке, получится противоположный вектор. Поэтому всегда сначала записывают конец, а затем начало, чтобы сохранить правильное направление.

02 Путаница с точкой

Координаты точки и координаты вектора не равны друг другу. Точка показывает положение, а вектор — перемещение, поэтому одинаковая запись может означать разные объекты.

03 Ошибки в знаках

При отрицательных числах легко потерять минус или неправильно раскрыть скобки. Чтобы избежать ошибки, удобно подставлять числа аккуратно и сразу проверять ответ.

04 Нет обратной проверки

Найденный вектор стоит проверить: если к координатам начала прибавить полученные числа, должен получиться заданный конец. Такой способ быстро показывает неточности в вычислениях.



Чем отличается точка от вектора



Признак

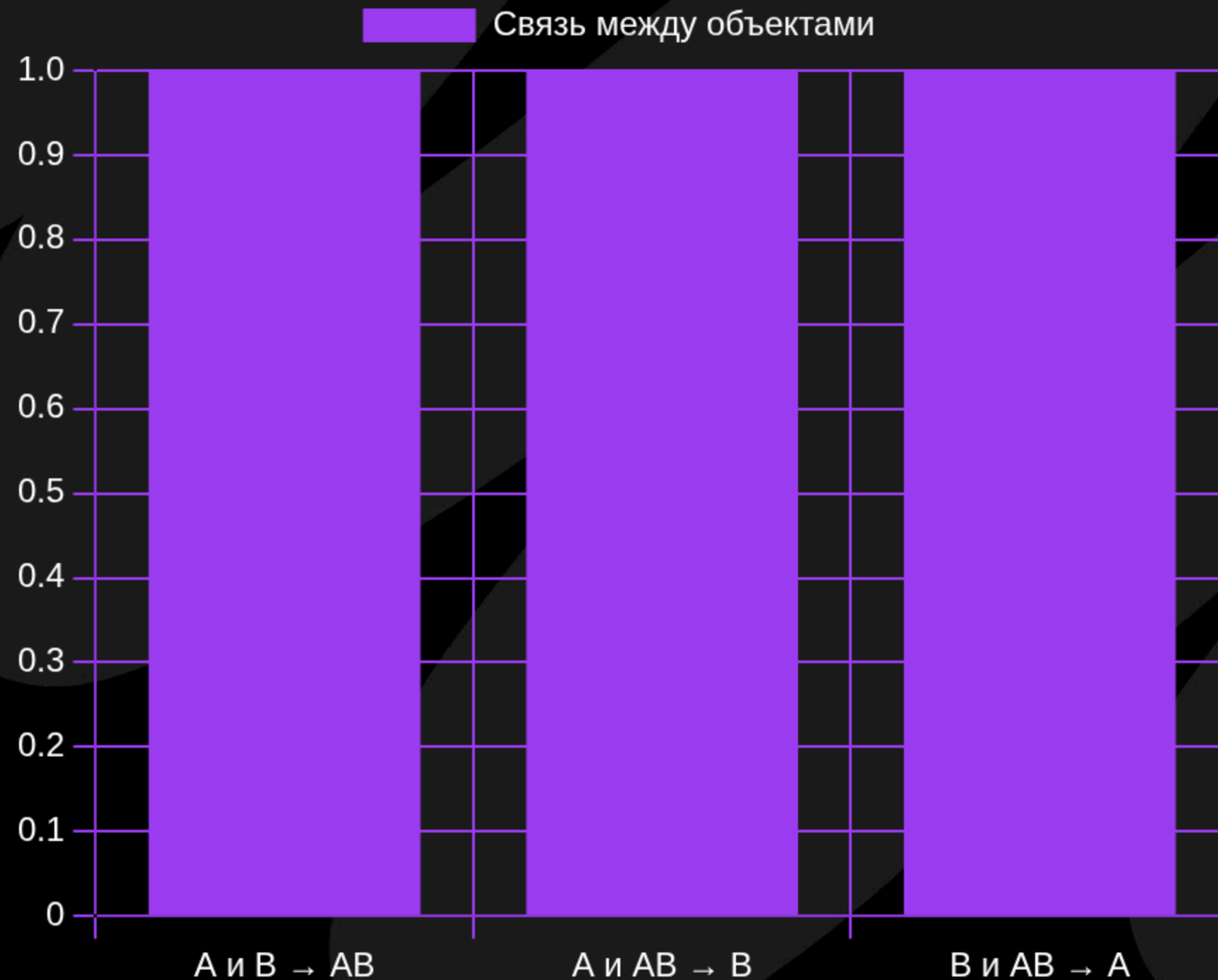
Точка / вектор

Что задаёт	положение / смещение
Координаты	x, y / разность
Направление	нет / есть
Запись	$A(\dots)/AB(\dots)$

Таблица показывает, что похожая запись координат может обозначать разные математические объекты и выполнять разные функции в задаче.

Точку и вектор нельзя путать: первая отвечает за место, второй — за переход между точками.

Как по вектору восстановить точку



Зная одну точку и вектор, можно восстановить вторую точку, складывая или вычитая координаты по соответствующим осям.

Связь между точками и вектором двусторонняя: из любого двух элементов пары можно найти третий.

По правилу координат вектора и обратным вычислениям

Главный вывод по теме

Координаты вектора находят вычитанием координат начала из координат конца. Это простое правило помогает решать задачи на плоскости и в пространстве, проверять построения и лучше понимать связь геометрии с алгеброй.