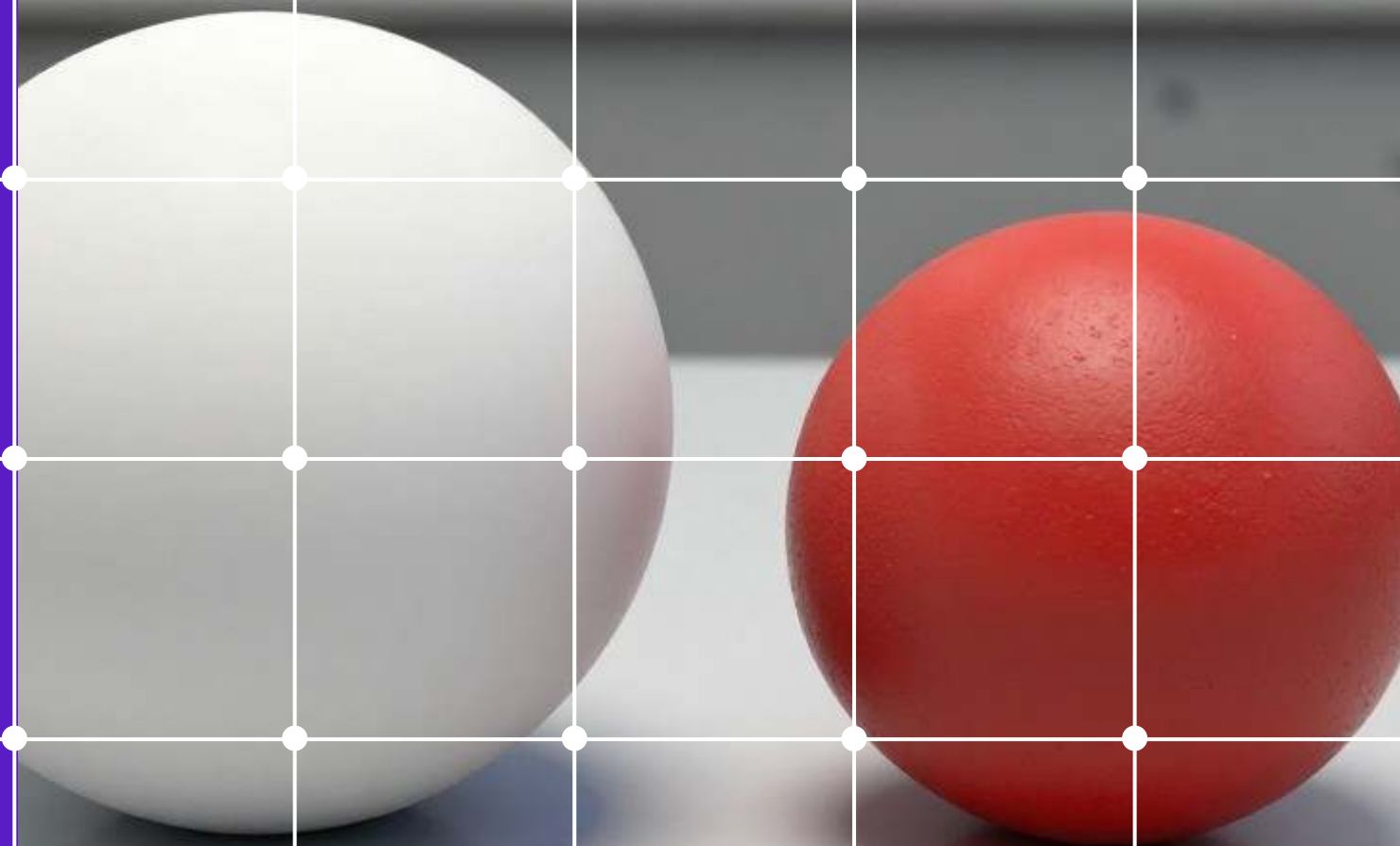


Сфера и шар: основные понятия и формулы

Разберём сферу и шар, их элементы и главные формулы.

Сфера и шар в пространственной геометрии

Эта тема помогает перейти от плоских фигур к телам в пространстве, понять связь окружности и круга с объёмными объектами и научиться находить площадь поверхности и объём по радиусу или диаметру.



Определение сферы

1.

Все точки на расстоянии

Сферой называют множество всех точек пространства, которые находятся на одинаковом расстоянии от одной фиксированной точки. Эта точка называется центром сферы.

2.

Радиус сферы

Расстояние от центра до любой точки сферы называется радиусом. Для любой точки поверхности он одинаков, поэтому радиус полностью задаёт размер сферы.

3.

Только поверхность

Сфера не включает внутреннюю часть тела: она состоит лишь из поверхности. Именно поэтому в геометрии её рассматривают как пространственный аналог окружности.

4.

Связь с плоской геометрией

Если окружность — фигура на плоскости, то сфера — её объёмный «собрат» в пространстве. Это помогает переносить знакомые идеи на новые задачи.

Что такое шар

Внутри и снаружи

Шаром называют множество всех точек пространства, расстояние от которых до центра не превышает заданный радиус. Поэтому в шар входят и поверхность, и вся внутренняя область.

Оболочка и содержимое

Если представить мяч, то его оболочка соответствует сфере, а всё содержимое вместе с оболочкой — шару. Так легко увидеть разницу между поверхностью и телом.

Геометрическое тело

Шар — это именно тело, а не линия и не плоская фигура. Он занимает место в пространстве, имеет объём и может использоваться в вычислениях.

Граница и область

Сфера задаёт границу шара, а сам шар включает всё, что находится внутри этой границы. Такое различие важно для точного чтения условий задач.

Элементы сферы и шара

Центр O

Центр — это точка, относительно которой задаются все расстояния в сфере и шаре. От неё измеряют радиус, диаметр и положение сечений.

Радиус r

Радиус соединяет центр с любой точкой сферы. Все радиусы одной сферы равны, поэтому именно эта величина чаще всего используется в формулах.

Диаметр d

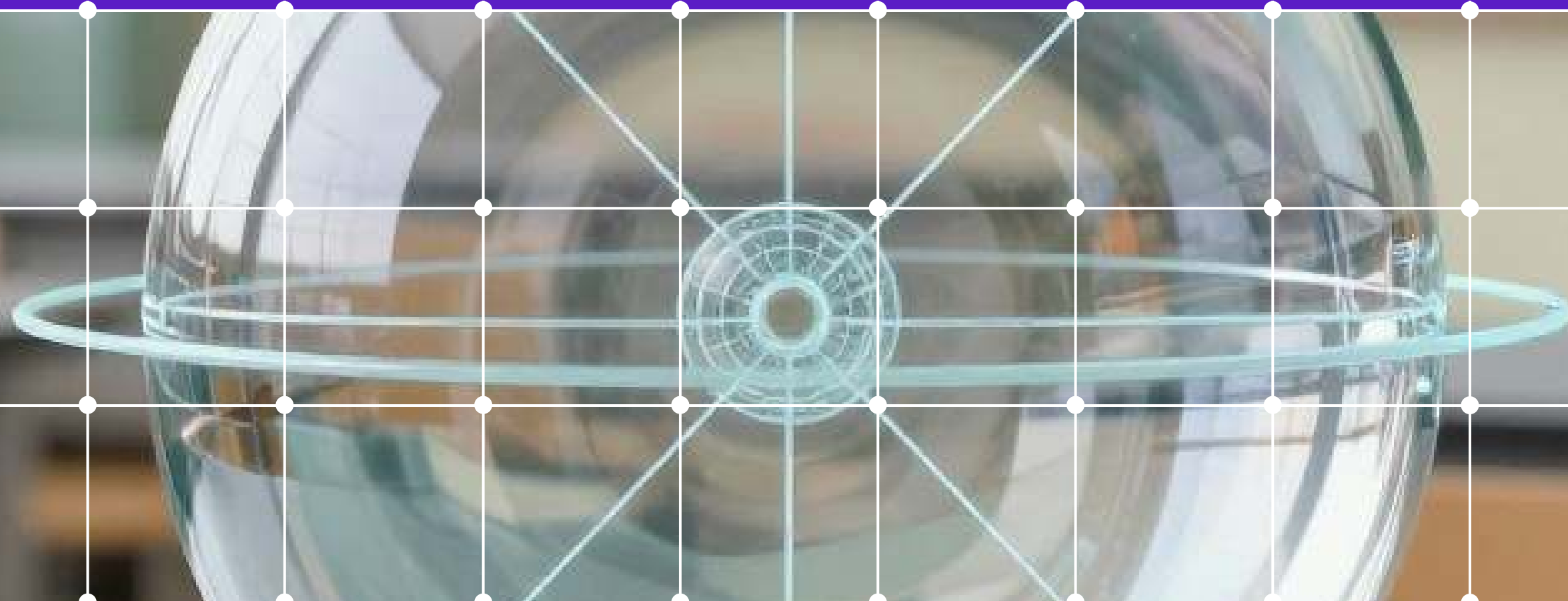
Диаметр проходит через центр и соединяет две точки сферы. Он состоит из двух радиусов, поэтому всегда равен удвоенному радиусу.

Хорда

Хорда соединяет две точки сферы, но не обязана проходить через центр. Диаметр — это частный случай хорды, самый длинный из них.

Сечение и касательная

Сечение получается, когда плоскость пересекает шар. Касательная плоскость касается его в одной точке, а сечение помогает изучать форму тела в разрезе.



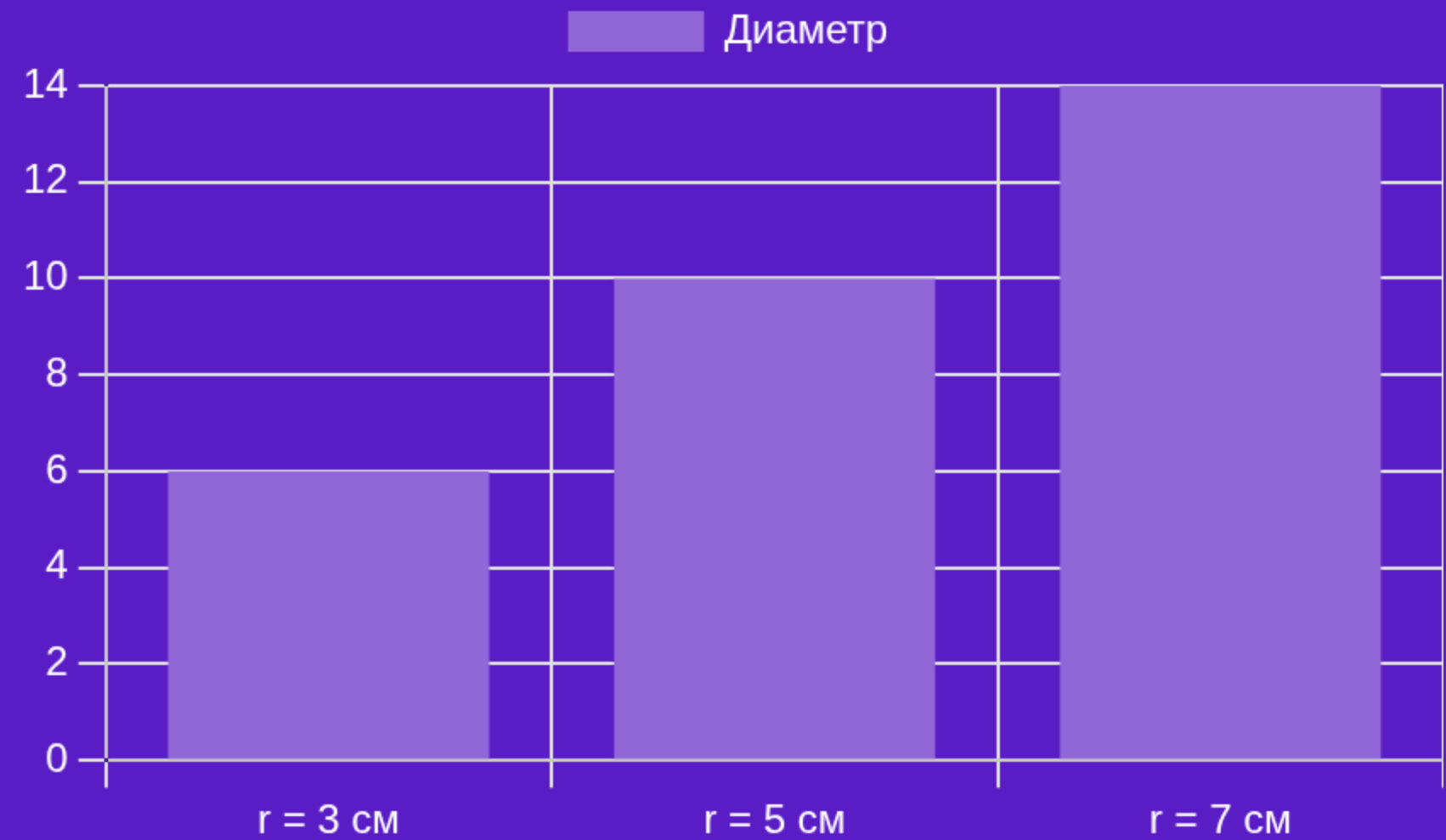
Как образуются сечения шара плоскостью

Пошаговая схема показывает, как меняется результат в зависимости от положения плоскости относительно шара.

Связь радиуса и диаметра

Для каждого примера диаметр получен удвоением радиуса. Такая проверка помогает быстро находить верные значения в задачах и избегать путаницы в обозначениях.

Диаметр всегда больше радиуса в два раза, поэтому формула $d = 2r$ используется как основной переход между величинами.



Школьный курс геометрии; вычислительные примеры по формуле $d = 2r$.

Основные элементы сферы и шара

Элемент	Обозначение	Определение	Пример
Центр	O	общая точка	центр шара
Радиус	r	до сферы	отрезок до поверхности
Диаметр	d	через центр	двойной радиус

В таблице собраны ключевые элементы, их обозначения и краткие определения. Она помогает быстро различать основные понятия темы.

Радиус — основная величина темы: через него выражаются диаметр, площадь поверхности и объём.

4

**раза увеличивается площадь
поверхности при удвоении
радиуса.**

Формула площади поверхности сферы: $S = 4\pi r^2$.

Площадь сферы зависит от квадрата радиуса, поэтому даже небольшое изменение размера заметно меняет результат вычислений.

Как меняется площадь поверхности при росте радиуса

Здесь видно, что каждый следующий шаг радиуса даёт всё больший прирост площади. Это помогает понять, почему большие шары требуют намного больше материала.

Рост площади не линейный: она увеличивается пропорционально квадрату радиуса, поэтому зависимость становится всё заметнее.



Вычисления по формуле $S = 4\pi r^2$ для $r = 1, 2, 3$ см.

Формула объёма шара

1. Главная формула

Объём шара находят по формуле $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. В ней радиус входит в третьей степени, поэтому даже небольшое увеличение r заметно изменяет результат вычислений.

2. Что показывает формула

Формула связывает объём с размером шара: чем больше радиус, тем больше внутреннее пространство тела. Это особенно важно при сравнении шарообразных предметов разной величины.

3. Почему рост быстрый

Если радиус увеличить незначительно, объём вырастет намного сильнее, чем сам радиус. Именно поэтому шар большего размера вмещает гораздо больше вещества или воздуха.

4. Где применяется

Эта формула помогает решать задачи на вместимость, объём и сравнение шарообразных объектов. Её используют, когда нужно оценить объём мяча, шара или другой круглой модели.

Как меняется объём шара при росте радиуса

На диаграмме видно, что увеличение радиуса даёт всё более заметный прирост объёма. Это следствие кубической зависимости от r .

Объём шара растёт неравномерно и очень быстро: при увеличении радиуса в 3 раза объём становится в 27 раз больше.



Школьная формула объёма шара: $V = \frac{4}{3}\pi r^3$.

Сфера и шар в природе и технике

Планеты и капли

Во Вселенной и в природе шарообразная форма встречается особенно часто. Планеты, капли воды и мыльные пузыри стремятся к форме, при которой поверхность получается как можно меньше при заданном объёме.



Игры и движение

Мячи, шарики и некоторые детали механизмов используют сферическую форму потому, что она хорошо катится и меняет положение без лишнего сопротивления. Это делает движение более плавным и предсказуемым.



Точные детали

В технике шарики подшипников помогают уменьшать трение и равномерно распределять нагрузку между деталями. Поэтому шарообразная форма полезна не только в играх, но и в сложных устройствах.



Сфера и шар в задачах на вычисления



Сначала — что дано

В условии обычно указаны радиус или диаметр. Перед вычислением нужно понять, какая величина известна сразу, чтобы не подставить неверное значение в формулу.



Выбор формулы

Для площади поверхности и объёма используются разные формулы. Сначала определяют, что требуется найти, а затем подбирают подходящее выражение для вычислений.



Переход к радиусу

Если дан диаметр, его обязательно делят пополам, чтобы получить радиус. Это особенно важно, потому что все основные формулы темы записаны именно через r .



Единицы измерения

Длина измеряется в сантиметрах, площадь — в квадратных сантиметрах, объём — в кубических сантиметрах. Согласованные единицы помогают избежать ошибок в ответе.

Типовые задачи по теме

Дано	Найти	Формула	Ответ
$r = 4\text{ см}$	d	$d = 2r$	8 см
$r = 3\text{ см}$	S	$S = 4\pi r^2$	$36\pi\text{ см}^2$
$r = 5\text{ см}$	V	$V = \frac{4}{3}\pi r^3$	$500/3\pi\text{ см}^3$

Школьный курс геометрии, 9 класс.

В таблице показано, как из известного радиуса переходят к нужной величине по формуле.

Во всех примерах исходной величиной служит радиус. От того, что требуется найти, зависит выбор формулы и вид ответа.

Алгоритм решения задач о сфере и шаре

Последовательность действий при решении типовых задач по теме.

Частые ошибки в решениях

Сфера и шар

Часто путают поверхность и тело. Сфера — это только граница, а шар включает ещё и внутреннюю область, поэтому в задаче важно внимательно читать формулировку.

Диаметр вместо радиуса

Одна из самых частых ошибок — подставить в формулу диаметр вместо радиуса. Тогда ответ получается неверным, потому что все основные выражения записаны через r .

Потеря степени

В формуле площади нужно не забывать квадрат, а в формуле объёма — куб. Если степень пропущена, результат сильно отличается от правильного и не может считаться верным.

Неверные единицы

Иногда длину, площадь и объём записывают в одинаковых единицах. Это ошибка: сантиметры, квадратные сантиметры и кубические сантиметры используются для разных величин.

Почему шар удобен в реальной жизни

1.

Легко катится

Шар одинаков во всех направлениях, поэтому он легко катится по поверхности и меняет положение без резких остановок. Это делает его удобным для игр и подвижных механизмов.

2.

Равномерное давление

В шарообразных оболочках давление распределяется более равномерно, чем у фигур с углами. Поэтому такая форма помогает сохранять прочность и устойчивость при внешнем воздействии.

3.

Полезная форма

Шары и похожие на них детали используют в мячах, подшипниках, моделях земного шара и некоторых резервуарах. Форма помогает сочетать удобство, прочность и экономию материала.

Главные формулы и выводы темы



Сфера и шар

Сфера обозначает поверхность, а шар — всё пространство внутри неё вместе с этой поверхностью. Это главное различие между двумя близкими геометрическими объектами.



Диаметр и радиус

Связь между ними выражается формулой $d = 2r$. Радиус всегда вдвое меньше диаметра, поэтому его нужно находить первым, если в задаче дан диаметр.



Площадь и объём

Площадь поверхности сферы равна $S = 4\pi r^2$, а объём шара — $V = \frac{4}{3}\pi r^3$. Обе формулы зависят только от радиуса.



Сечение плоскостью

Если шар пересекается плоскостью, получается круг. Это важно помнить при построении чертежей и при решении задач на сечения.

Сфера и шар: главное, что нужно запомнить

Сфера и шар помогают понять, как описываются объёмные фигуры в пространстве. Если помнить радиус, основные формулы и различие между поверхностью и телом, задачи по теме решаются уверенно и без лишних ошибок.