



Умножение многочлена на многочлен

Раскрываем скобки, умножаем каждый член и приводим ответ
к стандартному виду.

Зачем нужно умножать многочлены

Это правило помогает записывать длинные выражения короче, находить площади, упрощать формулы и уверенно решать уравнения в 7 классе.



Что называют многочленом

Состав многочлена

01

Многочлен образован несколькими одночленами, которые соединены знаками «+» или «-». Каждый его член может содержать числа, буквы или их произведение.

Примеры записи

02

К многочленам относятся выражения $3x+2$, x^2-4x+7 , $2a-3b+1$. Они удобны тем, что позволяют записывать сложные выражения короче и нагляднее.

Степень многочлена

03

Степень определяют по члену с наибольшей степенью. Например, в выражении x^2-4x+7 наибольшая степень равна 2, значит степень многочлена — вторая.

Почему это важно

04

Понимание строения многочлена нужно для раскрытия скобок, упрощения выражений и дальнейшей работы с формулами. Без этого трудно аккуратно выполнять преобразования в алгебре.

Распределительное свойство при умножении скобок

Главное правило

При умножении скобок каждый член первого множителя умножается на каждый член второго. Нельзя пропускать ни одно слагаемое, иначе ответ получится неполным.

Запись для двучленов

Для двух двучленов правило записывают так: $(a+b)(c+d)=ac+ad+bc+bd$. Эта формула показывает все возможные произведения членов обоих множителей.

Удобная модель

Часто правило объясняют на прямоугольнике, разделённом на четыре части. Каждая часть соответствует одному произведению сторон и помогает увидеть структуру результата.

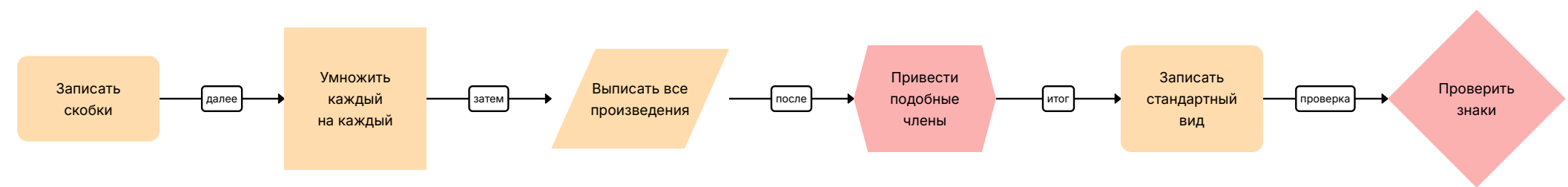
Что нужно запомнить

Раскрытие скобок — это не одно действие, а цепочка последовательных умножений. Сначала находят все произведения, а затем собирают их в удобный вид.



Алгоритм умножения многочленов

Последовательность действий
при раскрытии скобок
и приведении результата
к стандартному виду



Умножение одночлена на многочлен

Каждый член отдельно

Одночлен умножают по очереди на каждый член многочлена. Так ничего не теряется, а все произведения сразу оказываются записанными в нужном порядке.



Коэффициенты и степени

Сначала перемножают числовые коэффициенты, затем складывают показатели степеней одинаковых букв. Поэтому $3x \cdot 2x$ даёт $6x^2$, а $3x \cdot (-5)$ даёт $-15x$.

Удобный переход

Этот случай помогает понять более сложные примеры с двумя многочленами. Если одночлен умножается правильно, раскрывать скобки дальше становится значительно легче.

Первый множитель	Второй множитель	После раскрытия	Упрощённый вид
$(x+2)$	$(x+3)$	$x^2+3x+2x+6$	x^2+5x+6
$(2x-1)$	$(x+4)$	$2x^2+8x-x-4$	$2x^2+7x-4$
$(a-5)$	$(a-2)$	$a^2-2a-5a+10$	$a^2-7a+10$

Примеры простых произведений

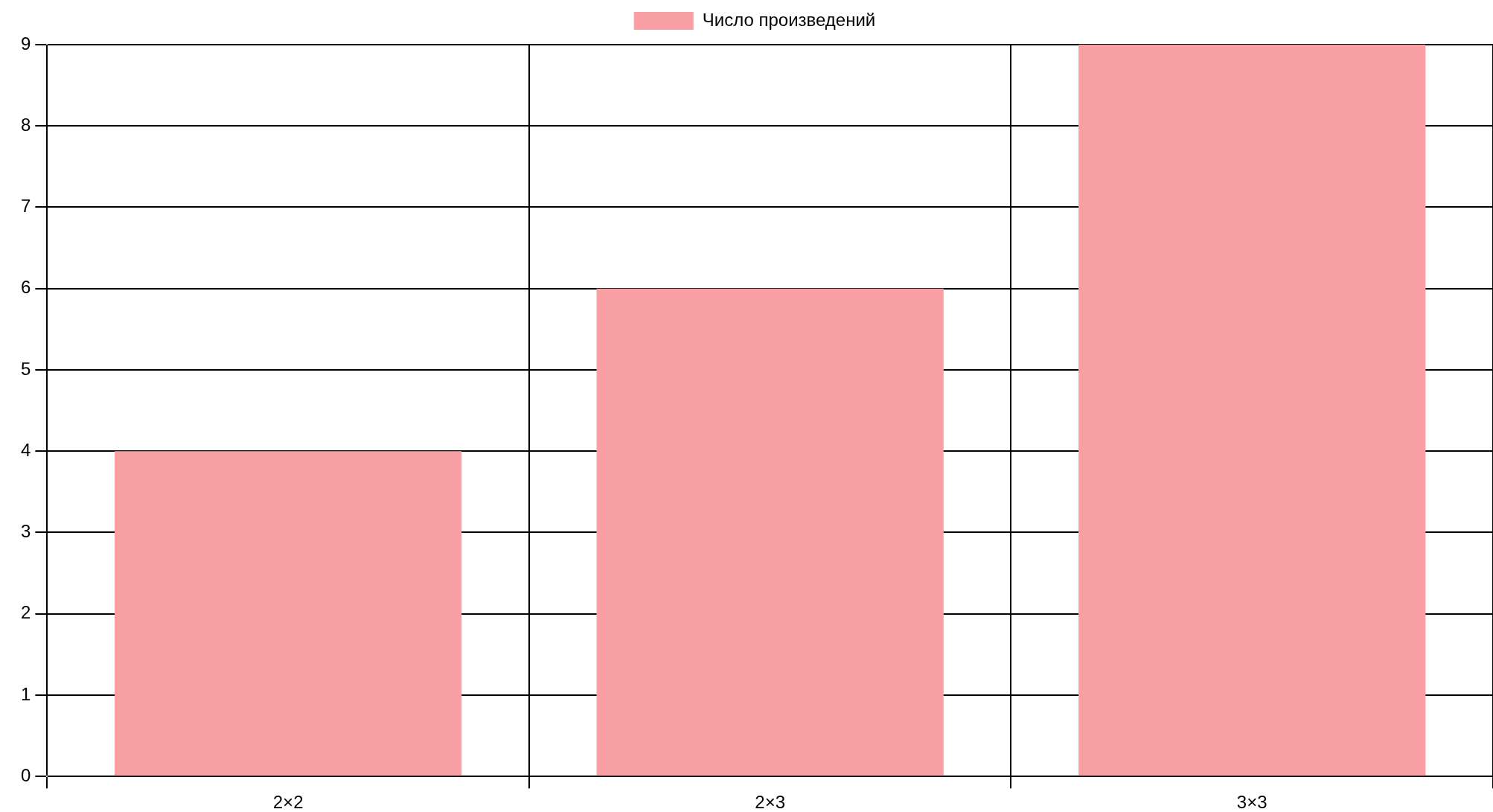
В таблице показаны типичные результаты раскрытия скобок и переход к упрощённому виду.

После раскрытия скобок нужно обязательно собрать подобные слагаемые, иначе ответ останется громоздким и неудобным для дальнейших преобразований.

Сколько произведений получается

Чем больше членов
в множителях, тем длиннее
запись. Поэтому при сложных
выражениях особенно полезно
идти по шагам и отмечать
каждое произведение отдельно.

Рост числа произведений
быстрый: всего один
дополнительный член заметно
увеличивает объём работы
и риск пропуска.



По правилу: каждый член первого множителя умножается на каждый член второго

Пример умножения двух двучленов

Раскрываем скобки

В выражении $(x+3)(x+5)$ каждый член первого двучлена умножается на каждый член второго. Получаются четыре произведения: $x \cdot x$, $x \cdot 5$, $3 \cdot x$ и $3 \cdot 5$.

Получаем промежуточную запись

После умножения записываем: $x^2+5x+3x+15$. Здесь ещё нет ответа в окончательном виде, потому что похожие слагаемые пока не объединены.

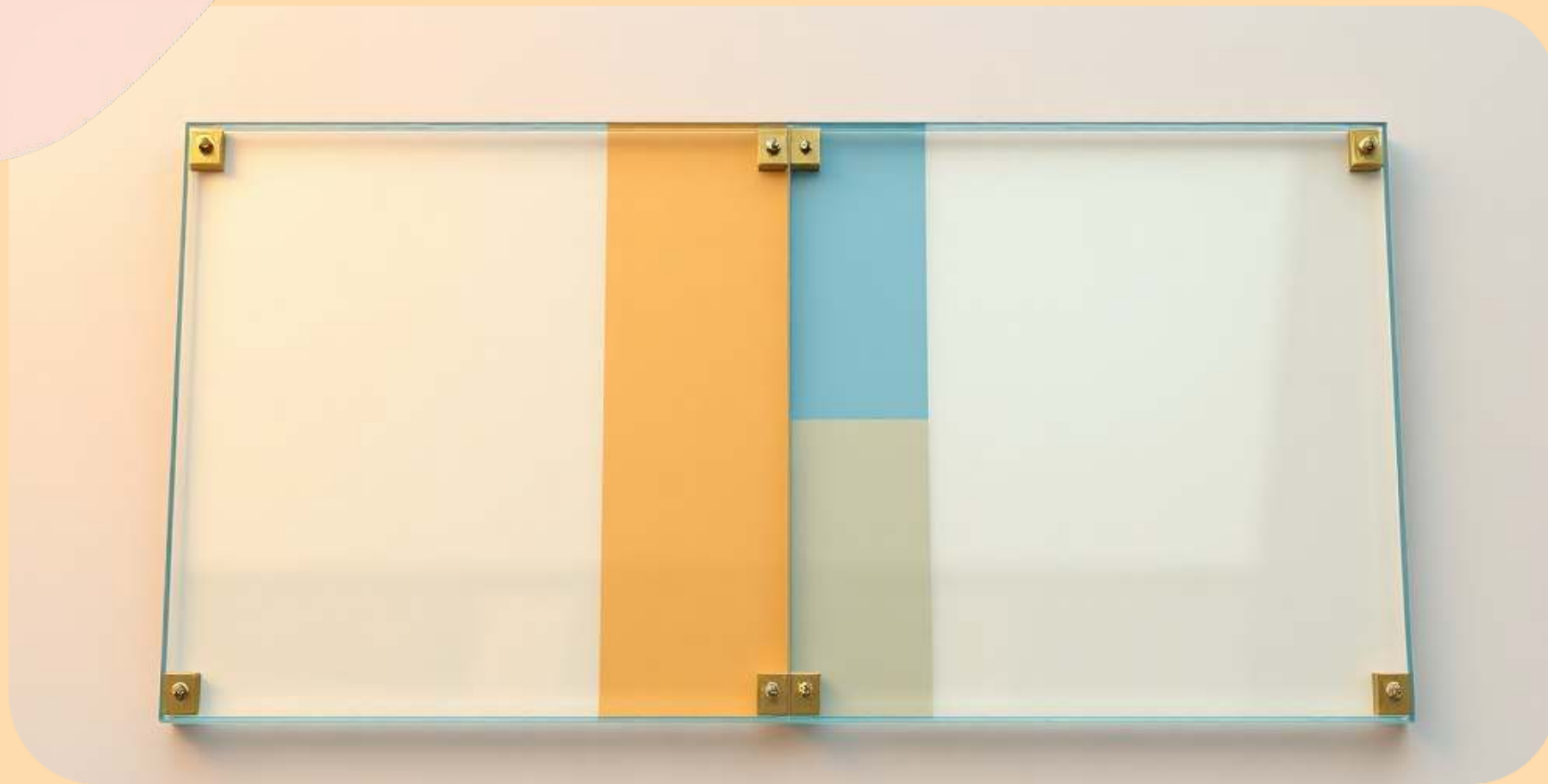
Собираем подобные члены

Слагаемые $5x$ и $3x$ относятся к одному виду, поэтому их коэффициенты складываются. В результате получается $x^2+8x+15$.

Что показывает пример

Этот пример помогает увидеть переход от длинной записи с произведениями к компактному стандартному виду многочлена. Именно так выполняют большинство подобных заданий.

Геометрический смысл умножения многочленов



Прямоугольник из четырёх частей

Если стороны прямоугольника равны $x+2$ и $x+4$, его можно разбить на четыре меньших прямоугольника. Тогда каждая часть показывает отдельное произведение: x^2 , $4x$, $2x$ и 8 . Сложение этих площадей даёт весь результат.



Почему это удобно

Такая схема помогает не просто запомнить формулу, а понять её смысл. Когда видно, откуда берётся каждое слагаемое, легче проверить вычисления и избежать пропусков при раскрытии скобок.

Правила знаков при умножении

Плюс и плюс

Если перемножаются два положительных слагаемых, знак произведения остаётся положительным. Это правило помогает быстро проверять запись и не путать ответ при раскрытии скобок.

01

Минус и плюс

Если первый множитель отрицательный, а второй положительный, результат тоже будет отрицательным. Знак не зависит от порядка записи, поэтому важно внимательно смотреть на оба множителя.

03

Плюс и минус

Когда один множитель положительный, а второй отрицательный, произведение получает минус. Именно в таких случаях чаще всего возникают ошибки при вычислениях и переносе слагаемых.

02

Минус и минус

Произведение двух отрицательных чисел всегда положительно. Это особенно заметно в примерах с двучленами, где последнее слагаемое часто получается именно по этому правилу.

04

Типичные ошибки при раскрытии скобок

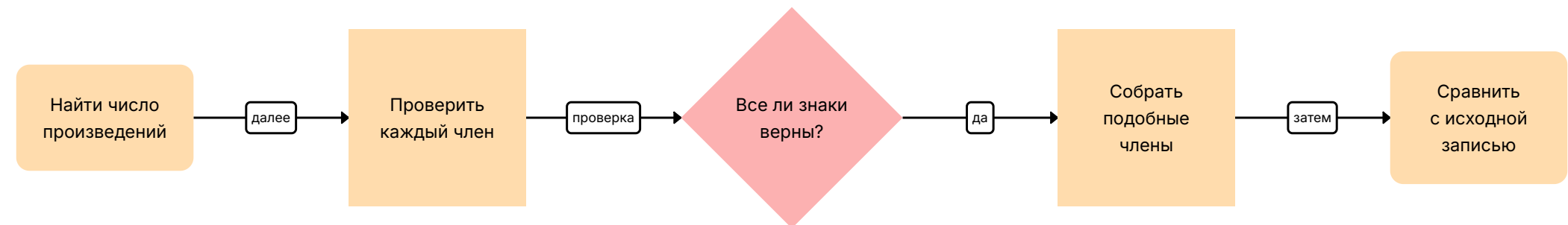
Таблица показывает, какие ошибки чаще всего появляются при умножении многочленов и как их избежать.

Чаще всего ошибка связана не с самой формулой, а с невнимательностью. Полная запись всех произведений и последующая проверка заметно снижают риск.

Ошибка	Последствие	Что делать
Пропущен член	Неполный ответ	Умножить всё
Сбит знак	Неверный результат	Проверить знаки
Не сложены подобные	Лишние слагаемые	Собрать вместе
Нет порядка	Трудно проверить	Записать по степеням

Проверка полученного ответа

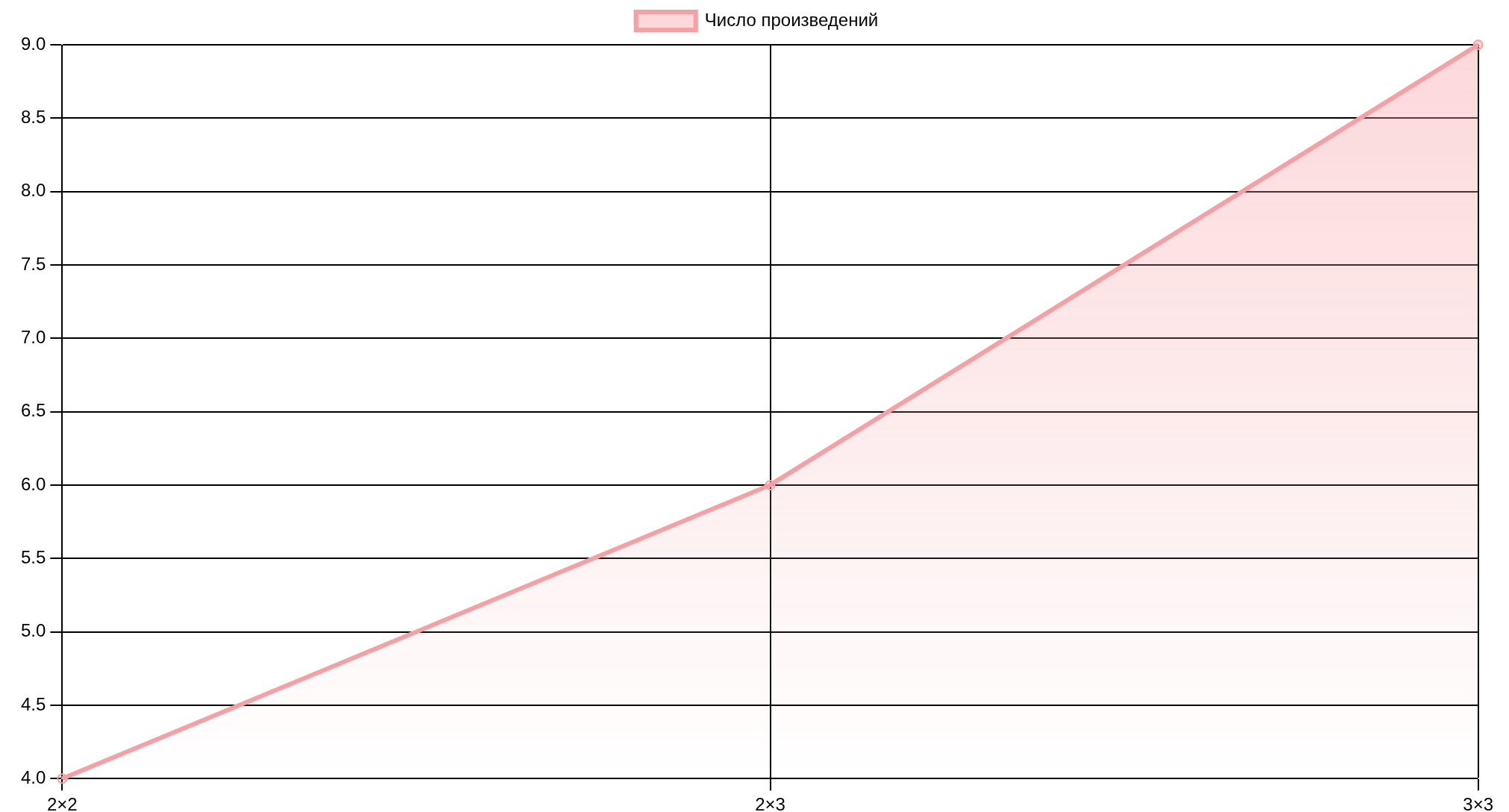
Последовательность проверки
после раскрытия скобок
и приведения подобных членов.



Как растёт сложность выражения

Чем больше членов в многочленах, тем длиннее промежуточная запись и тем важнее аккуратность при вычислениях.

Рост числа произведений быстрый и почти незаметный на первых шагах. Поэтому удобнее работать поэтапно и сразу проверять каждый переход.



Математическая зависимость: число произведений при раскрытии скобок

Умножение трёхчлена на двучлен

Исходная запись

Берём выражение $(x^2+2x+1)(x-3)$. В первом множителе три члена, во втором два, поэтому при раскрытии скобок получится шесть произведений.

Приведение подобных

После раскрытия скобок собираем одинаковые слагаемые: x^3 , x^2 , x и число. Это делает выражение короче и удобнее для дальнейшей работы.

Перемножение всех частей

Каждый член первого многочлена умножаем на каждый член второго. Получаются отдельные произведения с переменными и числами, которые нужно записать без пропусков.

Итоговый ответ

После упрощения получаем x^3-x^2-5x-3 . Такой пример показывает, как из длинной записи получается стандартный вид многочлена.

Квадрат двучлена как частный случай

Повторяющийся множитель

Квадрат двучлена возникает, когда один и тот же двучлен умножают сам на себя. Поэтому в записи появляются одинаковые произведения, которые потом удобно объединить.

Средний член

Слагаемое $2ab$ появляется из двух одинаковых произведений ab . Это позволяет быстро получить ответ, не выписывая каждый шаг заново в знакомых примерах.

Практическая польза

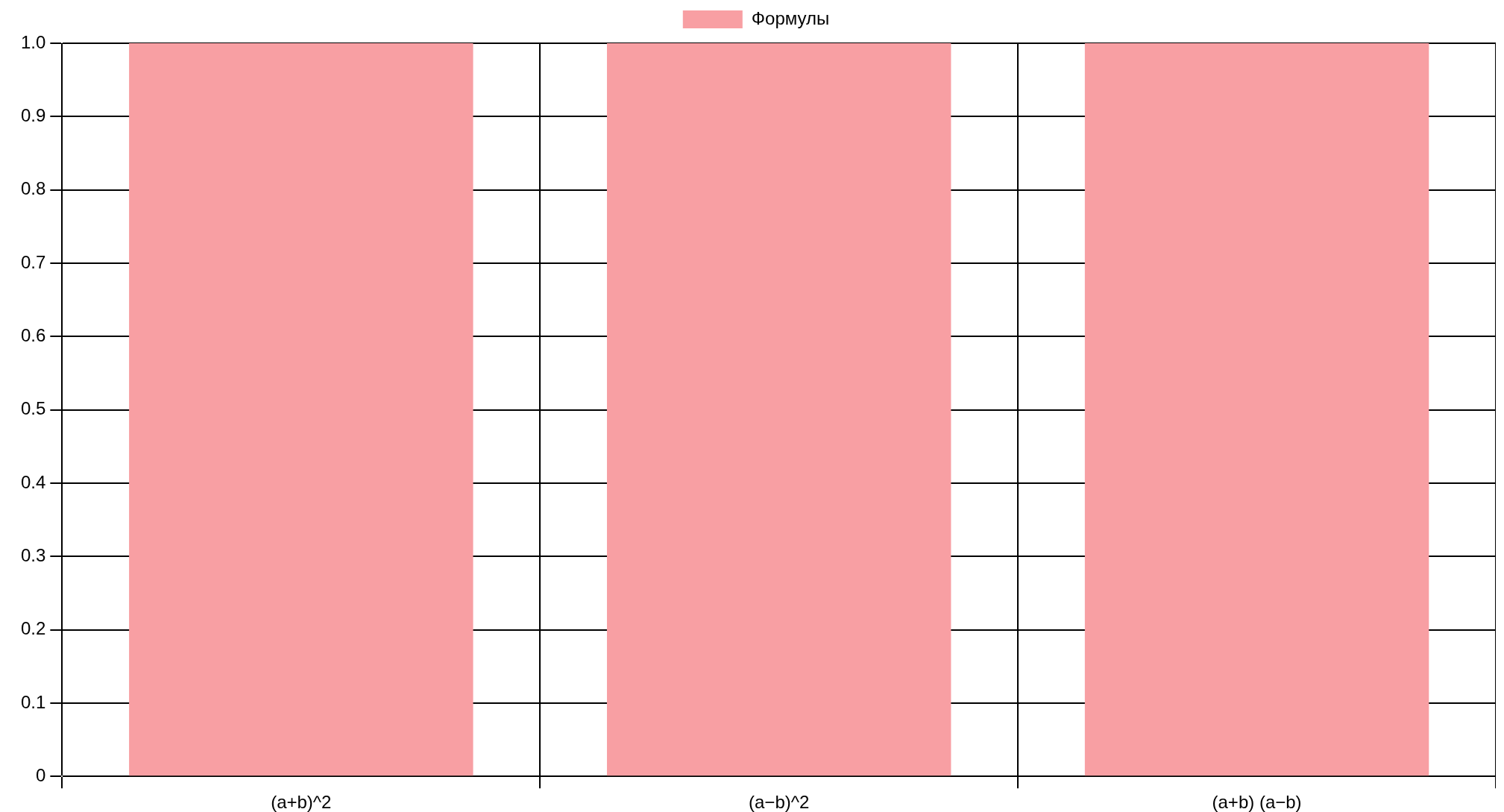
Формула экономит время и уменьшает число ошибок в вычислениях. Её часто используют в упражнениях, где нужно быстро раскрыть скобки и упростить выражение.



Формулы сокращённого умножения

Эти формулы помогают узнавать результат сразу, без полного перемножения всех членов по шагам.

Все три формулы основаны на раскрытии скобок, но дают быстрый способ вычисления в частых случаях. Их полезно запомнить и узнавать в заданиях.



Стандартные формулы сокращённого умножения

Где применяется умножение многочленов



Площади фигур

При нахождении площади прямоугольника или составной фигуры часто появляются выражения с переменными. Умножение многочленов помогает получить полную формулу площади и упростить её.



Преобразование формул

Во многих школьных задачах нужно раскрывать скобки в формулах, чтобы выразить нужную величину. Это делает запись удобнее и помогает увидеть связь между частями выражения.



Упрощение выражений

Если в ответе много слагаемых, умножение многочленов позволяет раскрыть скобки и затем собрать подобные члены. Так выражение становится короче и понятнее.



Решение уравнений

При работе с уравнениями часто приходится сначала раскрыть скобки, а потом перенести и объединить члены. Без этого шага решить многие задачи гораздо сложнее.

Шаг	Результат	Пример
Раскрыть скобки	Все произведения	$(x+3)(x+5)$
Перемножить члены	Все слагаемые	$x^2, 5x, 3x$
Привести подобные	Краткая запись	$x^2+8x+15$
Проверить знаки	Верный ответ	$-2 \cdot -7 = +14$

Краткая памятка по работе с многочленами

Памятка напоминает основной порядок действий при раскрытии скобок и проверке результата.

Один и тот же алгоритм подходит для всех примеров: сначала все произведения, затем упрощение, потом проверка. Аккуратность важнее скорости.

Главный вывод урока

Умножение многочленов становится понятным, если действовать по порядку: раскрыть скобки, перемножить каждый член, собрать подобные и проверить знаки. Этот приём нужен почти в каждой теме алгебры.