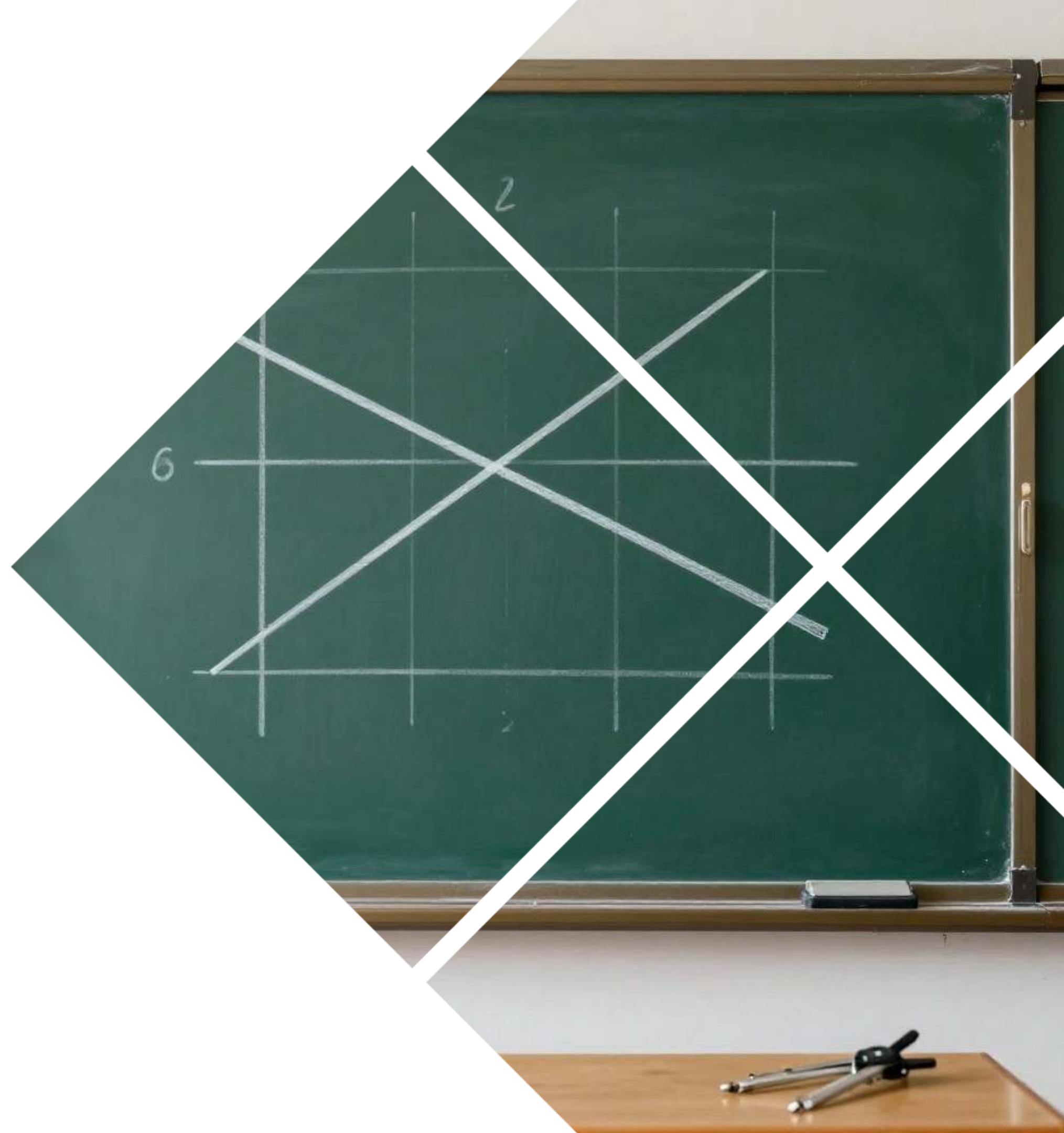


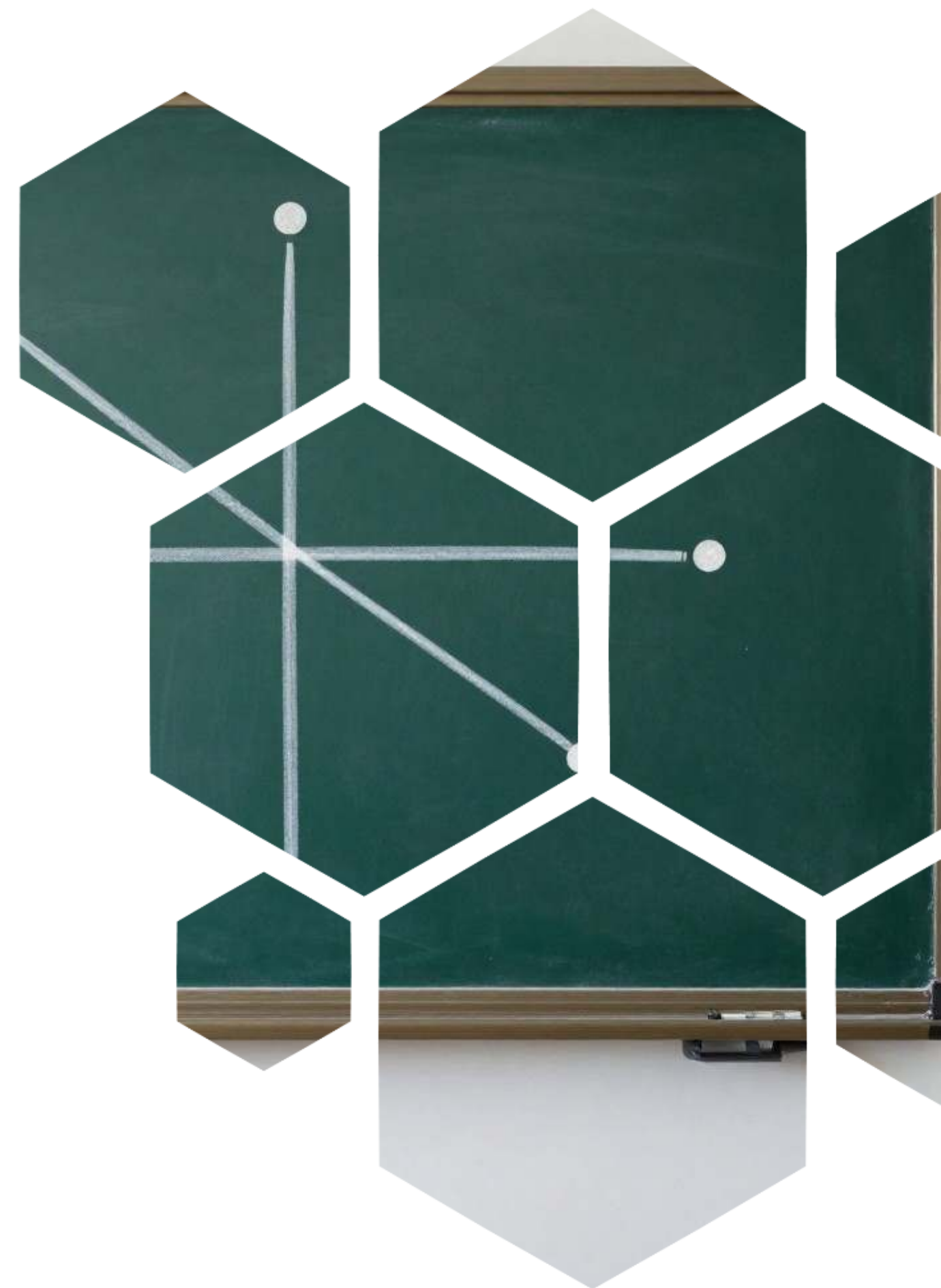
Общее уравнение прямой: основа работы с линиями на плоскости

Как уравнение задаёт прямую и помогает
читать её на координатной плоскости?



Где встречается прямая в координатах

Прямые описывают границы фигур, оси симметрии и линии на чертежах. Общее уравнение помогает быстро проверить точку, найти пересечения и понять, как расположена линия, даже если она записана не в виде $y = kx + b$.



Смысл коэффициентов A , B и C

■ Коэффициенты при переменных

Числа A и B стоят при x и y и вместе задают направление прямой. Если их значения меняются, меняется и наклон линии относительно осей координат.

■ Свободный член

Коэффициент C не связан с переменными, но влияет на положение прямой на плоскости. Он показывает, насколько линия смещена от начала координат.

■ Нельзя брать оба нуля

Если A и B одновременно равны нулю, уравнение перестаёт описывать прямую. Поэтому хотя бы один из этих коэффициентов должен быть отличен от нуля.

■ Знаки коэффициентов

Положительные и отрицательные значения коэффициентов помогают понять, в какую сторону прямая будет наклоняться и как она расположится относительно осей.

■ Что видно сразу

По коэффициентам можно заранее предположить вид линии, а потом проверить это построением или подстановкой точек. Это делает уравнение удобным для задач на координатной плоскости.

Как выглядит прямая, заданная уравнением

- **Одна линия**
Все точки, которые удовлетворяют уравнению $Ax + By + C = 0$, лежат на одной прямой. Любая другая точка, не подходящая под уравнение, окажется вне этой линии.
- **Бесконечно много решений**
У прямой нет одного-единственного ответа: решений уравнения бесконечно много. Каждая подходящая пара координат задаёт новую точку на той же самой линии.
- **Проверка точки**
Если подставить координаты точки в уравнение и получить ноль, точка принадлежит прямой. Если выходит другое число, точка лежит вне неё.
- **Связь с графиком**
График уравнения — это не набор отдельных точек, а целая линия, проходящая через все найденные решения. Поэтому достаточно проверить несколько точек, чтобы увидеть общий вид.

Формы записи прямой и их особенности

Сравнение основных способов записи прямой помогает понять, когда удобнее использовать каждый из них.

Общий вид наиболее универсален, а явный вид удобнее для быстрого чтения наклона и пересечения с осью y .

Форма	Что видно	Когда удобна
$Ax+By+C=0$	все прямые	общие задачи
$y=kx+b$	наклон, b	чтение графика
через точку	точка и наклон	по одной точке
по двум точкам	две точки	построение

Переход от явного вида к общему

01

Записать исходное уравнение

Начинают с вида $y = kx + b$. В нём сразу видно наклон прямой и её пересечение с осью y , но для сравнения линий часто нужен общий вид.

03

Убрать дроби при необходимости

Если в уравнении есть дробные коэффициенты, сначала удобно умножить обе части на общий знаменатель. Это делает запись короче и удобнее для дальнейших вычислений.

02

Перенести всё в одну сторону

Затем переносят все члены равенства в левую или правую часть, не забывая менять знаки. Так уравнение превращается в запись вида $Ax + By + C = 0$.

04

Проверить результат

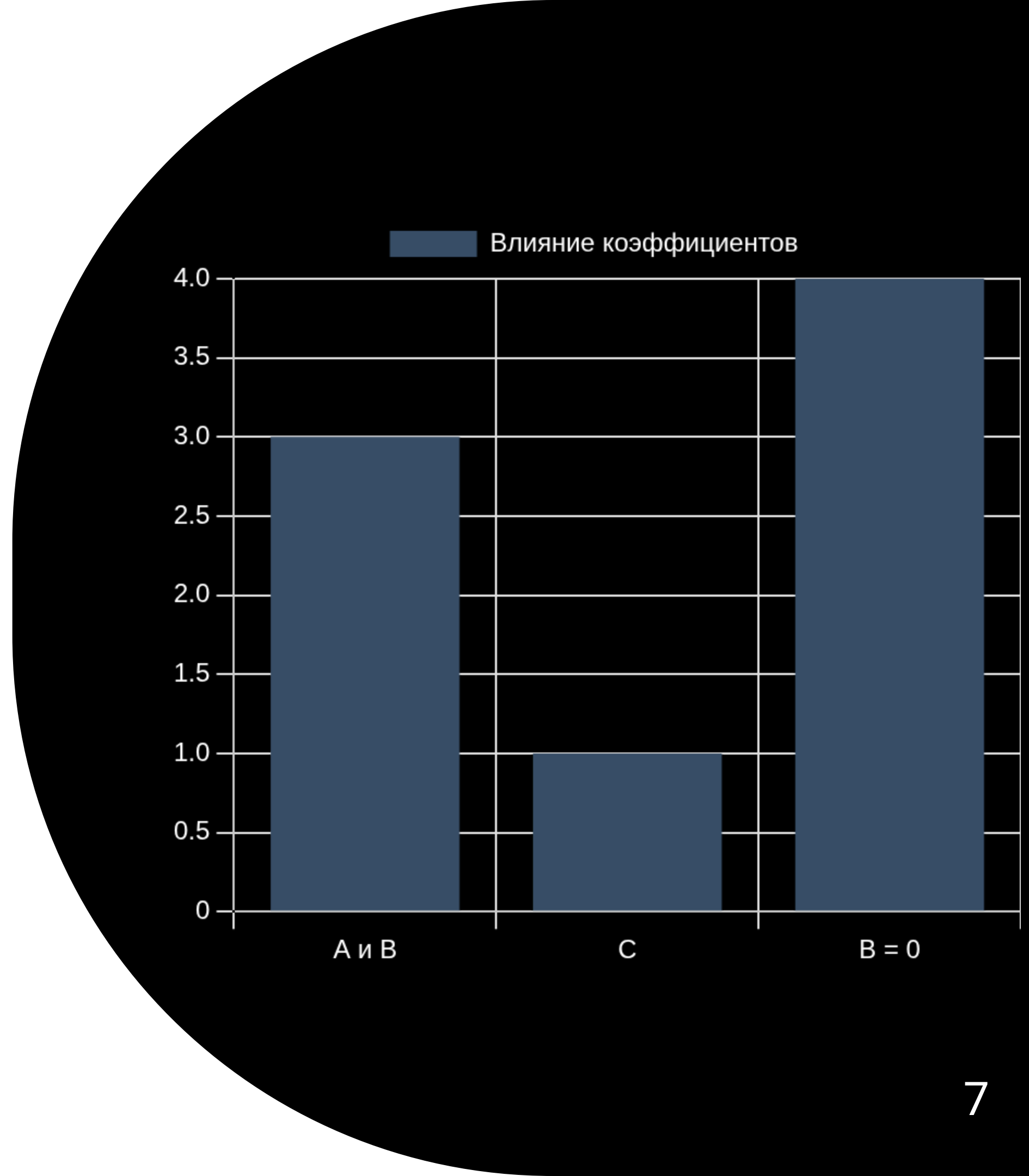
После преобразования полезно сравнить полученное уравнение с исходным и убедиться, что оно задаёт ту же самую прямую. Например, $y = 2x - 3$ превращается в $2x - y - 3 = 0$.

Как коэффициенты влияют на положение прямой

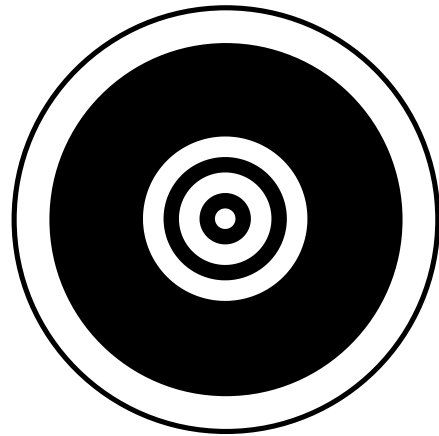
Коэффициенты не только задают запись, но и подсказывают, как будет выглядеть линия до построения на сетке.

А и В определяют наклон, С сдвигает прямую, а $B = 0$ выделяет вертикальный случай.

Схема по правилам записи прямой $Ax + By + C = 0$

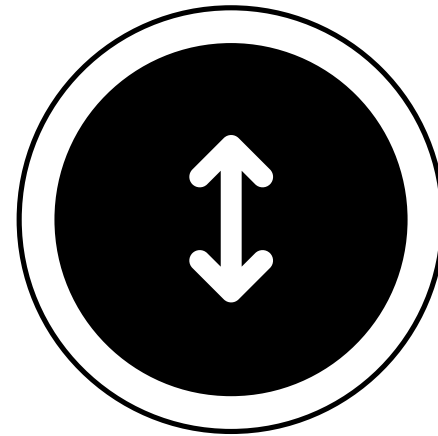


Частные случаи общего уравнения



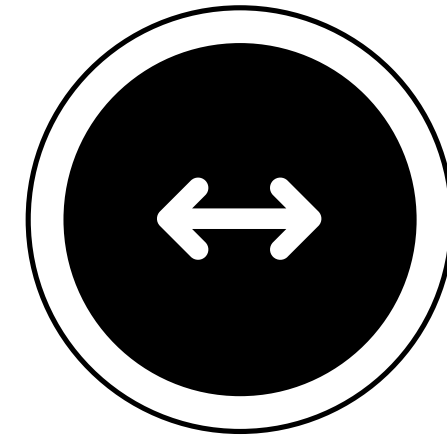
$$C = 0$$

Если свободный член равен нулю, прямая проходит через начало координат. Это удобно заметить сразу: в уравнении нет смещения от точки $O(0; 0)$.



$$B = 0$$

Когда коэффициент при y равен нулю, получается вертикальная прямая $x = -C/A$. Такая линия не выражается через $y = kx + b$.

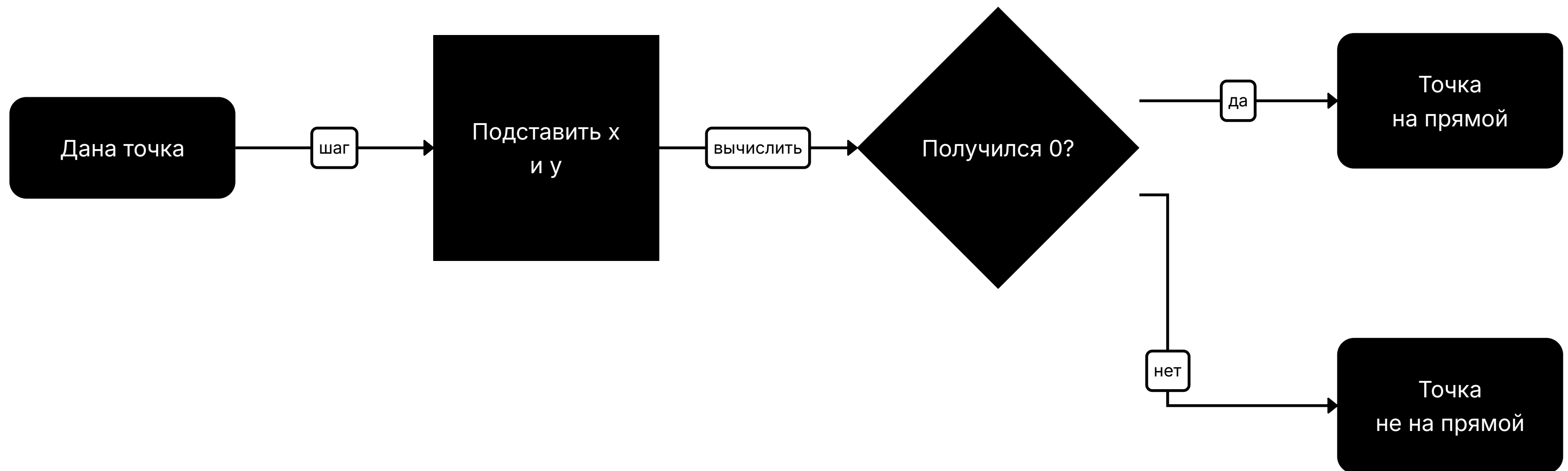


$$A = 0$$

Если коэффициент при x равен нулю, выходит горизонтальная прямая $y = -C/B$. Она параллельна оси Ox и тоже легко распознаётся по виду уравнения.

Проверка, принадлежит ли точка прямой

Алгоритм подстановки координат в общее уравнение



Как строят прямую по общему уравнению

01

Найти первую точку

Часто удобно подставить $x = 0$ и узнать, где прямая пересекает ось y . Если значение получается простым, это сразу даёт первую точку для построения.

02

Найти вторую точку

Затем подставляют $y = 0$ и находят пересечение с осью x . Когда такая подстановка неудобна, выбирают любое другое значение x или y и вычисляют вторую координату.

03

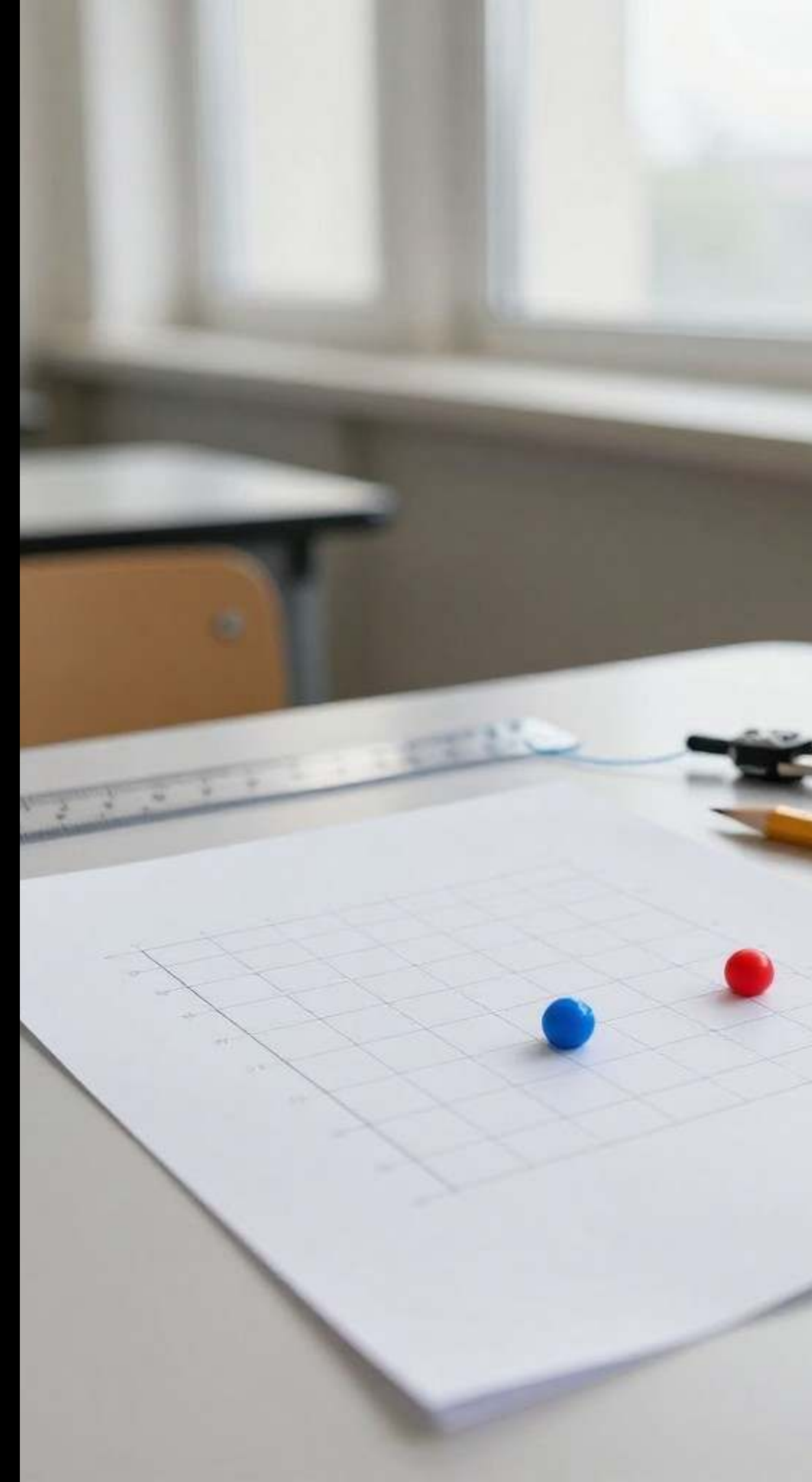
Отметить точки

Обе найденные точки ставят на координатной плоскости. Важно проверить, что они лежат в правильных местах относительно осей и соответствуют вычислениям.

04

Провести линию

После этого через точки проводят прямую линию. Она изображает все решения уравнения, поэтому достаточно двух точек, чтобы восстановить весь график.



Примеры уравнений и их вид на плоскости

► Таблица показывает, как одно и то же общее уравнение может задавать разные прямые: наклонную, вертикальную, горизонтальную и проходящую через начало координат.

► По записи сразу видно, какую прямую задаёт уравнение, и можно быстро выбрать способ построения или проверки точек.

Уравнение	Вид	Особенность
$3x + 2y - 6 = 0$	наклонная	2 точки пересечения
$x - 4 = 0$	вертикальная	$x = 4$
$y + 5 = 0$	горизонтальная	$y = -5$
$2x - y = 0$	через $(0; 0)$	начало координат

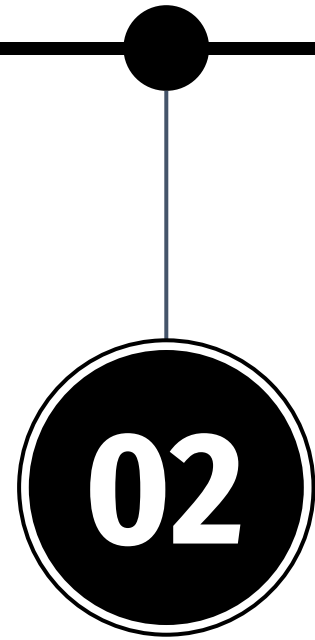
Школьные примеры уравнений прямой в координатной плоскости

Пересечение с осями координат



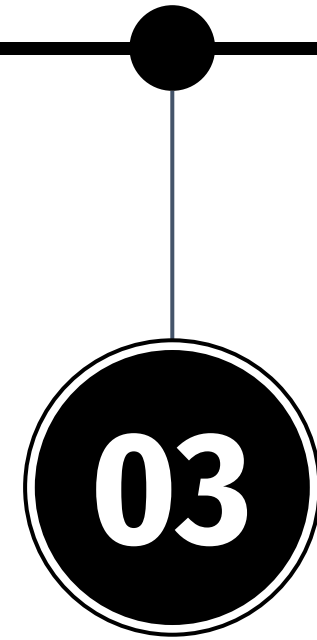
Шаг 1. Ось y

Чтобы найти пересечение с осью y , в уравнение подставляют $x = 0$. Так получают точку, где прямая проходит через вертикальную ось.



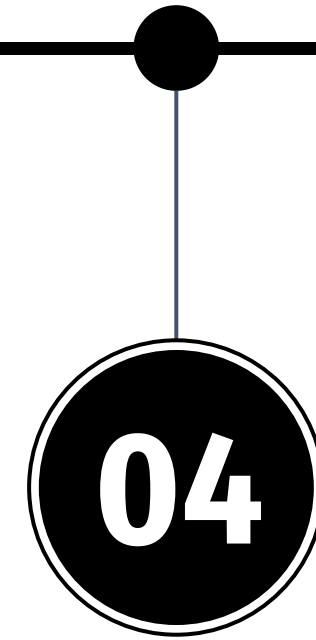
Шаг 2. Ось x

Чтобы найти пересечение с осью x , подставляют $y = 0$. Результат показывает, в какой точке прямая пересекает горизонтальную ось.



Шаг 3. Удобство для построения

Две найденные точки часто достаточно, чтобы быстро построить прямую на клетчатой бумаге и проверить правильность графика.



Шаг 4. Важные исключения

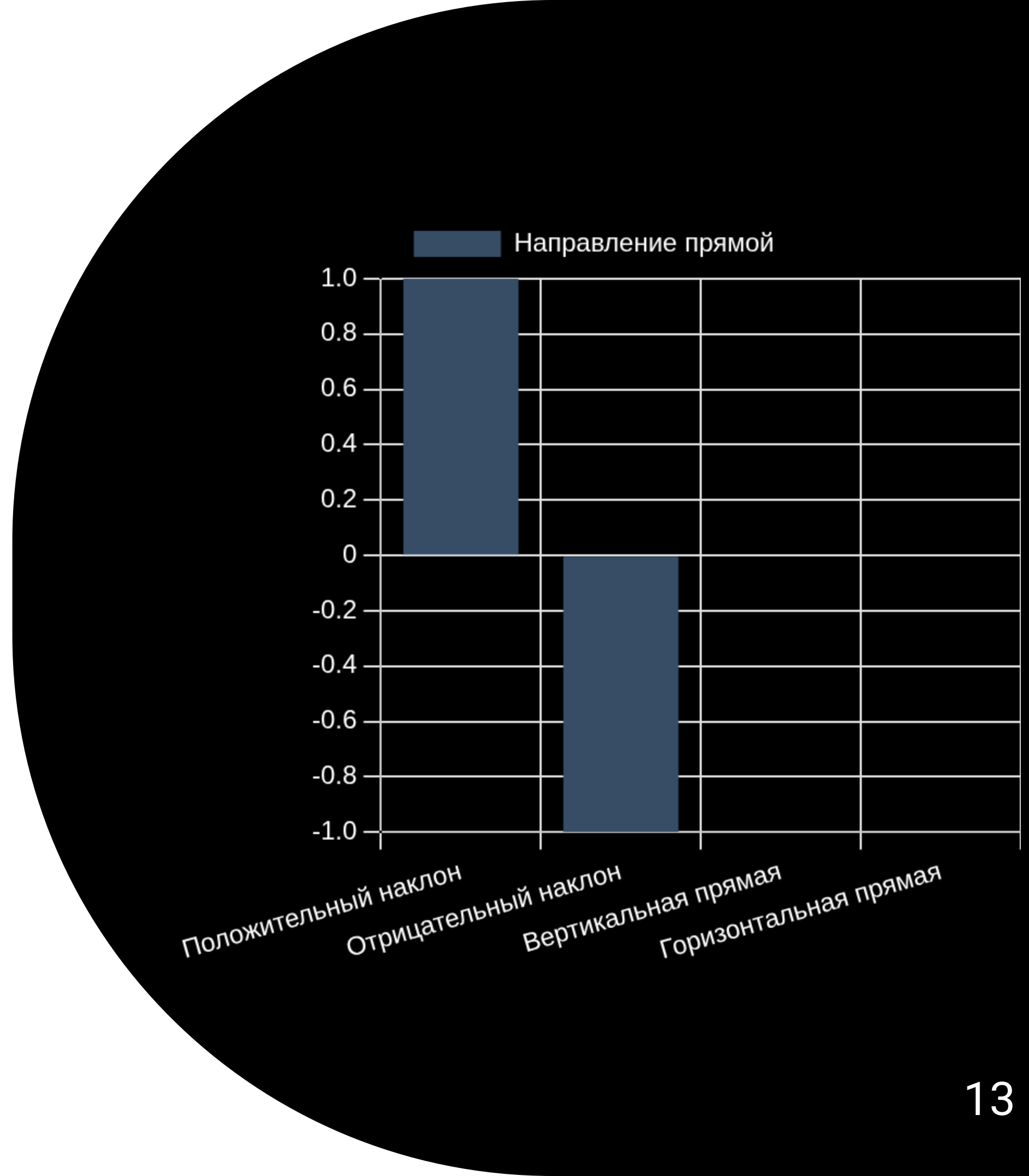
Не у каждой прямой есть обе точки пересечения: у вертикальной нет пересечения с осью y , а у горизонтальной — с осью x .

Как знак коэффициентов связан с направлением прямой

Знак коэффициентов помогает заранее представить, куда пойдёт линия на плоскости, ещё до полного построения графика.

Если наклон положительный, линия растёт слева направо; если отрицательный — убывает. Вертикальная и горизонтальная прямые распознаются как особые случаи.

Анализ общего уравнения прямой $Ax + By + C = 0$



Как сравнивают две прямые

01

Сравнивают коэффициенты

Сначала смотрят на A и B в обоих уравнениях. Если они пропорциональны, прямые имеют одинаковое направление и могут быть параллельны.

03

Ищут совпадение уравнений

Когда после упрощения получается одно и то же уравнение, это не две разные прямые, а одна и та же линия на плоскости.

02

Проверяют свободный член

Если при пропорциональных A и B свободные члены различаются, прямые не совпадают, а идут рядом на одном и том же расстоянии.

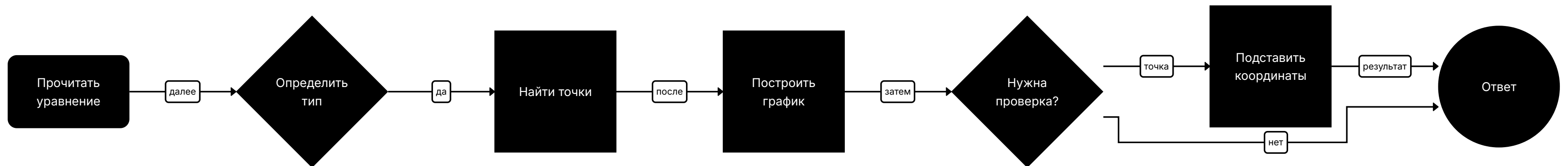
04

Проверяют перпендикулярность

Для перпендикулярных прямых удобно перейти к виду $y = kx + b$ и сравнить наклоны: их произведение равно -1 .

Алгоритм работы с задачей на общее уравнение

Последовательность действий при чтении, анализе и построении прямой по уравнению



Типичные ошибки при работе с уравнением прямой

■ Неверный знак

При переносе членов уравнения многие забывают менять знак. Из-за этого получается другое уравнение, а значит, и другая прямая.

■ Неполная подстановка

При проверке точки нужно подставить обе координаты сразу. Если использовать только одну, ответ будет неверным даже при правильном плане решения.

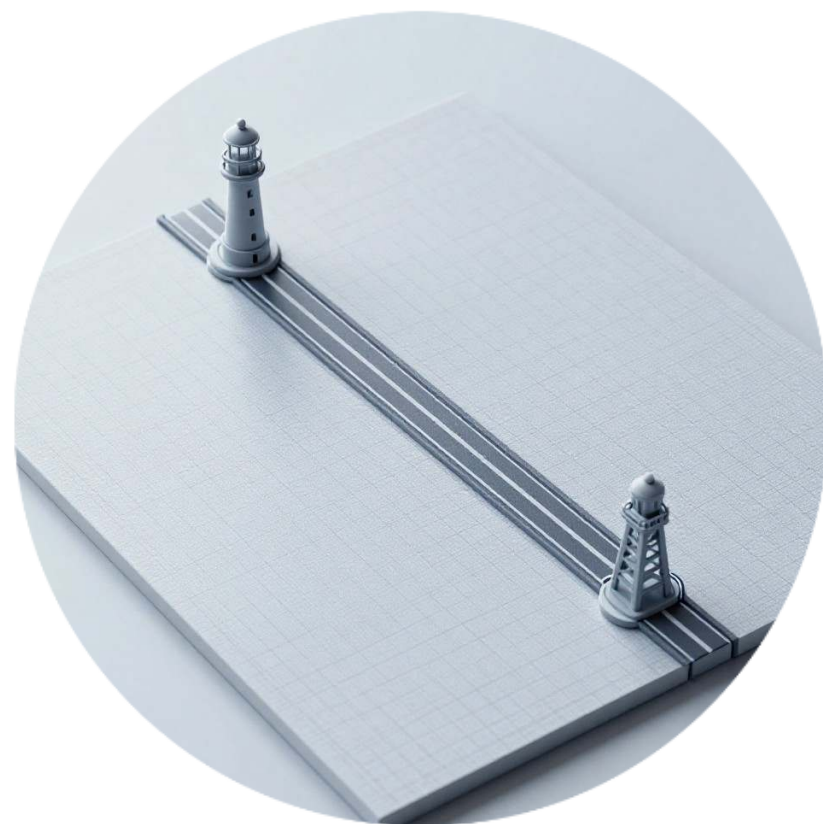
■ Путаница в коэффициентах

Часто путают A и B или думают, что оба коэффициента могут быть нулевыми. Но тогда уравнение перестаёт задавать прямую.

■ Не замечают частный случай

При построении важно проверить, не получилась ли вертикальная или горизонтальная прямая. Для них обычный вид $y = kx + b$ не подходит.

Прямая в реальных ситуациях и на схемах



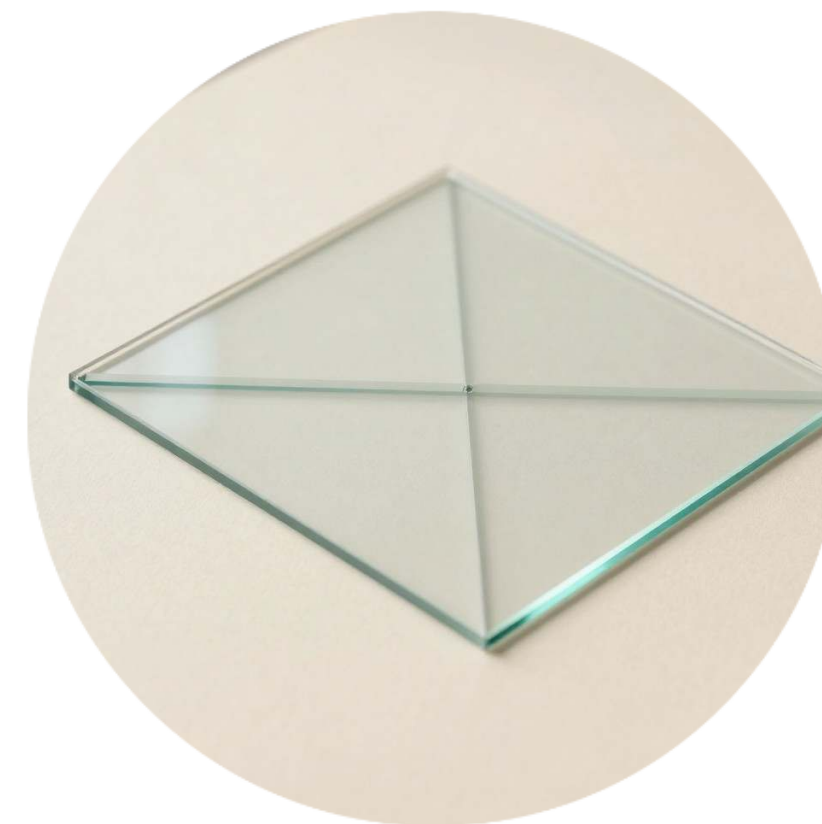
Дорога на карте

На схеме прямая может показывать участок пути между двумя точками. Если дорога идёт ровно, её удобно изображать как отрезок на координатной сетке, чтобы сразу видеть направление и положение объектов.



Движение без остановок

Когда тело движется с постоянной скоростью, расстояние увеличивается равномерно. На графике это выглядит как прямая линия, а по ней легко заметить, как меняется величина со временем.



Граница на чертеже

Прямая часто обозначает границу фигуры или ось симметрии. В таких задачах важно не только увидеть линию, но и понять, какие точки лежат по одну сторону от неё.

Тренировочные примеры для сравнения и анализа

Таблица помогает сопоставить уравнения разных видов и увидеть, как по записи определить тип прямой, её точки и удобный способ построения.

Сравнение показывает, что уравнения могут выглядеть по-разному, но описывать одну и ту же геометрическую идею — прямую на плоскости.

Уравнение	Вид	Точки
$2x + y - 8 = 0$	наклонная	$(0; 8), (4; 0)$
$x + y = 5$	наклонная	$(0; 5), (5; 0)$
$4x - 2y + 6 = 0$	наклонная	$(0; 3), (-1,5; 0)$
$y = -3$	горизонтальная	$(0; -3), (2; -3)$

Учебные примеры уравнений прямой для тренировки

Главные признаки общего уравнения прямой



Почему общее уравнение так удобно

Общее уравнение прямой помогает видеть линию в числах, строить её на плоскости и быстро решать задачи. Это важный мост между алгеброй и геометрией.