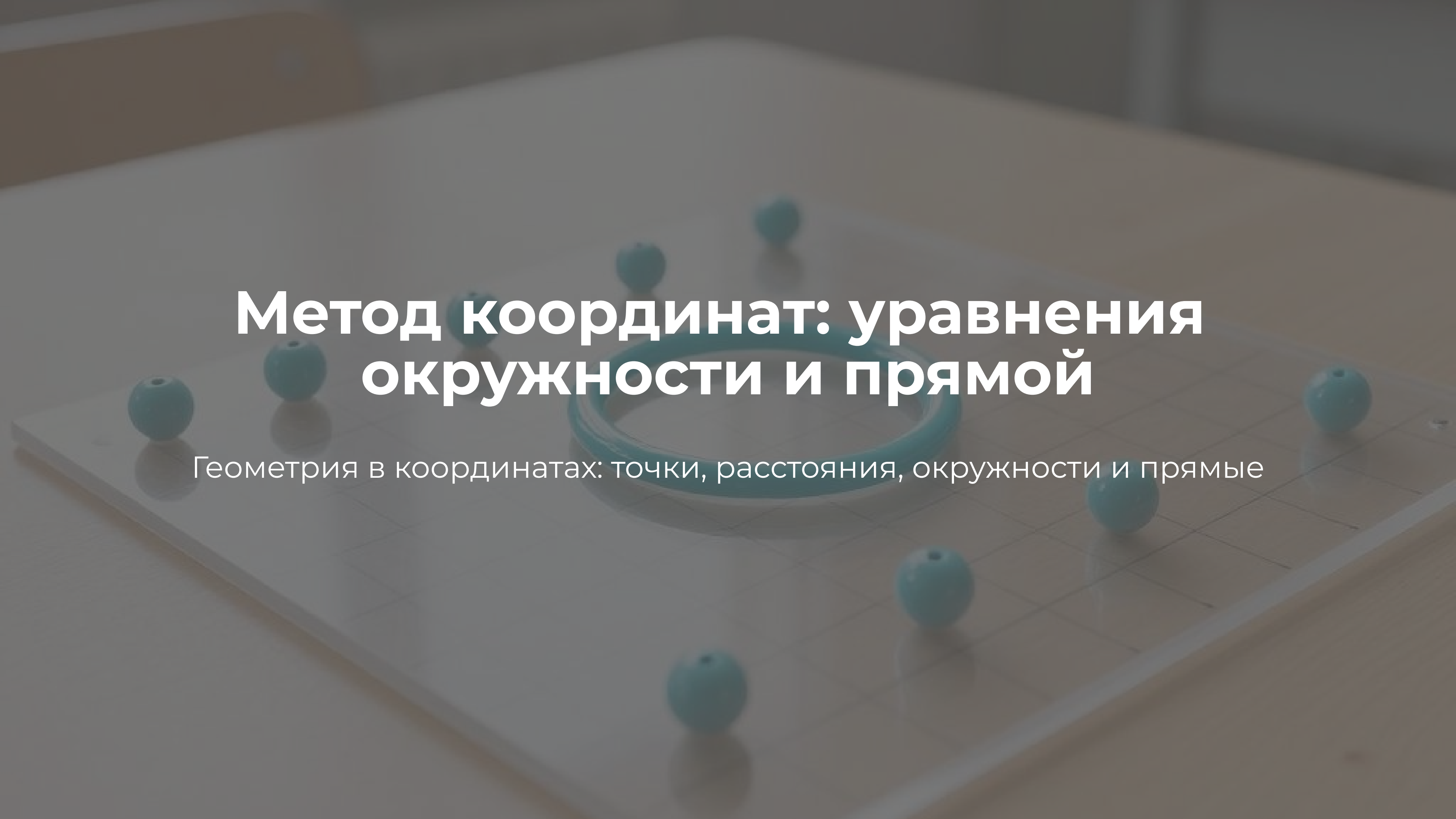


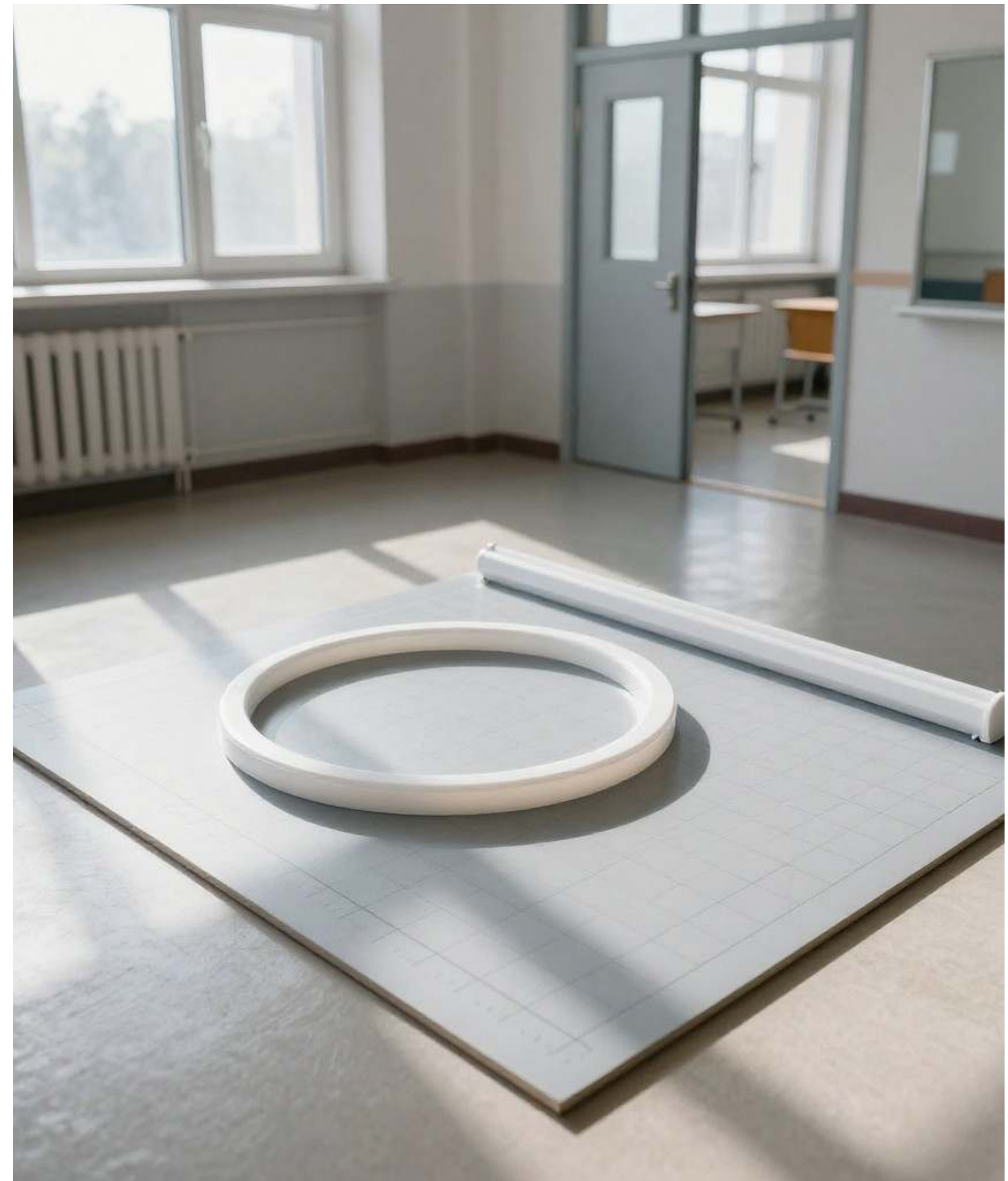
A geometric model is shown on a white grid surface. It consists of several small blue spheres and a larger blue ring. The spheres are positioned at various points on the grid, while the ring is centered around a specific point. The background is a light-colored wooden surface.

Метод координат: уравнения окружности и прямой

Геометрия в координатах: точки, расстояния, окружности и прямые

Зачем нужен метод координат

Метод координат превращает рисунок в уравнение и помогает решать задачи точнее. С его помощью легко находить расстояния, проверять принадлежность точки и понимать взаимное расположение фигур без подробного чертежа.



Координатная плоскость и запись точки

Начало отсчёта

Оси Ox и Oy пересекаются в точке $O(0; 0)$. От неё удобно отсчитывать положение любой точки на плоскости.

Пара чисел

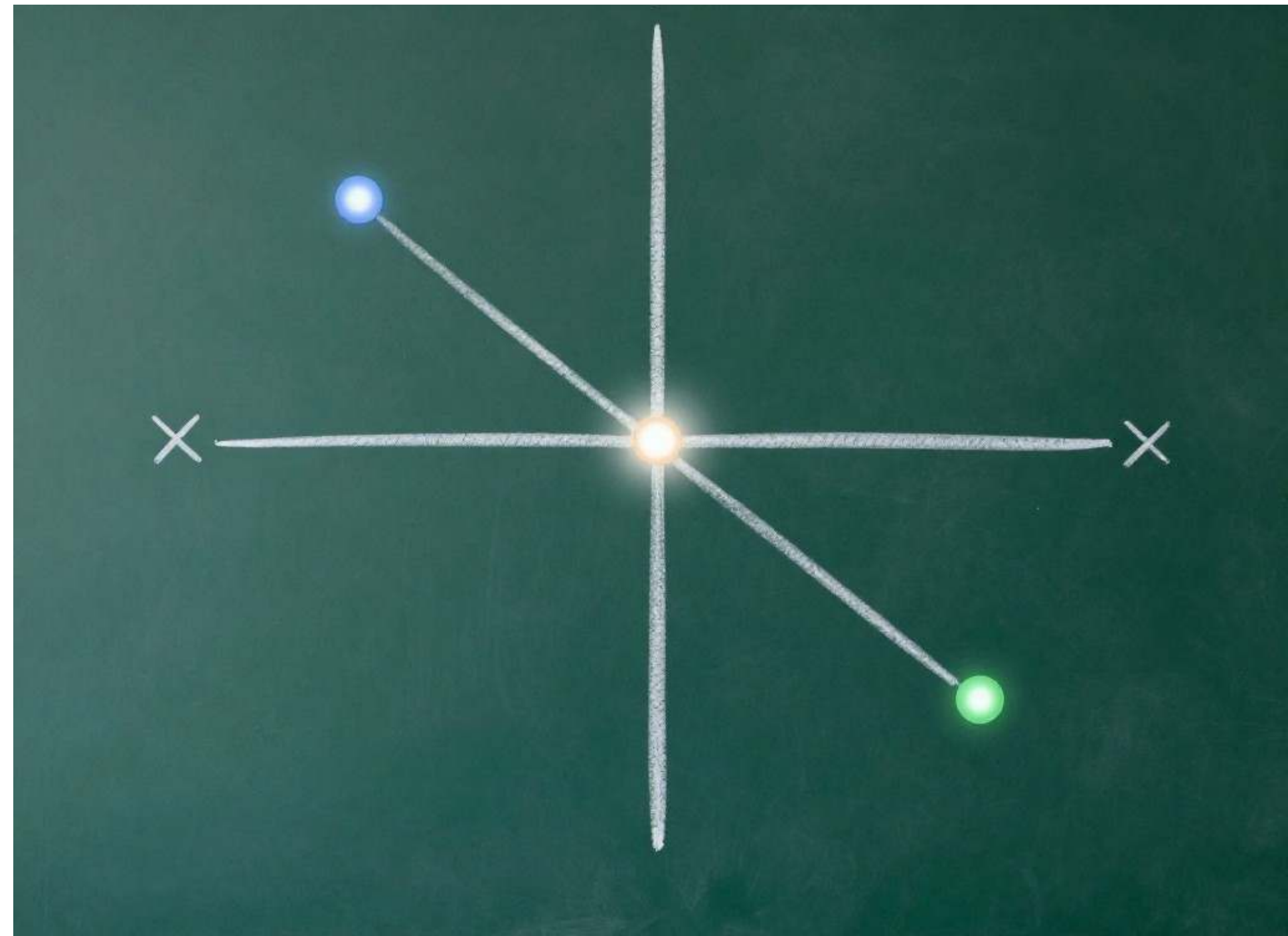
Каждая точка задаётся координатами $(x; y)$: первая координата показывает смещение по Ox , вторая — по Oy .

Знаки координат

В разных четвертях знаки координат меняются, поэтому по записи точки можно сразу понять, где она расположена относительно осей.

Уникальность точки

Одна и та же пара чисел соответствует только одной точке, а значит координаты позволяют однозначно описывать положение на плоскости.



Главные формулы метода координат

Основные формулы связывают геометрические объекты с вычислениями и помогают быстро решать школьные задачи.

Формулы позволяют переходить от рисунка к вычислениям и обратно, не теряя точности.

Объект	Формула	Что находит
Отрезок	$\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$	Расстояние
Середина	$((x_1+x_2)/2; (y_1+y_2)/2)$	Координаты
Окружность	$(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$	Все точки
Прямая	$y=kx+b$	Уравнение

Расстояние между двумя точками

01

Разность координат

Сначала находят, насколько отличаются координаты точек по горизонтали и вертикали. Эти разности образуют катеты прямоугольного треугольника, построенного на отрезке АВ.

02

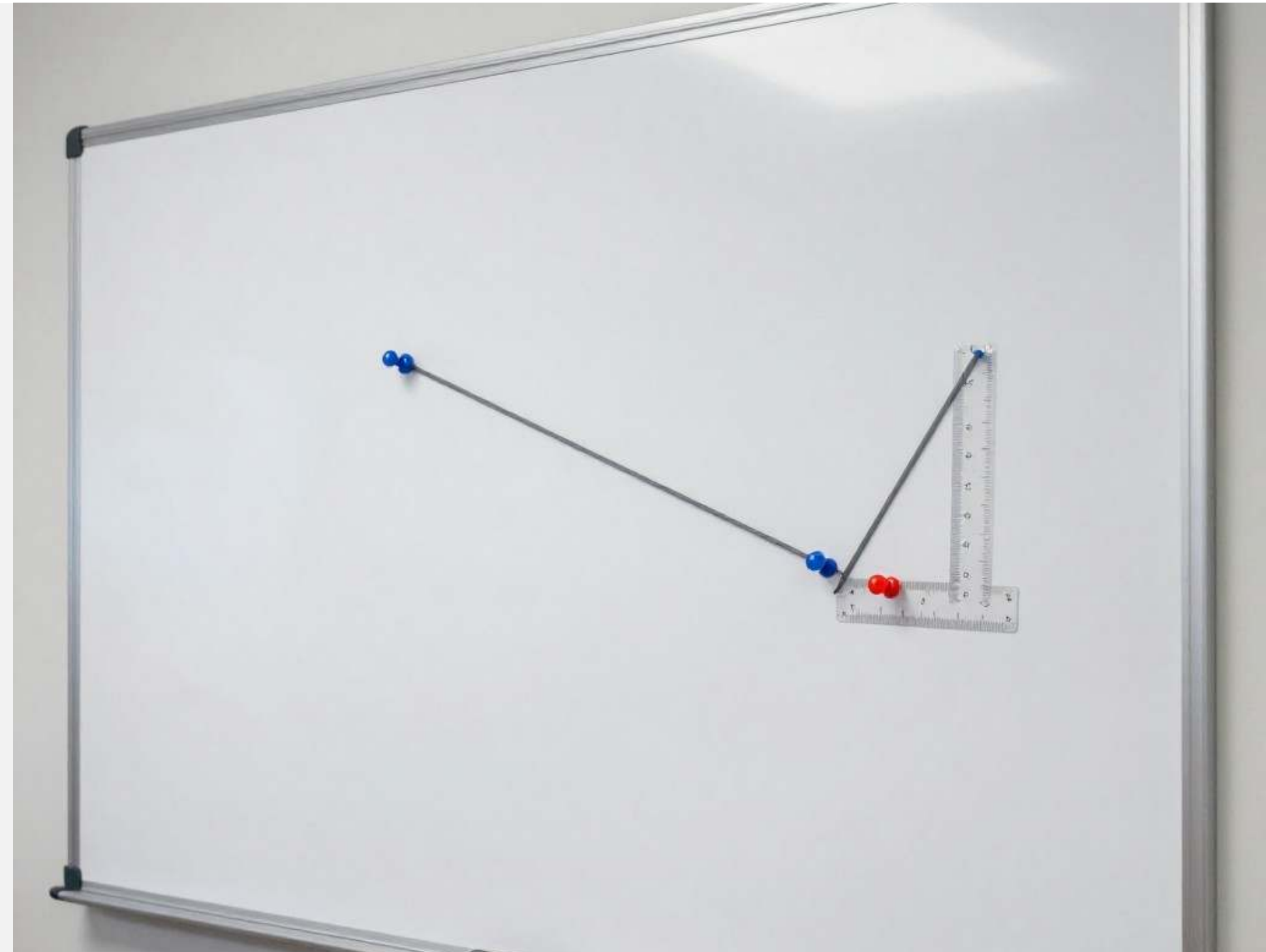
Формула Пифагора

Затем применяют теорему Пифагора и получают $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$. Формула работает для любых двух точек на плоскости.

03

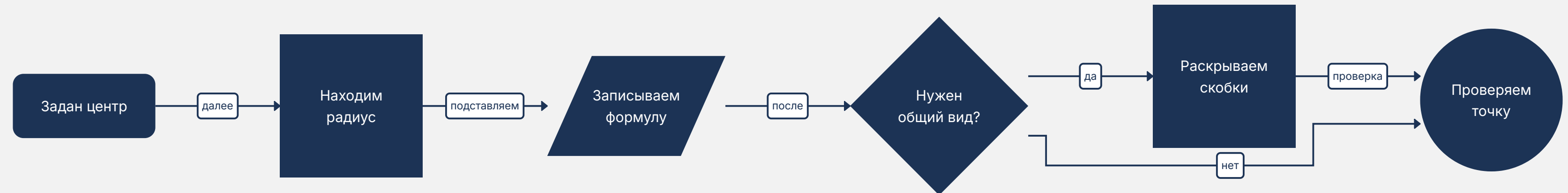
Проверка на примере

Для точек $A(1; 2)$ и $B(5; 5)$ получаем $d = \sqrt{16 + 9} = 5$. Значит, отрезок действительно имеет длину пять единиц.



Построение уравнения окружности

Последовательность действий при известном центре и радиусе



1

формула сразу задаёт все точки,
находящиеся на одинаковом
расстоянии от центра.

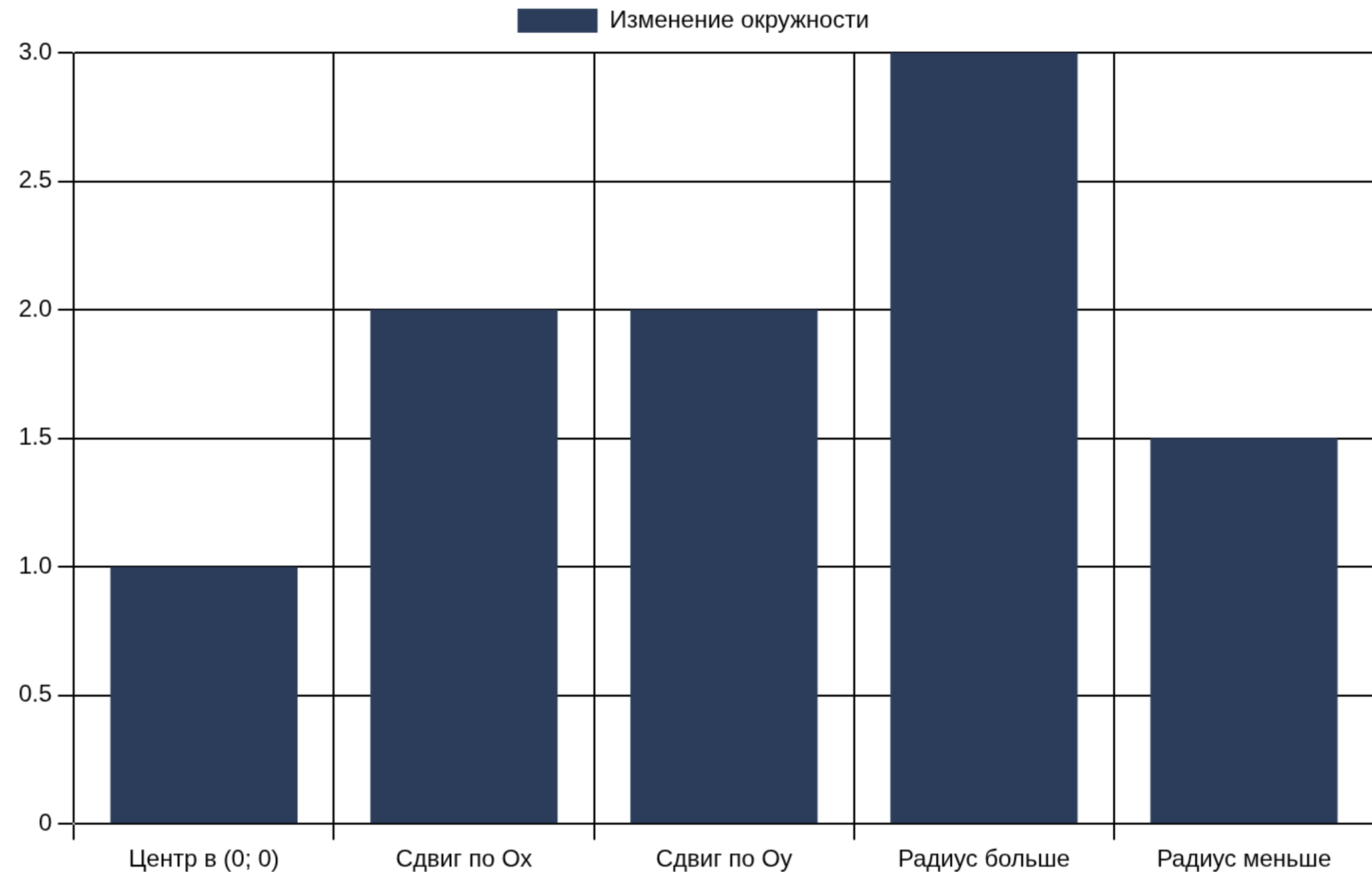
Уравнение окружности удобно тем, что
по нему можно быстро проверить,
принадлежит ли точка фигуре, не измеряя
расстояния на чертеже.

Школьный курс геометрии

Как меняется окружность при изменении параметров

Параметры в уравнении отвечают за разные свойства фигуры: координаты центра задают положение, а радиус определяет размер окружности.

Сдвиг центра не меняет форму, а изменение радиуса делает окружность больше или меньше.



Пример записи уравнения окружности

1. Записываем условие

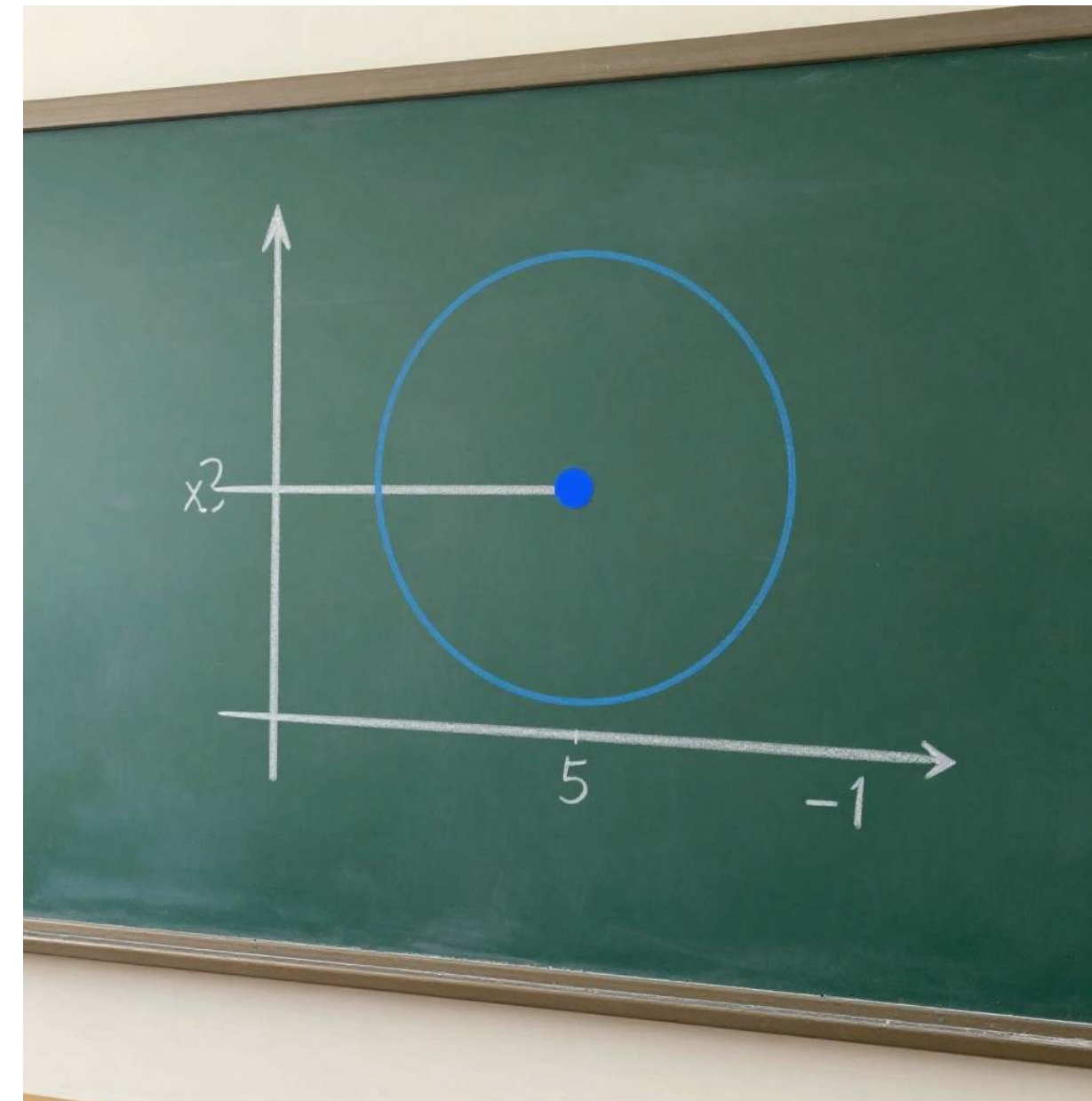
Если центр окружности $O(2; -1)$, а радиус равен 3, подставляем эти данные в стандартную формулу и получаем нужное уравнение.

3. Проверяем точку

Для точки $M(5; -1)$ считаем: $(5-2)^2 + (-1+1)^2 = 9$. Равенство верно, значит точка лежит на окружности.

2. Получаем ответ

После подстановки выходит $(x-2)^2 + (y+1)^2 = 9$. Здесь важно помнить, что знак в формуле меняется на противоположный координате центра.



Уравнение прямой и его параметры

01

Общий вид

Чаще всего прямую записывают так: $y=kx+b$. Это уравнение описывает все точки одной линии через числа, а не через рисунок.

03

Что означает b

Число b показывает, где прямая пересекает ось Oy . Оно сдвигает линию выше или ниже, не меняя её наклона.

02

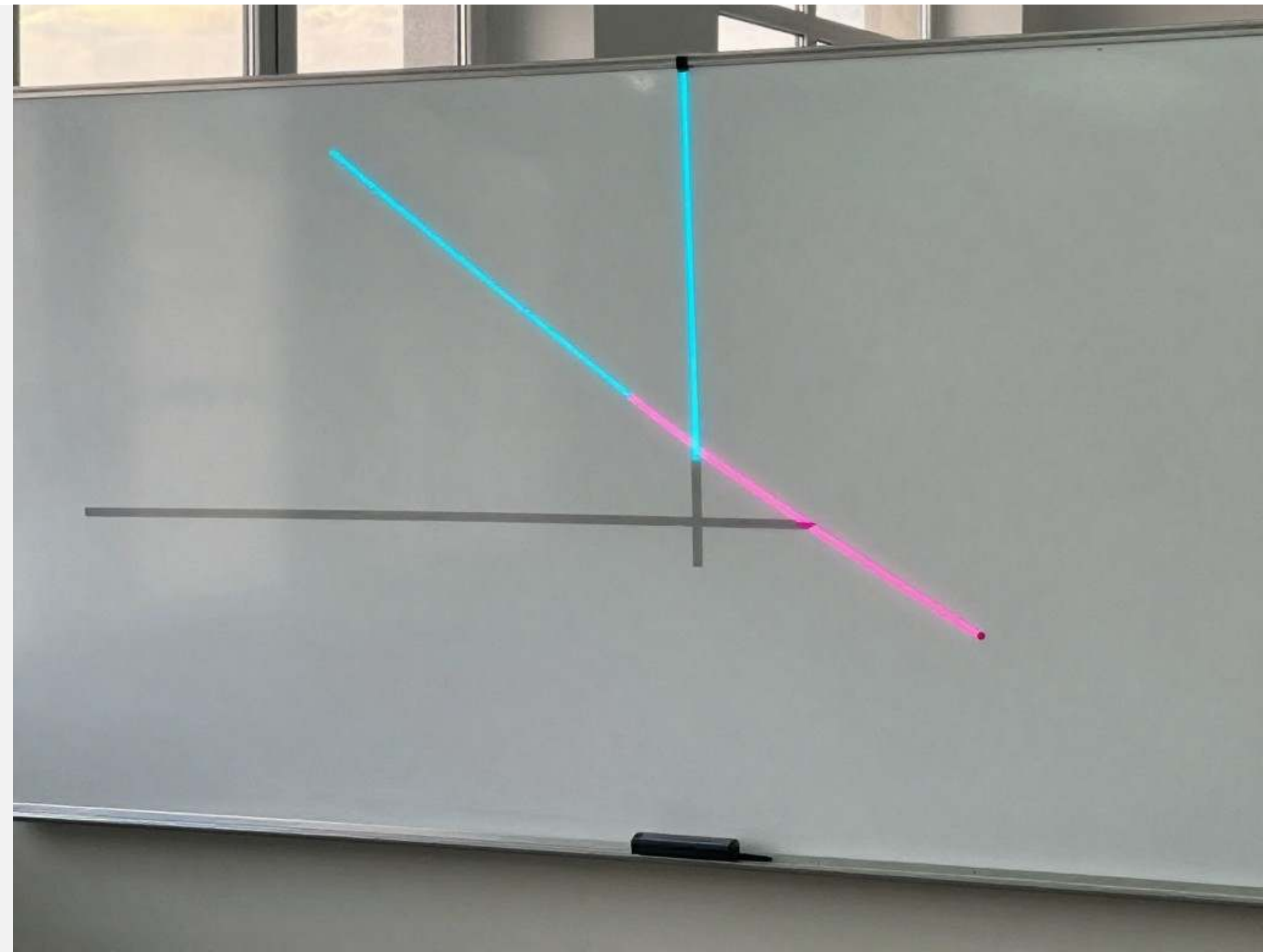
Что означает k

Коэффициент k показывает наклон прямой. Если k положителен, линия идёт вверх, если отрицателен — вниз, а при $k=0$ она горизонтальна.

04

Как читать график

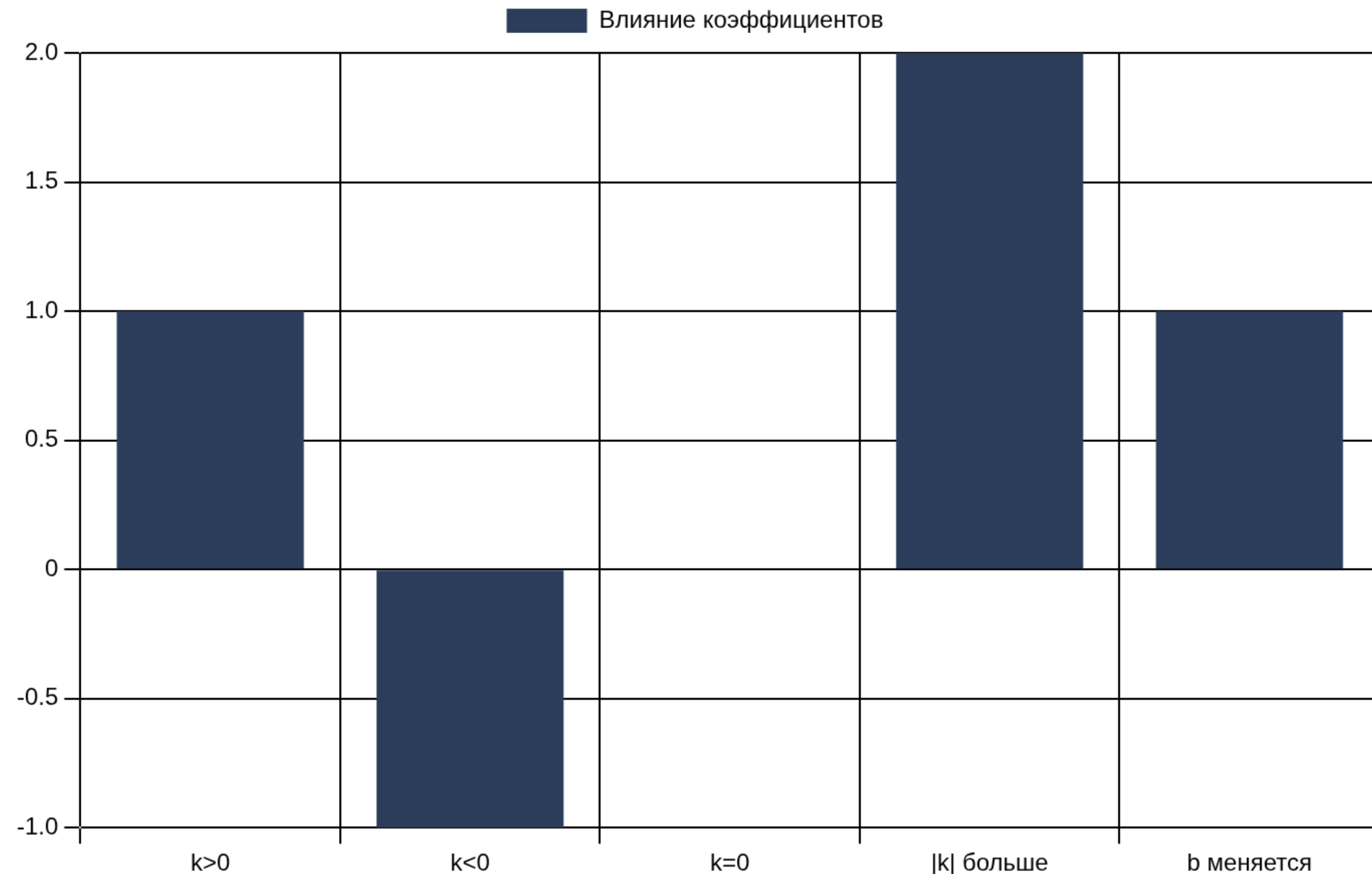
Чем больше $|k|$, тем круче наклон прямой. По двум коэффициентам можно представить вид графика и быстро сравнить разные прямые.



Как коэффициенты влияют на вид прямой

Коэффициент k задаёт направление наклона, а b определяет положение прямой относительно оси Oy .

Знак k меняет направление, модуль k — крутизну, а b лишь сдвигает прямую вверх или вниз.



На основе школьных правил задания прямой $y=kx+b$

Как составить уравнение прямой по двум точкам

1. Записать точки

Берут координаты $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2)$, чтобы точно определить, какие данные известны.

3. Подставить точку

Одну из точек подставляют в уравнение $y=kx+b$ и находят b , чтобы линия проходила через обе точки.

2. Найти наклон

Вычисляют коэффициент $k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$, если $x_1 \neq x_2$. Он показывает, насколько быстро поднимается или опускается прямая.

4. Учесть особый случай

Если $x_1 = x_2$, прямая вертикальная, поэтому записывают $x = c$. В форме $y = kx + b$ такой случай не описывается.

Формы уравнения прямой

Форма	Смысл	Когда удобна
$y=kx+b$	Наклонная	Построение графика
$Ax+By+C=0$	Общая	Любые задачи
$x=c$	Вертикальная	Одна координата постоянна
$y=c$	Горизонтальная	Одна координата постоянна

Разные записи одной прямой удобны для разных задач: построения, вычислений и описания особых случаев.

Форма $y=kx+b$ удобна для графика, а общая форма и записи $x=c$, $y=c$ помогают описать особые случаи без ошибок.

Проверка точки и нахождение пересечения двух прямых

Алгоритм основан на подстановке координат и решении системы двух уравнений.



Пересечение прямой и окружности

1. Составить систему

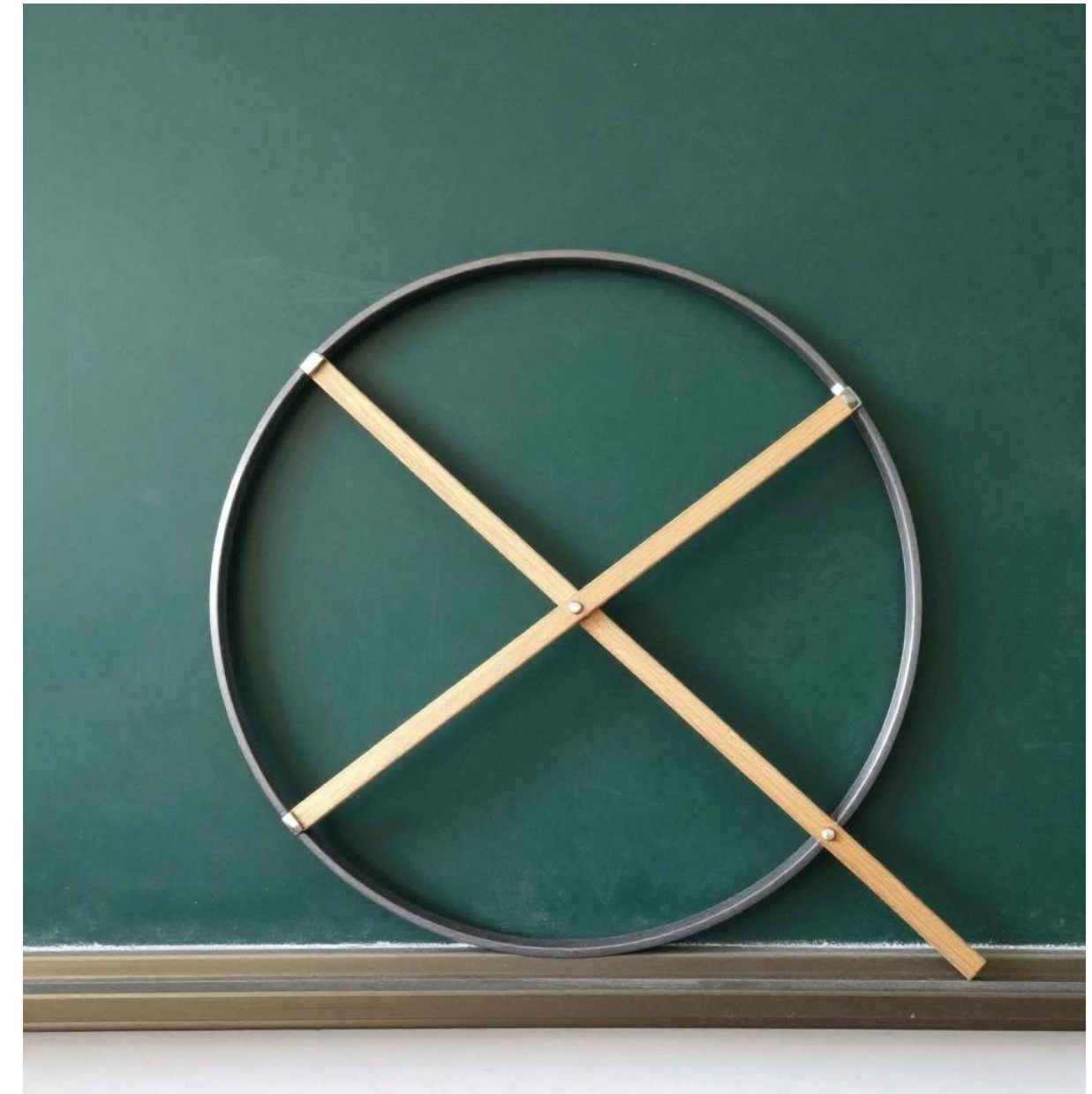
Записывают уравнение окружности и уравнение прямой в одной системе. Так обе фигуры описываются числами, а задача сводится к поиску общих решений.

3. Понять результат

Если корней нет, общих точек нет; один корень означает касание; два корня показывают, что прямая проходит через окружность в двух местах.

2. Подставить одно в другое

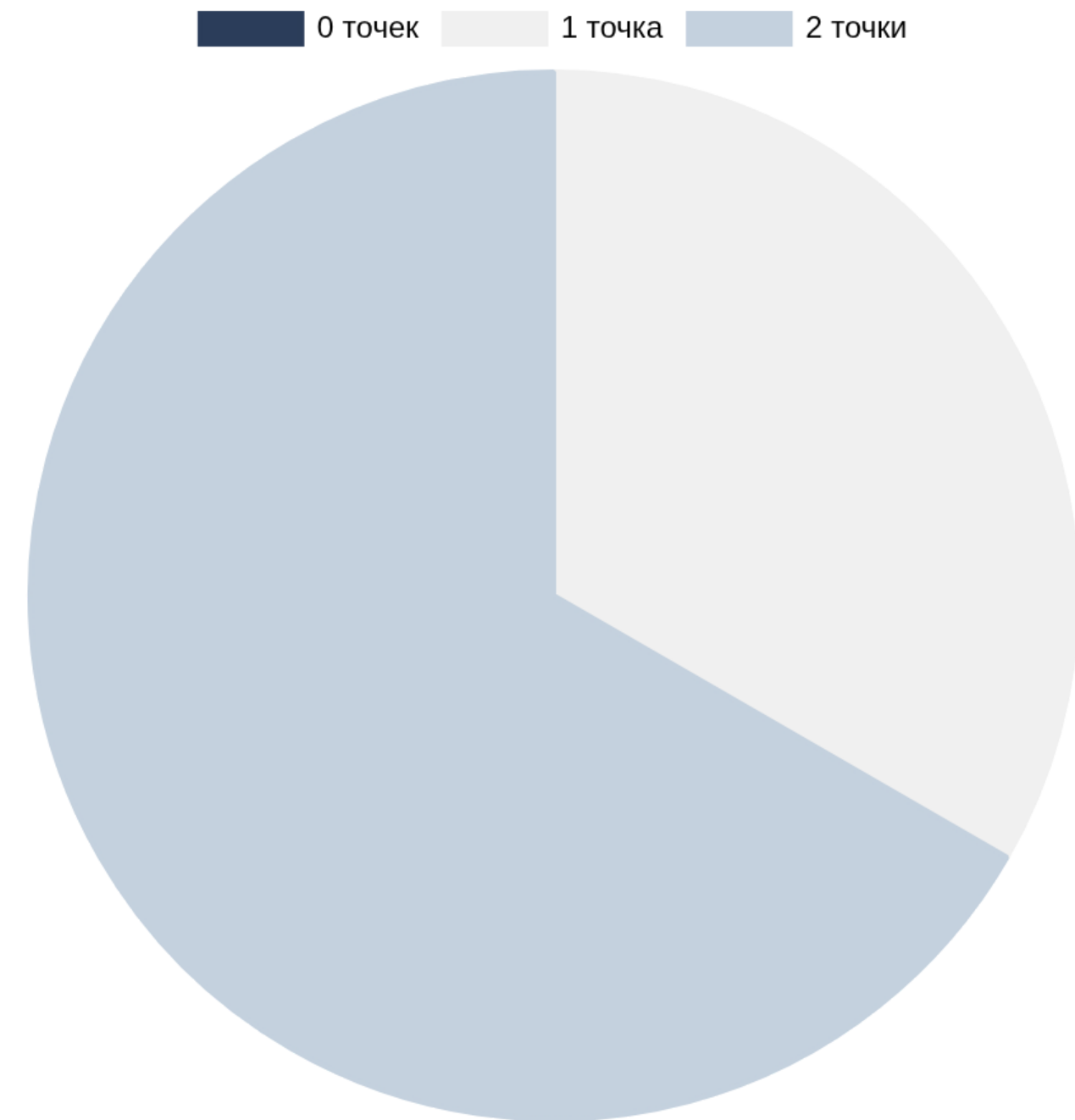
Обычно выражают одну переменную через другую и подставляют в уравнение окружности. После упрощения появляется квадратное уравнение, по которому находят возможные точки пересечения.



Сколько общих точек бывает у прямой и окружности

Число общих точек зависит от того, сравнивается ли расстояние от центра до прямой с радиусом окружности.

Если расстояние больше радиуса, точек нет; если равно — касание; если меньше — два пересечения.



Где метод координат используется на практике

● Карты и навигация

Координаты помогают точно задавать положение объектов на карте, а также рассчитывать маршруты, расстояния и направление движения без постоянного обращения к рисунку.

● Компьютерная графика

На экране каждый пиксель имеет положение, поэтому изображения, линии и фигуры удобно описывать числами. Это упрощает построение и изменение объектов.

● Игры и симуляции

Положение персонажа, препятствий и цели можно задать координатами. Тогда игра легко проверяет, где находится объект и пересекаются ли его траектория и препятствие.

● Научные модели

В физике и других науках координатный способ используют для описания движения и измерений. Он делает данные понятными, сравнимыми и удобными для вычислений.



Типичные ошибки при решении задач



Путают x и y

Меняют местами абсциссу и ординату, из-за чего точка получает неверное положение. Полезно сразу проверять, какая координата стоит первой, а какая второй.



Сбивают знаки

Ошибаются в формулах окружности и прямой, особенно при вычитании и переносе. Один неверный знак меняет весь ответ, поэтому записи нужно перепроверять.



Забывают квадрат радиуса

В уравнении окружности пишут r вместо r^2 . Из-за этого фигура описывается неправильно, хотя центр может быть указан верно.



Неверно находят k

При вычислении углового коэффициента путают числитель и знаменатель или забывают, что $x_1 \neq x_2$. Это приводит к неправильному наклону прямой.



Не проверяют ответ

После вычислений нужно подставить координаты обратно в уравнение. Такая проверка быстро показывает, совпадает ли результат с условием задачи.

Мини-примеры по теме

Короткие примеры показывают, как применять формулы без длинных вычислений и быстро проверять ответ.

Во всех примерах ответ можно подтвердить простой подстановкой координат, без построения подробного чертежа.

Задача	Ответ	Проверка
$O(0; 0), r=4$	$x^2+y^2=16$	$16=4^2$
$A(0; 4)$	лежит на окружности	$0^2+4^2=16$
$(0; 2), (2; 6)$	$y=2x+2$	$6=2\cdot 2+2$

Метод координат превращает рисунок в точные числа

Он помогает видеть геометрию через уравнения, быстро находить расстояния и пересечения, а также проверять ответы. Для школьника это удобный способ решать задачи аккуратно и уверенно.