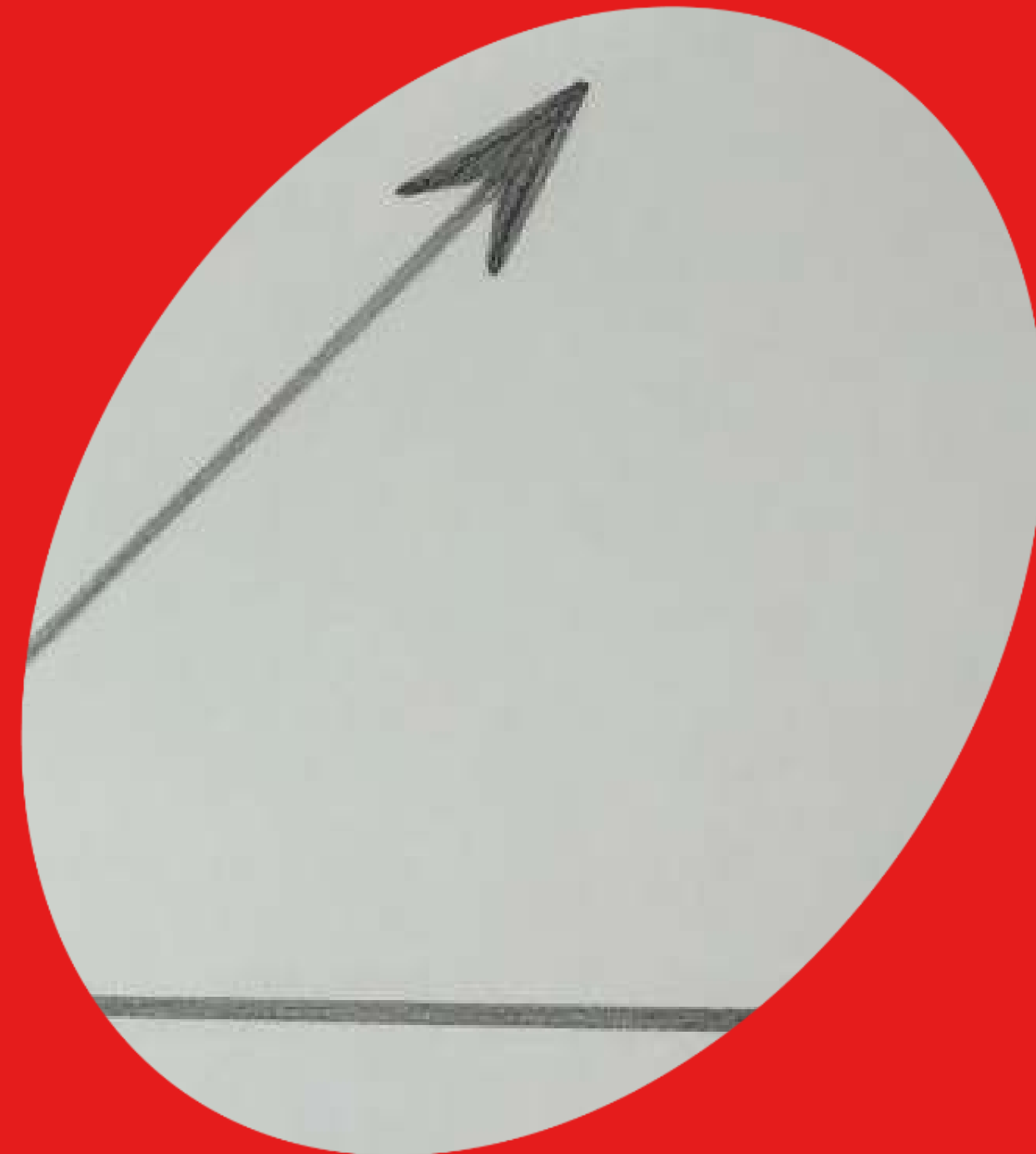


Координаты вектора: направление и длина на координатной плоскости

Разберём, как координаты описывают переход по осям x и y :
откуда куда и насколько.



Зачем нужны координаты вектора

В 7 классе вы уже читаете точки на координатной плоскости. Координаты вектора — это удобная запись перемещения от начальной к конечной точке: геометрия превращается в точные числа и помогает строить, сравнивать и вычислять длины.



Что такое вектор

1

Вектор — это направленный отрезок: у него есть начало и конец. Направление показывает, куда «смотрит» стрелка, а длина — насколько велико перемещение на плоскости.

2

Вектор записывают стрелкой над буквами: $\rightarrow AB$ или одной буквой: $\rightarrow a$. Такая запись сразу связывает направление с конкретной парой точек или с обозначением вектора.

3

Нулевой вектор имеет одинаковые начало и конец, поэтому его длина равна 0. Равные векторы сохраняют и длину, и направление, даже если находятся в разных местах плоскости.

Вектор на координатной плоскости

Как читаются начало и конец

На рисунке отмечают оси x и y , точки A и B и стрелку от A к B . Начало вектора задают координатами $(x_1; y_1)$, а конец — $(x_2; y_2)$, чтобы видеть смещение точно.

Почему появляются координаты вектора

Проекции вектора на оси показывают, насколько он смещается по горизонтали и вертикали: вправо или влево, вверх или вниз. Именно разность координат точек превращается в координаты самого вектора.



Примеры нахождения координат вектора

Координаты вектора находят как приращения по осям x и y : первая координата отвечает за x , вторая — за y .

Координаты вектора — это разности координат конца и начала: знаки «+» и «−» сразу отражают направление смещения по каждой оси.

Начало A	Конец B	Вычисление	Ответ $\rightarrow AB$
$A(1;2)$	$B(4;6)$	$(4-1; 6-2)$	$(3;4)$
$A(-2;5)$	$B(3;1)$	$(3-(-2); 1-5)$	$(5;-4)$
$A(0;0)$	$B(-3;2)$	$(-3-0; 2-0)$	$(-3;2)$

0

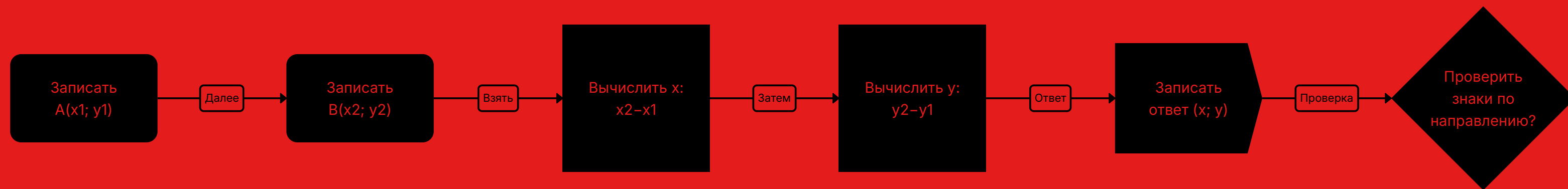
**Если разность координат равна нулю,
то смещения по соответствующей
оси нет.**

Для $A(x_1; y_1)$ и $B(x_2; y_2) \rightarrow AB = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$: первая координата — по x , вторая — по y .

Дефиниция разности координат в
координатной плоскости

Алгоритм нахождения координат вектора по точкам

Последовательно вычисляем разности координат конца и начала.



Сравнение координат и длины векторов

По разным парам координат получается разная длина: длина зависит от величин x и y , а не только от знаков.

Если увеличить оба модуля координат, модуль вектора растёт. Для нахождения длины применяют формулу $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Примеры из координатной геометрии: (3;4), (5;12), (8;15)



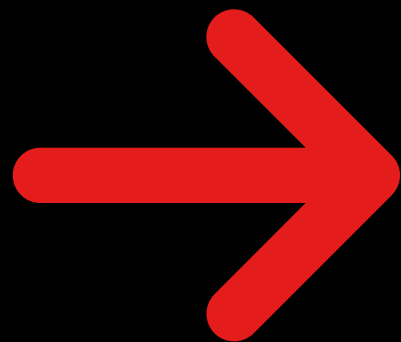
5

Модуль 5 означает длину вектора, какую бы сторону он ни выбирал.

Модуль вектора — это его длина.
Для $a = (x; y)$ $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$. При $a = (3; 4)$ получаем 5.

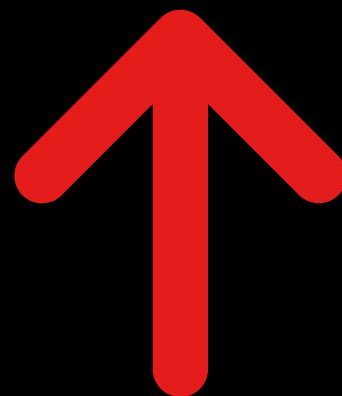
Формула длины вектора на координатной плоскости

Как знак координаты связан с направлением



x: вправо или влево

Первая координата показывает горизонтальное смещение: положительная — вправо, отрицательная — влево. Поэтому знак сразу говорит, куда нужно идти вдоль оси x.



y: вверх или вниз

Вторая координата отвечает за вертикальное смещение: положительная — вверх, отрицательная — вниз. По ней можно понять, меняется ли высота положения относительно оси y.



Пример: $(-2;3)$

Вектор $(-2;3)$ означает смещение на 2 клетки влево и на 3 клетки вверх. Знаки «-» и «+» вместе задают направление по каждой оси независимо.



Пример: $(4;-1)$

Вектор $(4;-1)$ соответствует движению на 4 клетки вправо и на 1 клетку вниз. Отрицательная вторая координата показывает, что вертикальный шаг направлен вниз.

Направление вектора по его координатам

Столбцы таблицы: координаты вектора, направление на плоскости, краткий смысл. (2;1) — вправо и вверх. (-3;0) — влево по оси x. (0;-4) — вниз по оси y. (-2;5) — влево и вверх. (6;-2) — вправо и вниз. Ключевой вывод: знак координат определяет направление движения по каждой оси. Краткая сноска: координатная плоскость, 7 класс.

По знакам легко определить, в какую сторону происходит смещение по каждой оси; по нулю видно, что движение по соответствующей оси отсутствует.

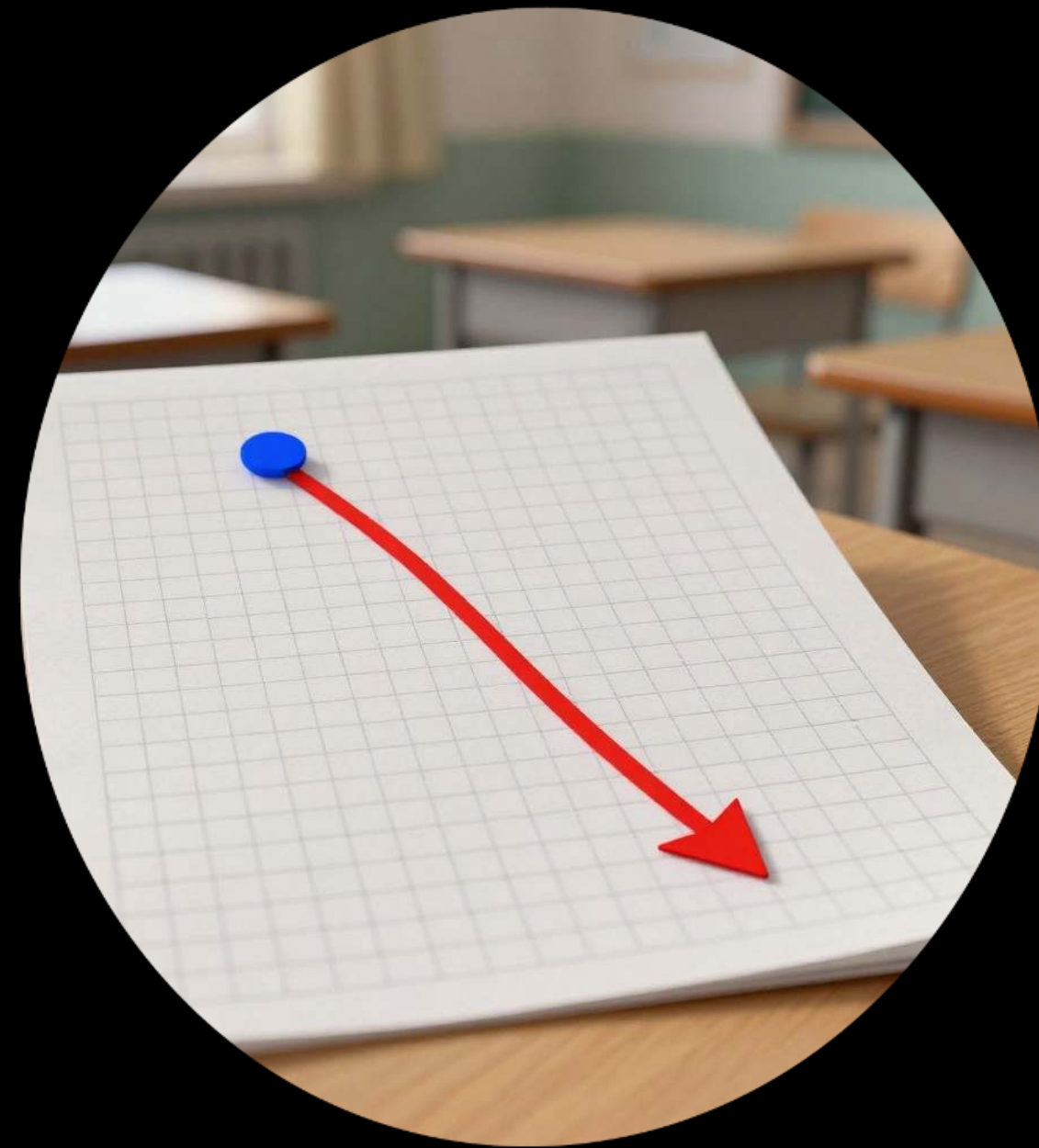
Упражнения по теме «Координатная плоскость», 7 класс.

Координаты вектора	Направление	Краткий смысл
(2;1)	вправо и вверх	+x, +y
(-3;0)	влево	-x
(0;-4)	вниз	-y
(-2;5)	влево и вверх	-x, +y
(6;-2)	вправо и вниз	+x, -y

Координаты вектора в жизненных ситуациях

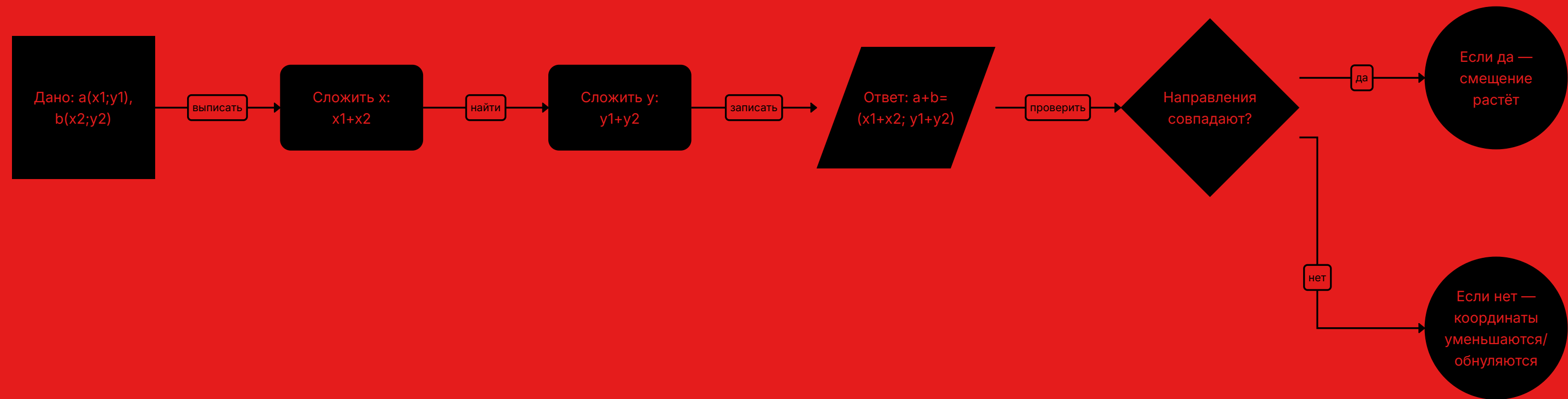
Маршрут по клетчатому полю удобно записывать как вектор: сначала отмечают старт и финиш, затем считают, сколько клеток пройдено вправо/влево и вверх/вниз. Так «на словах» движение превращается в точную пару чисел.

Точно так же задают команды в играх и для робота: вектор описывает переход без лишних подробностей. Стрелка показывает направление, а координаты — на сколько именно меняется положение по осям.



Сложение векторов по координатам

Схема отражает правила для $a=(x_1;y_1)$ и $b=(x_2;y_2)$ и вычисляет координаты суммы.



Вычитание векторов по координатам

1

Вычитание задают формулой $a - b = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$. Здесь x и y считаются отдельно: сначала разность первых координат, затем разность вторых.

2

После такого вычисления знак разности сразу подсказывает направление нового смещения по каждой оси. Если разность получилась со знаком «плюс», движение идёт в положительную сторону оси.

3

Такой подход помогает сравнивать два перемещения: например, можно понять, насколько одно движение «больше» или «меньше» другого по горизонтали и по вертикали.

4

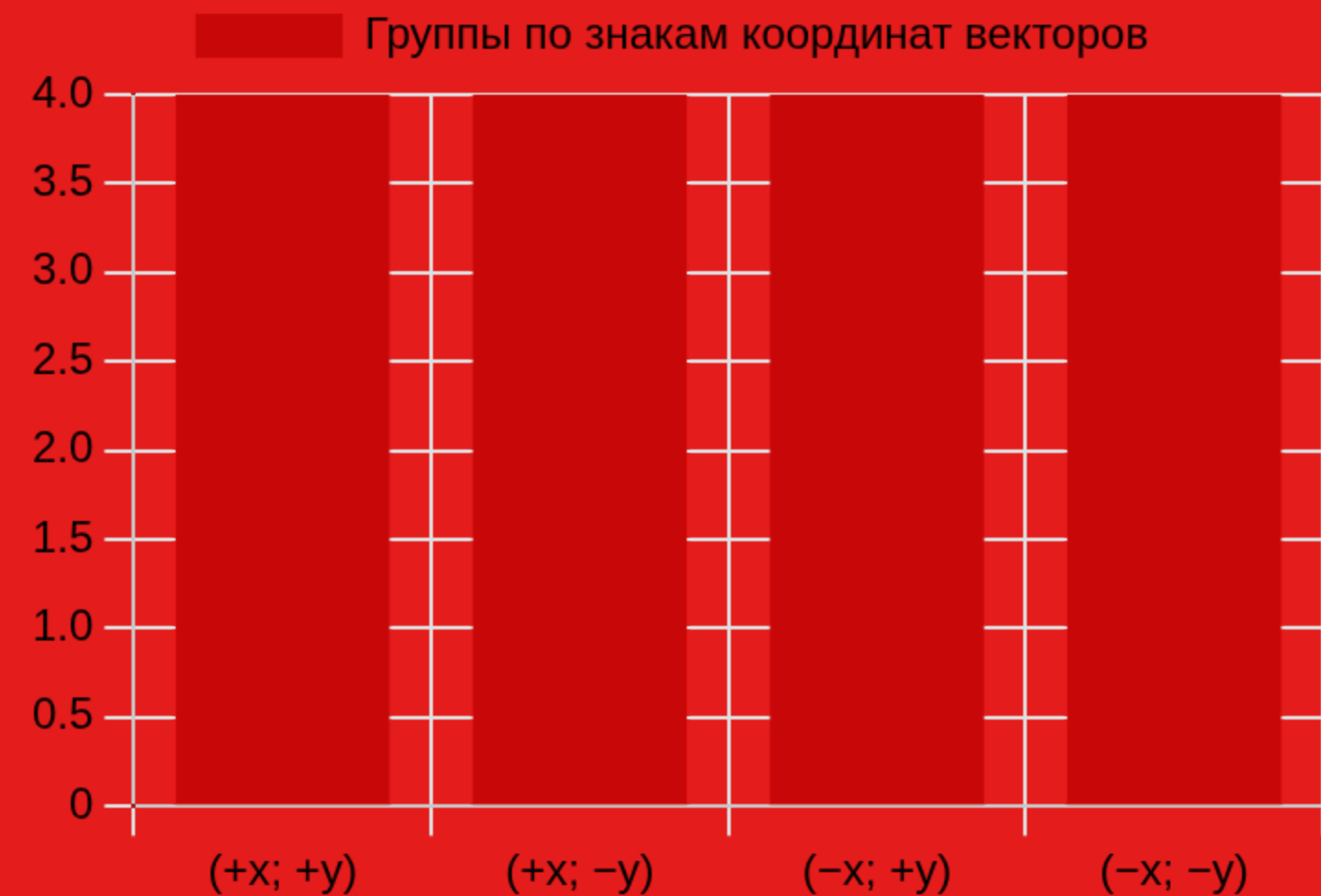
Если координата второго вектора больше соответствующей координаты первого, в результате появится отрицательное число по этой оси, и направление изменится.

Какие знаки встречаются у координат векторов

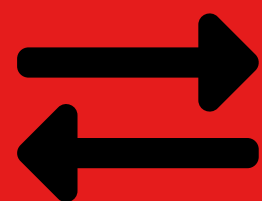
В диаграмме показано разбиение по знакам двух координат: в каждом случае направление определяется комбинацией «плюс» и «минус» по осям.

Ключевой вывод: координаты описывают не «сам факт наличия» вектора, а именно его направление по x и по y ; при изменении знака меняется ориентация.

Набор примеров по теме «Координатная плоскость», 7 класс.

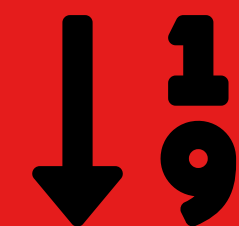


Типичные ошибки при работе с координатами вектора



Путают начало и конец

При нахождении координат вектора нужно вычитать координаты конца только после начала. Если поменять местами А и В, знаки по оси x и y изменятся и ответ станет неверным.



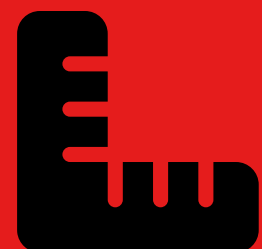
Меняют порядок вычитания

В формуле разности важно строго сохранить порядок: $x_1 - x_2$ и $y_1 - y_2$. Смена порядка вычитания приводит к другому вектору и обычно отражается на знаках.



Забывают про скобки у отрицательных чисел

Отрицательное число в вычислениях записывают в скобках: $3 - (-2) = 5$. Без скобок легко получить лишний минус и ошибиться в координатах.

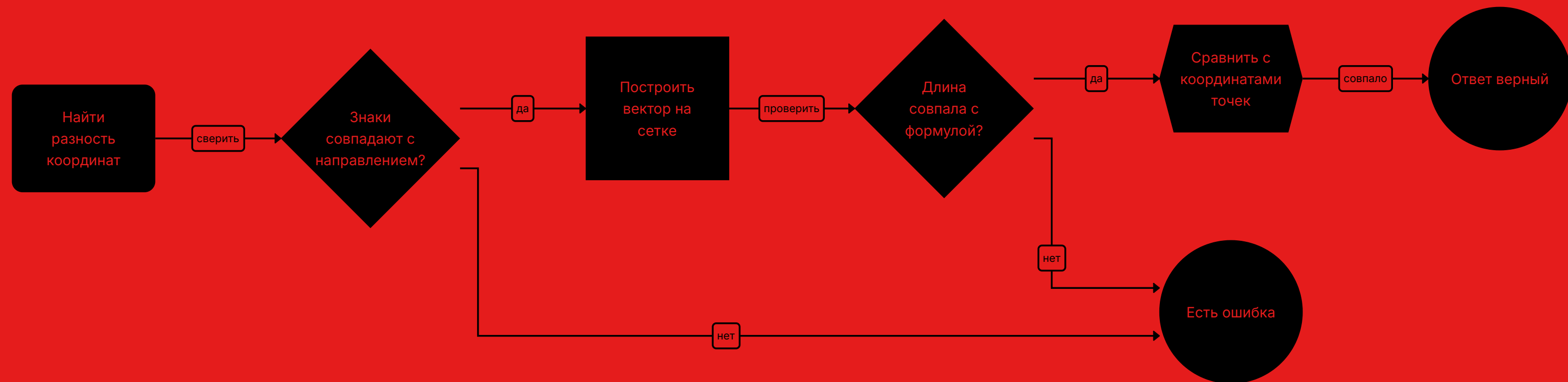


Путают формулу длины

Модуль считают по формуле $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Частая ошибка — складывать координаты без квадратов или заменять корень на другие операции, и тогда длина не совпадает.

Проверка ответа для вектора по точкам

Схема помогает убедиться, что вычислены и координаты, и направление вектора.



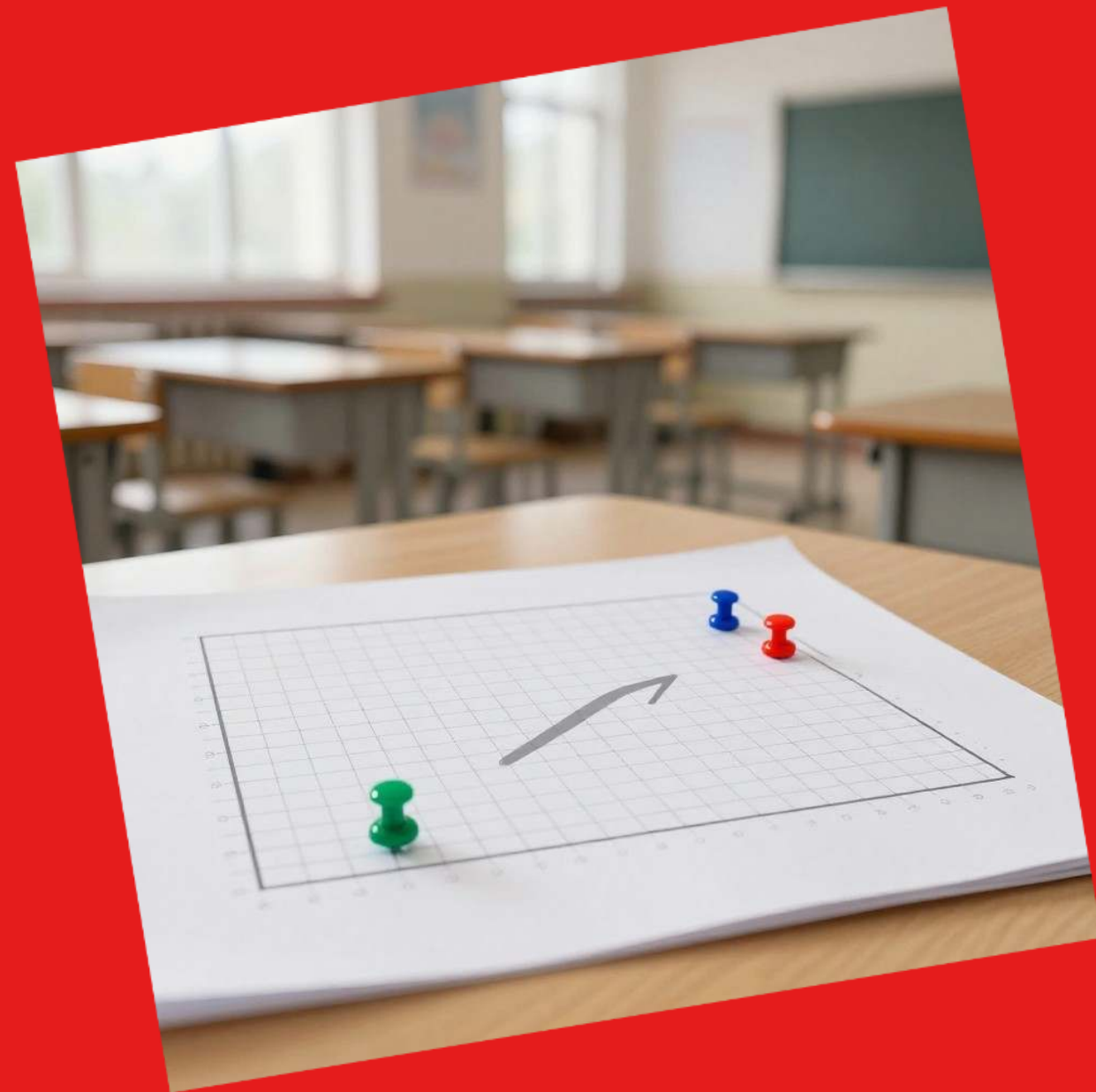
Задача на координаты вектора в прямоугольнике

1

Точки $A(1;2)$ и $B(6;5)$ заданы на координатной сетке в прямоугольной области. Координаты вектора $\rightarrow AB$ находим как $(6-1; 5-2)$, то есть получаем $(5;3)$.

2

Это означает смещение на 5 клеток вправо и на 3 клетки вверх. Для модуля используем $|\rightarrow AB| = \sqrt{5^2 + 3^2} = \sqrt{34}$, что позволяет проверить длину построенного вектора.



Главные формулы темы

Столбцы таблицы: понятие, формула, что показывает. Координаты вектора: $\rightarrow AB = (x_2 - x_1; y_2 - y_1)$. Модуль вектора: $|a| = \sqrt{x^2 + y^2}$. Сумма векторов: $a + b = (x_1 + x_2; y_1 + y_2)$. Разность векторов: $a - b = (x_1 - x_2; y_1 - y_2)$. Ключевой вывод: координаты позволяют точно записывать и быстро вычислять векторные действия. Краткая сноска: формулы для повторения перед самостоятельной работой. Если правильно выписать знаки и подставить координаты в формулы, можно быстро находить направление, длину, а также сумму и разность векторов.

Учебный материал по теме «Координаты вектора», 7 класс.

Понятие	Формула	Что показывает
Координаты вектора	$(x_2 - x_1; y_2 - y_1)$	смещение по осям
Модуль вектора	$\sqrt{x^2 + y^2}$	длину вектора
Сумма векторов	$(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$	общее смещение
Разность векторов	$(x_1 - x_2; y_1 - y_2)$	отличие перемещений

Что дает умение находить координаты вектора

Координаты вектора связывают рисунок на плоскости с точной числовой записью. Они помогают находить направление, длину, сумму и разность векторов, а также проверять правильность построений. Итог: вектор задаётся парой чисел, описывающих движение по осям.