

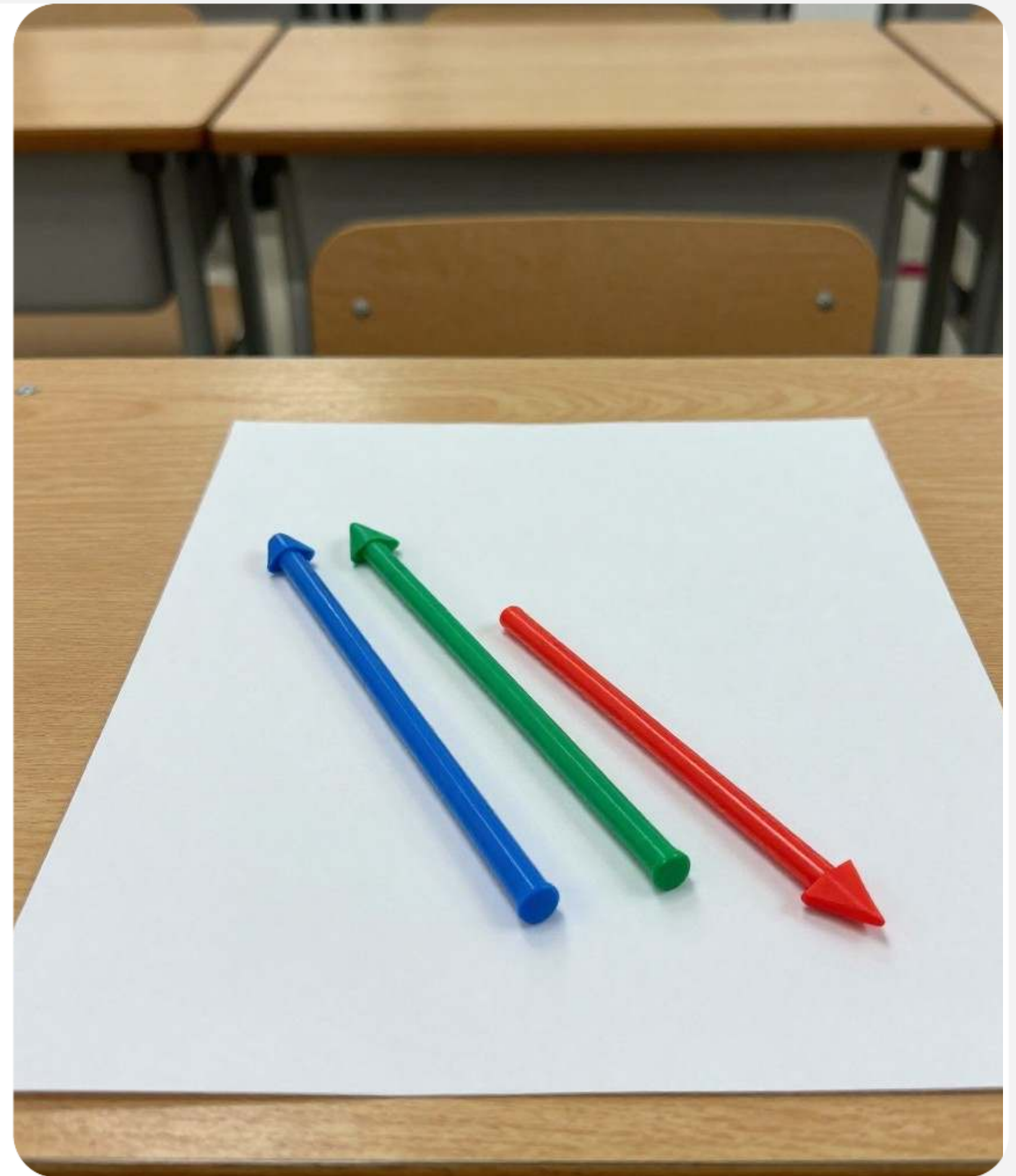
Разность векторов: основная идея и школьные примеры

Как вычесть один вектор из другого и не запутаться?



Что уже известно о векторах в 7 классе

Вектор — это направленный отрезок с длиной и направлением. Равные векторы совпадают по длине и направлению, где бы их ни нарисовали. Сложение изучают по правилу треугольника и параллелограмма, а разность помогает найти недостающий вектор.



Определение разности векторов

1

Обозначение

Разность векторов a и b записывают как $a-b$. Это новый вектор, который позволяет сравнить два направленных отрезка по их положению, длине и направлению.

2

Основное свойство

Если к разности прибавить вектор b , получится исходный вектор a : $(a-b)+b=a$. Именно это равенство и задаёт смысл вычитания векторов.

3

Переход между векторами

Разность показывает, каким должен быть вектор, чтобы перейти от b к a . Поэтому она удобна, когда нужно описать изменение, а не только сами векторы.

4

Смысл в задаче

Если два вектора отличаются направлением или длиной, разность собирает это различие в одном векторе. Так решение становится короче и нагляднее.

Противоположный вектор и запись разности

Что такое $-b$

Противоположный вектор к b обозначают $-b$. Он имеет ту же длину, что и b , но направлен в обратную сторону, поэтому образует с ним пару.

Связь с вычитанием

Разность удобно переписать как $a - b = a + (-b)$. Так вычитание превращается в сложение, а значит, можно применять уже знакомые правила построения.

Зачем это нужно на чертеже

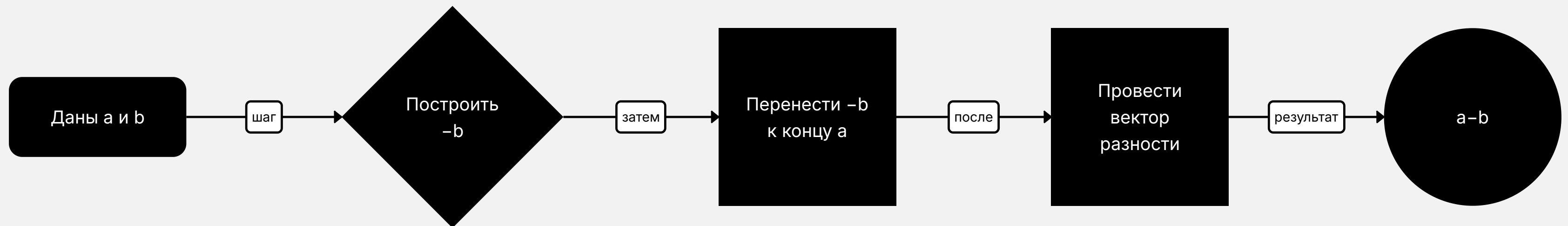
Когда мы заменяем b на $-b$, построение становится проще: достаточно добавить к вектору a вектор с обратным направлением и той же длиной.

Проверка смысла

Если результат сложить с b , получится a . Это помогает быстро проверить, правильно ли записана разность и верно ли выбран её знак.

Построение разности векторов на чертеже

Последовательность действий при графическом нахождении $a-b$.



Как выглядит разность на рисунке

Исходные векторы

На чертеже сначала показывают два данных вектора a и b . Важно видеть их длину и направление, потому что именно по этим признакам определяется дальнейшее построение разности.

Противоположное направление

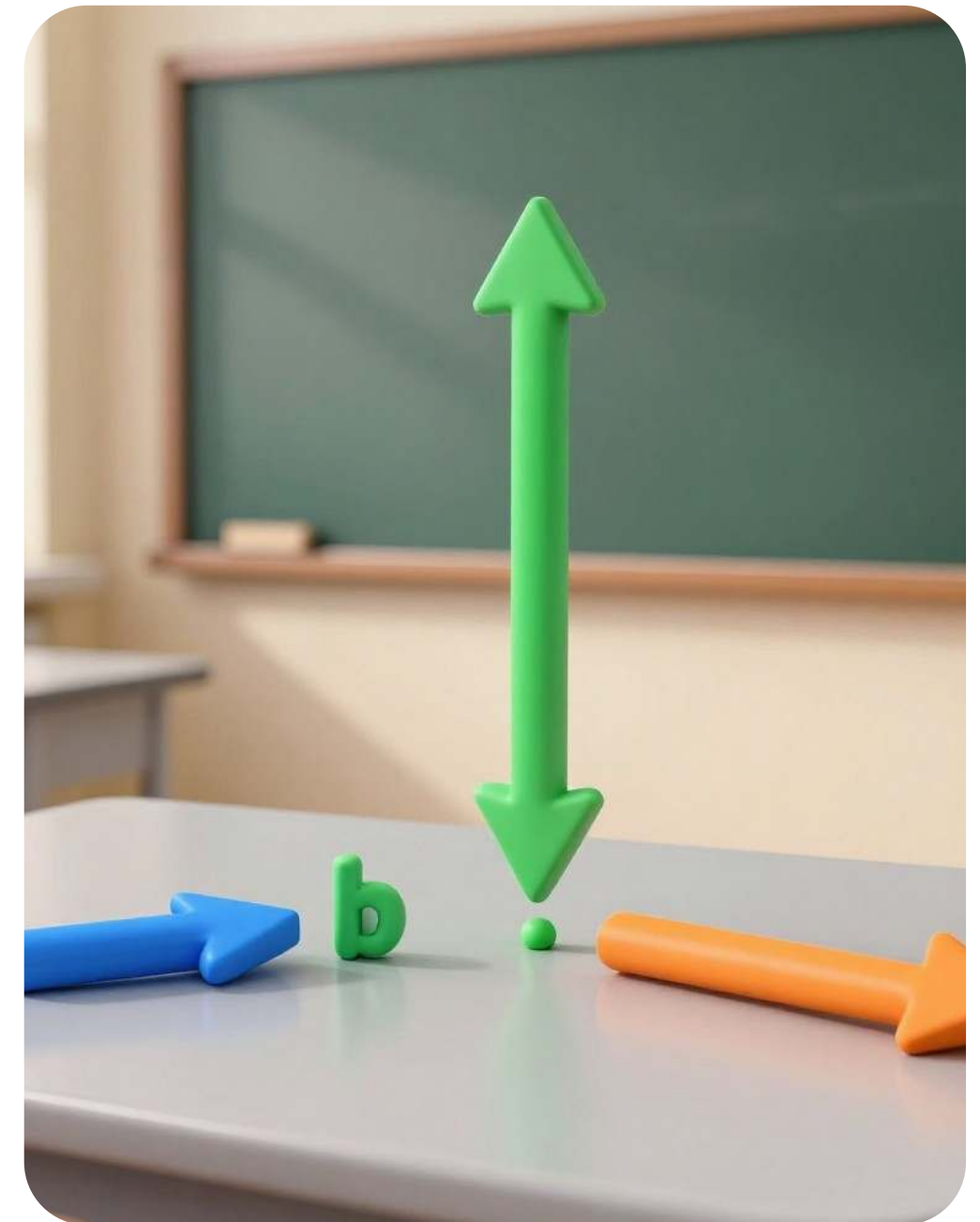
Затем строят вектор $-b$ той же длины, но в обратную сторону. Он помогает заменить вычитание на сложение и сделать рисунок более удобным для чтения.

Главная стрелка

Итоговый вектор проводят от начала a к концу $-b$. Эта стрелка и есть разность, потому что она показывает переход от одного вектора к другому.

Что показывает ответ

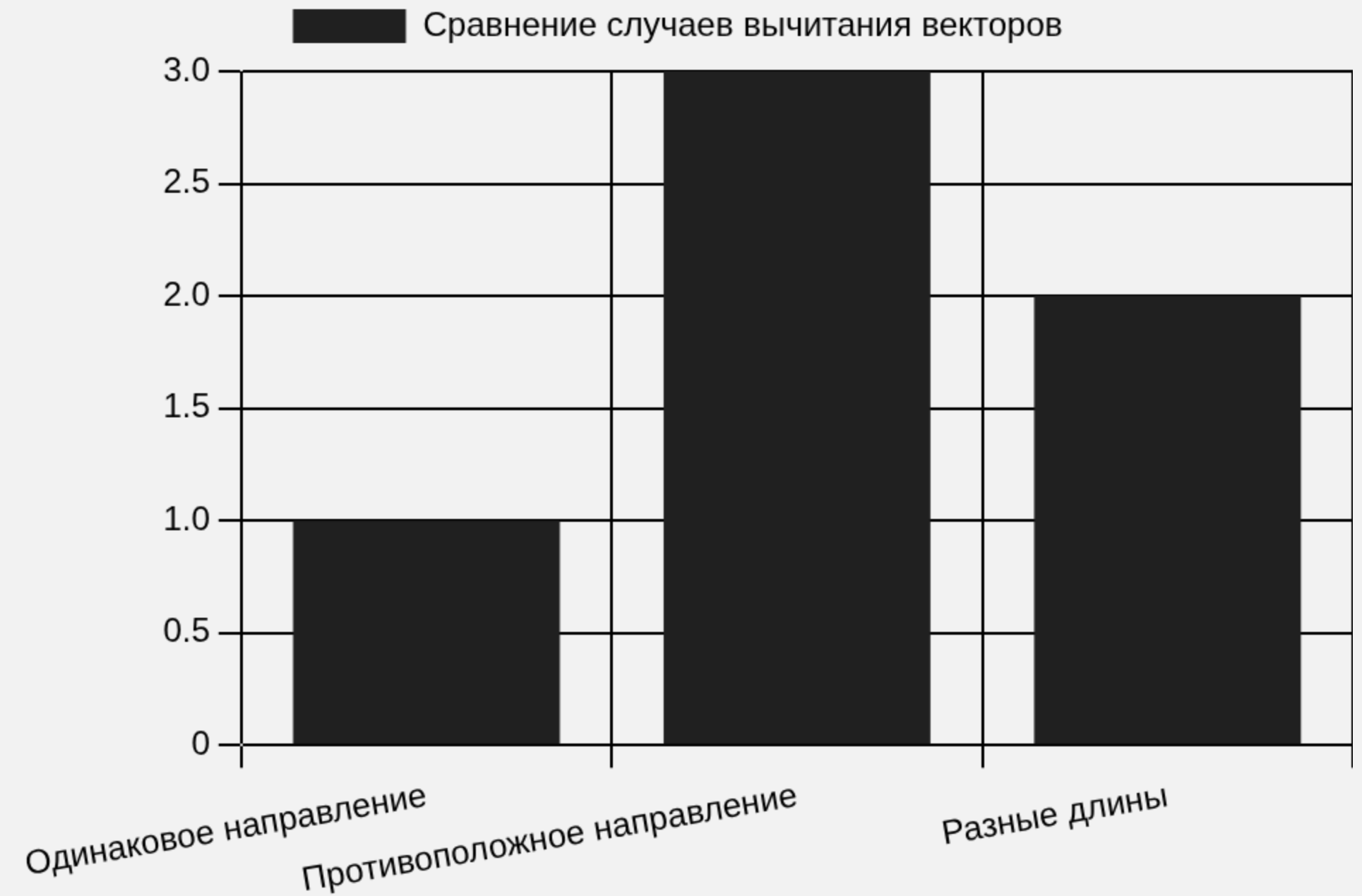
На рисунке результат сразу виден без формул: можно оценить, куда направлен вектор и насколько он длинный. Это особенно полезно в школьных геометрических задачах.



Что происходит при вычитании векторов

Диаграмма помогает сравнить не сами числа, а характер изменения: направление может усилить или уменьшить результат.

Если векторы направлены по-разному, разность меняется заметнее; при совпадающих направлениях результат обычно выглядит короче.



2

координаты вычитают отдельно в плоскости

Координатная запись векторов в школьном курсе
геометрии

В координатной записи вектора на плоскости учитывают именно две координаты: x и y . Поэтому разность находят покомпонентно, без построения чертежа.

Примеры вычисления по координатам

В каждом примере координаты вычитаются отдельно, а знаки чисел нужно учитывать внимательно.

Во всех строках работает одно правило: каждая координата обрабатывается отдельно, поэтому важны и числа, и их знаки.

a	b	a-b
(5; 2)	(1; -3)	(4; 5)
(-2; 6)	(4; 1)	(-6; 5)
(0; 4)	(-3; 4)	(3; 0)

Связь разности векторов с перемещением точек



От точки к точке

Если известны положения A и B , то вектор AB показывает переход из одной точки в другую. Разность координат прямо задаёт это перемещение на плоскости.



Длина отрезка

Разность векторов помогает не только указать путь, но и сравнить расстояние между точками. По ней видно, насколько сильно изменилось положение объекта.



Направление движения

Вектор BA направлен обратно к AB , поэтому $a-b$ и $b-a$ отличаются только направлением. Это удобно при описании движения в задачах на координатной плоскости.

Частые ошибки при вычитании векторов

Смотрят только на длину

Иногда ученики сравнивают лишь длины векторов и забывают о направлении. Но при вычитании важно учитывать обе характеристики сразу, иначе получается неверный результат и теряется смысл операции.

Путают знак минус

Знак минус перед вектором означает изменение направления на противоположное. Если этого не заметить, то построение разности на чертеже будет выполнено неправильно, даже при верных исходных данных.

Меняют местами порядок

Записи $a-b$ и $b-a$ не равны: они дают противоположные векторы. Ошибка в порядке вычитания полностью меняет ответ, поэтому нужно внимательно следить за тем, какой вектор вычитается.

Невнимательны к координатам

При работе с координатами часто забывают вычитать каждую координату отдельно и правильно учитывать знаки чисел. Из-за этого даже простые примеры могут привести к неверному вектору разности.



Сравнение $a-b$ и $b-a$

В этом примере одинаковая длина не означает одинаковое направление: векторы являются зеркальными по смыслу и меняются местами только в порядке вычитания.

Равные значения показывают одинаковую длину, а противоположность записей — обратное направление. Меняется не величина, а ориентация вектора.



0

**получается, когда сравниваемые
векторы полностью совпадают**

Свойство разности векторов: $a - a = 0$

Нулевой результат означает, что между векторами нет различия ни по направлению, ни по длине. В таком случае разность показывает полное совпадение.

Разность векторов на координатной плоскости

1

Задаём точки

Сначала отмечают две точки на координатной плоскости и записывают их координаты. Именно по ним можно определить, какой переход описывает вектор и в каком направлении он направлен.

2

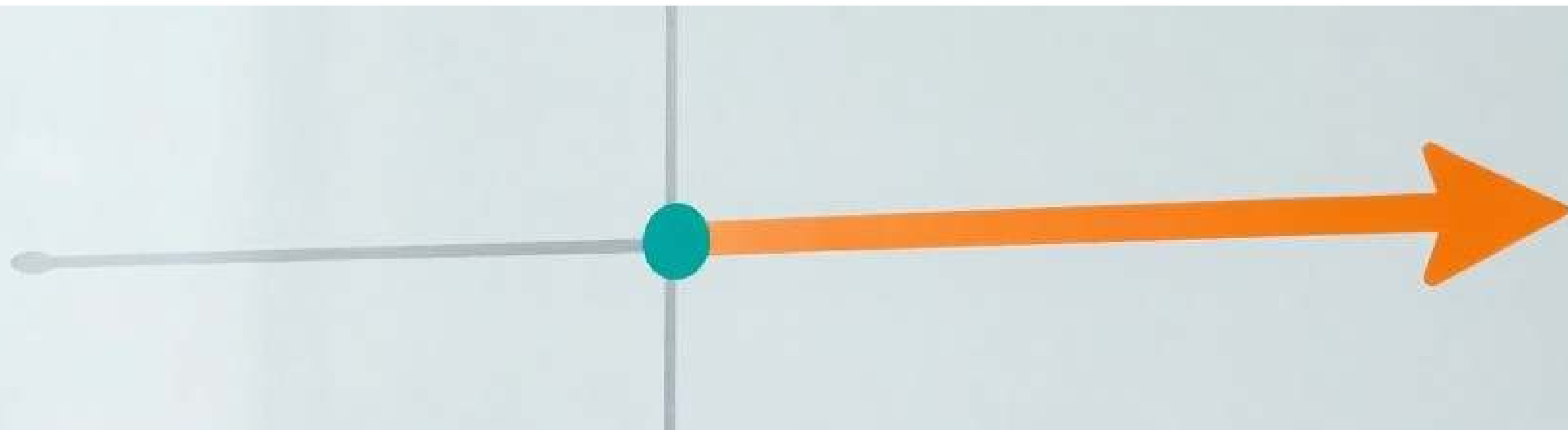
Строим переход

Затем проводят стрелку от начальной точки к конечной. Этот вектор показывает перемещение между двумя положениями и соответствует разности координат по каждой оси отдельно.

3

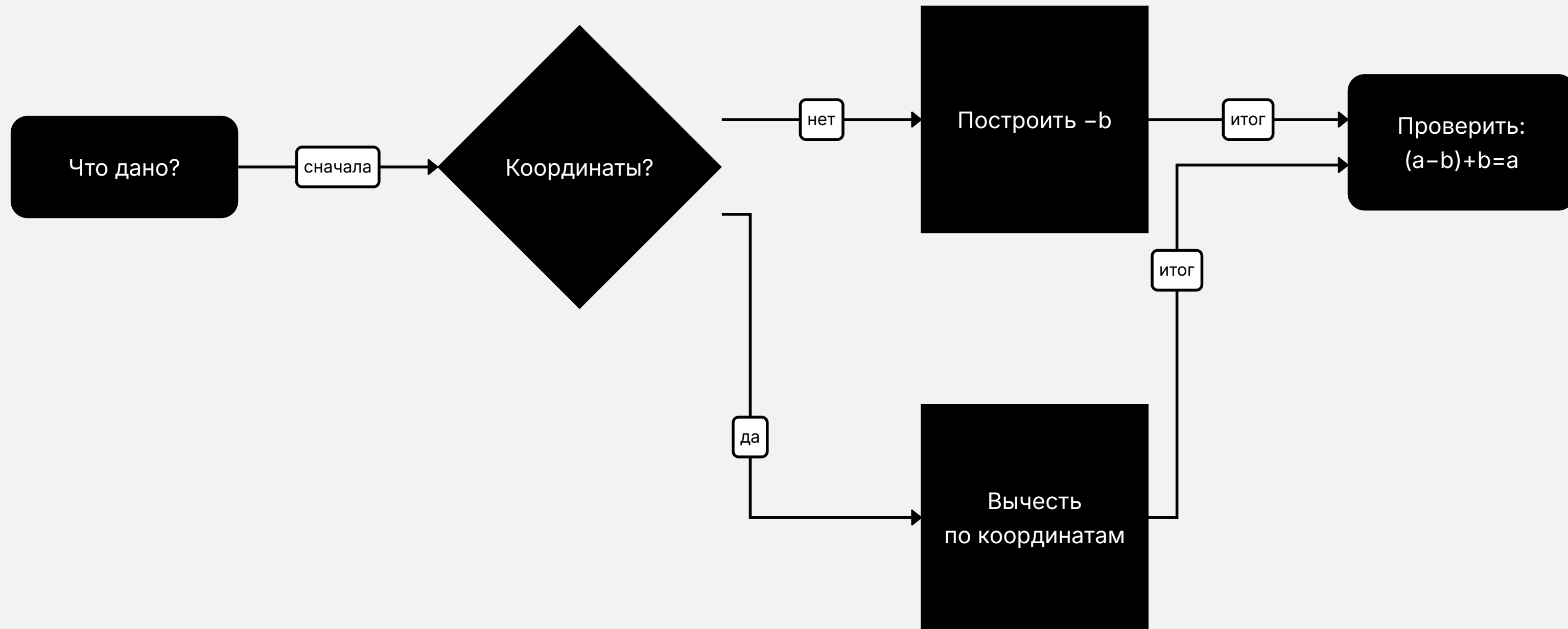
Читаем результат

После построения удобно проверить ответ по координатам: разность абсцисс и разность ординат дают координаты искомого вектора. Так чертёж и вычисления подтверждают друг друга.



Как найти разность вектора

Алгоритм подходит и для чертежа, и для координатной записи



Разность векторов в математике и физике



Геометрия

В геометрии разность векторов помогает находить переход от одной точки к другой, сравнивать направления и описывать положение фигур на плоскости без лишних построений.



Координаты

В координатной записи разность вычисляют по каждой оси отдельно. Это ускоряет решение задач, где нужно получить точный ответ без чертежа или измерений.



Движение

В задачах на движение разность показывает изменение положения или скорости. Так удобно описывать ситуацию, когда объект меняет направление или начинает двигаться быстрее.



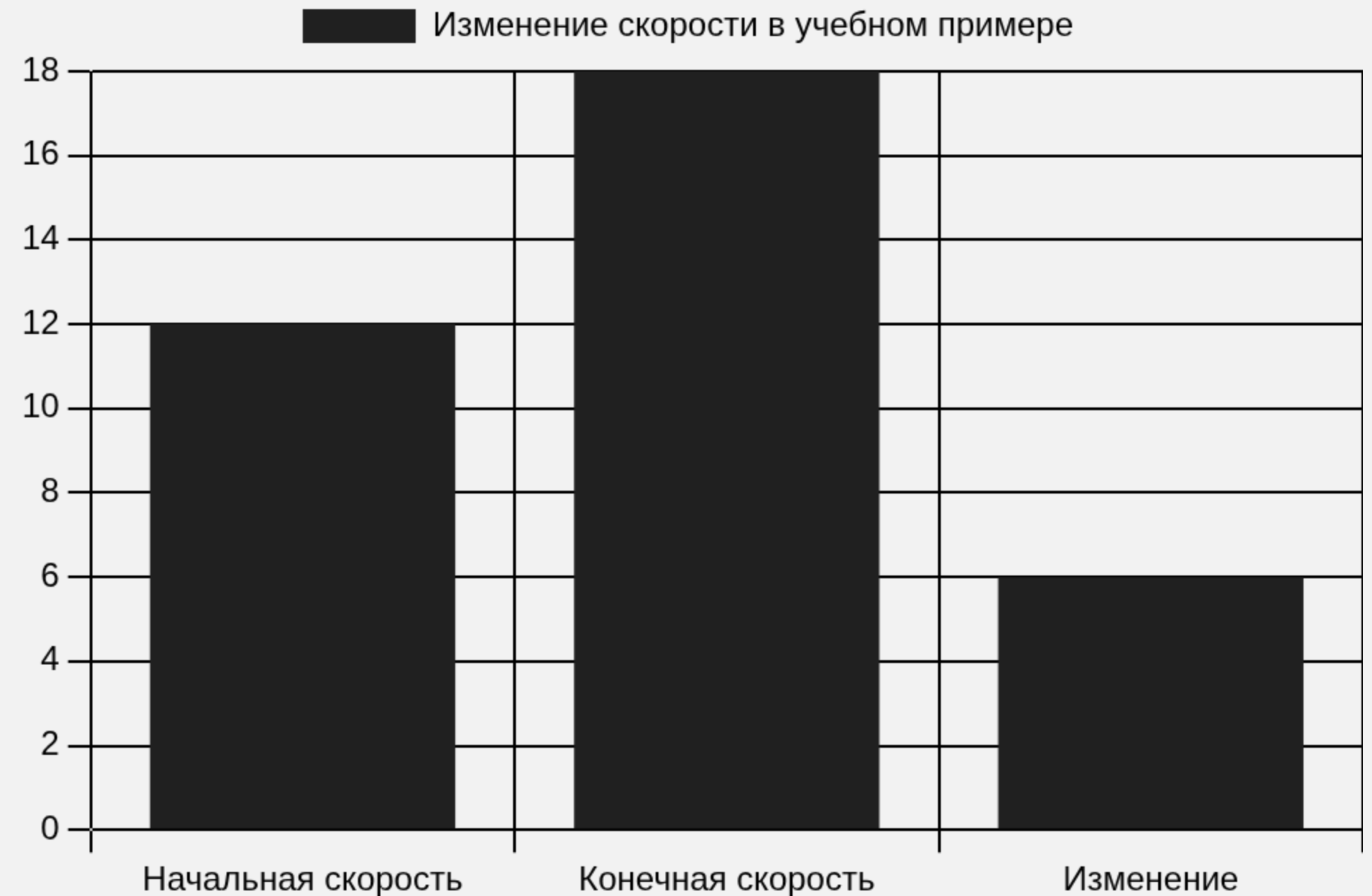
Физика

В физике разность векторов используется для описания изменения скорости, перемещения и других величин, у которых важны не только размер, но и направление.

Изменение скорости как пример разности

На таком графике удобно видеть, как разность отражает не саму скорость, а её изменение за выбранный промежуток времени.

Если конечная скорость больше начальной, разность положительна и показывает ускорение движения. Такой способ записи помогает сравнивать изменения наглядно.



Основные свойства разности векторов

Выражение	Результат	Смысл
$a - 0$	a	не меняется
$0 - a$	$-a$	противоположный вектор
$a - a$	0	полное совпадение
$a - b$	$a + (-b)$	замена сложением

Эти свойства помогают упрощать выражения и быстро проверять ответы в задачах.

Нулевой вектор и противоположный вектор — ключевые ориентиры. Если помнить замену вычитания сложением, легче избежать ошибок и упростить вычисления.

Где встречается разность векторов в школьных задачах

1

Геометрические построения

Разность используют, когда нужно получить новый вектор по двум данным, сравнить отрезки или показать перемещение между точками на рисунке без лишних вычислений.

2

Координатная плоскость

В задачах с координатами разность помогает быстро находить вектор по формуле и проверять, совпадает ли чертёж с вычислениями по данным точек.

3

Движение объектов

При решении задач на движение разность показывает изменение положения, скорости или направления. Это делает описание ситуации короче и точнее, чем обычный текст.

4

Физические ситуации

В простых физических примерах разность векторов помогает описывать изменение скорости, смещение и результат действия сил. Поэтому тема полезна не только в геометрии.

Что важно запомнить о разности векторов

Разность векторов удобнее всего понимать как сложение с противоположным вектором. Если освоить это правило, задачи на чертежах, координатах и в жизненных примерах становятся гораздо понятнее.