



Подобие фигур

Одинаковая форма, разные размеры — основа многих геометрических задач.



Подобие в жизни

Подобие помогает читать карты, понимать чертежи и находить недоступные размеры через треугольники и пропорции.



Зачем нужно подобие



- **Масштаб и планы**
На карте и плане класса видно, как один и тот же объект можно уменьшить, не меняя его формы. Именно поэтому подобие связано с масштабом.
- **Модели объектов**
Модель самолёта или здания показывает, как удобно изучать реальные объекты через уменьшенную копию. По ней можно сравнивать размеры и проверять пропорции.

- **Удобные для вычислений**
Треугольники особенно важны в задачах на недоступные расстояния: по ним находят высоту, ширину и другие длины, которые нельзя измерить напрямую.

Определение подобных фигур

.1

Одна форма

Подобные фигуры имеют одну и ту же форму: их углы попарно равны, поэтому общий вид остаётся одинаковым, даже если размеры различаются.

.2

Пропорциональные стороны

Соответствующие стороны подобных фигур пропорциональны. Это значит, что все изменения размеров происходят в одном и том же отношении.

.3

Разный размер

Фигура может быть больше или меньше, но её очертания сохраняются. На рисунках это особенно заметно у треугольников одинакового вида.

.4

Точное соответствие

Чтобы не ошибиться, важно заранее определить, какие вершины, стороны и углы соответствуют друг другу. Без этого нельзя правильно сравнить фигуры.

.1

Что показывает k

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз одна фигура больше другой. Он связывает соответствующие стороны и помогает быстро сравнивать размеры.

.2

Как меняются стороны

Если коэффициент равен 2, все соответствующие стороны увеличиваются вдвое. Если он равен $1/3$, фигура уменьшается в три раза.

.3

Откуда брать k

Значение k всегда берут по соответствующим элементам. Поэтому сначала нужно правильно сопоставить стороны, а уже потом выполнять вычисления.

Коэффициент подобия k

Что сохраняется при подобии

Сохраняются углы

При подобии сохраняются все соответствующие углы. Именно это позволяет узнавать одинаковую форму даже тогда, когда одна фигура больше другой.

Меняются длины

Длины сторон меняются пропорционально: каждая из них умножается на один и тот же коэффициент. Поэтому отношения сторон остаются равными.

Что важно в задачах

Ориентация фигуры обычно сохраняется, но в некоторых случаях возможно зеркальное расположение. В школьных задачах главное — правильные соответствия элементов.

Равные и подобные: в чём разница



Равные фигуры

Равные фигуры совпадают и по форме, и по размеру. Если одну можно наложить на другую без изменений, то они равны.



Подобные фигуры

Подобные фигуры могут иметь разные размеры, но одинаковую форму. Поэтому два квадрата разной стороны подобны, хотя не равны.

Подобие треугольников: соответствие элементов

.1

Определяем вершины

Сначала нужно обозначить, какие вершины соответствуют друг другу. Обычно это делают одинаковым порядком записи, например $\triangle ABC$ и $\triangle A_1B_1C_1$.

.2

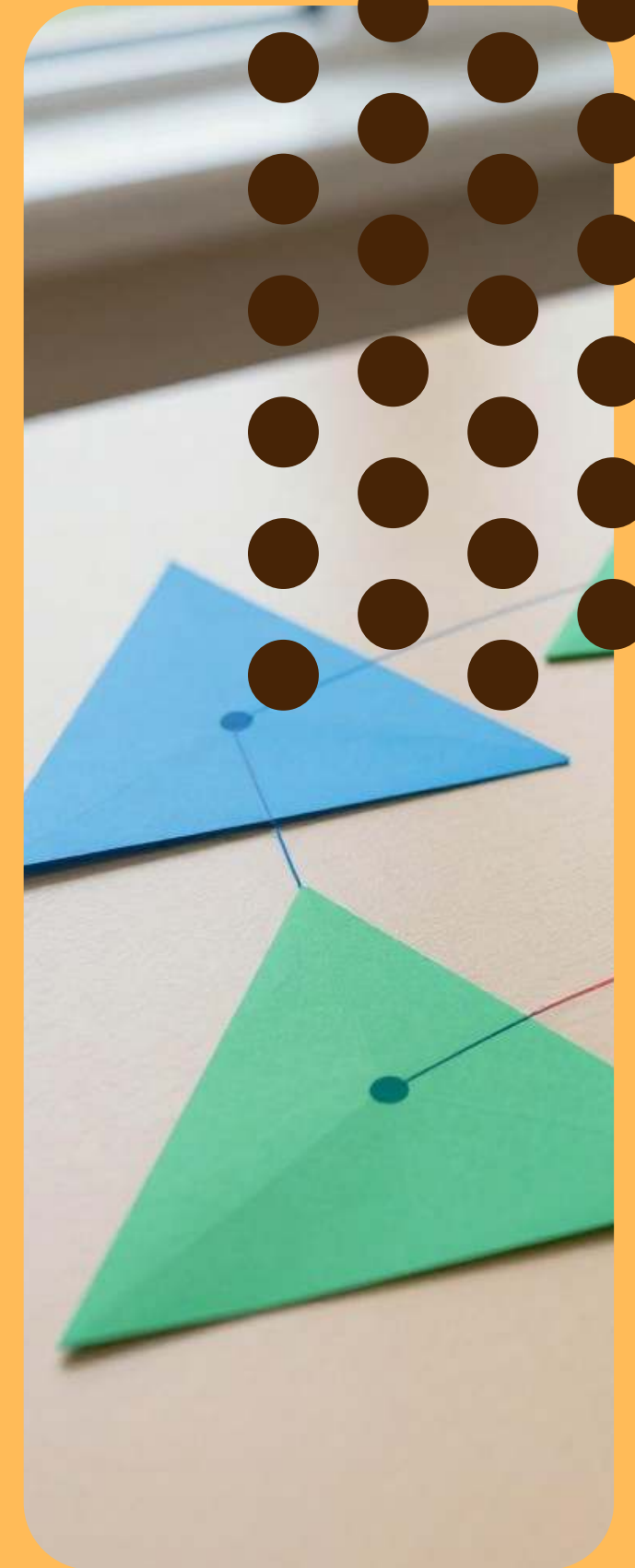
Сопоставляем элементы

После этого сопоставляют стороны и углы. Если перепутать порядок, коэффициент подобия получится неверным, и решение задачи сойдётся.

.3

Готовим решение

Правильная запись соответствий сразу показывает, какие отношения можно составлять. Это экономит время и помогает избежать ошибок в вычислениях.



.1

Два равных угла

Если два угла одного треугольника равны двум углам другого, то треугольники подобны. Для доказательства этого уже достаточно.

.2

Третий угол

Третий угол совпадает автоматически, потому что сумма углов треугольника всегда одинакова. Поэтому проверять его отдельно не требуется.

.3

Где применяется

Этот признак особенно полезен в задачах с параллельными прямыми, где равные углы появляются из свойств накрест лежащих и соответственных углов.

Признак подобия AA

2

**отношения сторон и угол между
ними**

Два равных отношения сторон
и угол между ними дают
надёжный признак подобия.

Школьный курс геометрии

3

**пары сторон позволяют доказать
подобие по признаку SSS.**

Три пары пропорциональных
сторон — достаточно, чтобы
установить подобие
треугольников без измерения
углов.

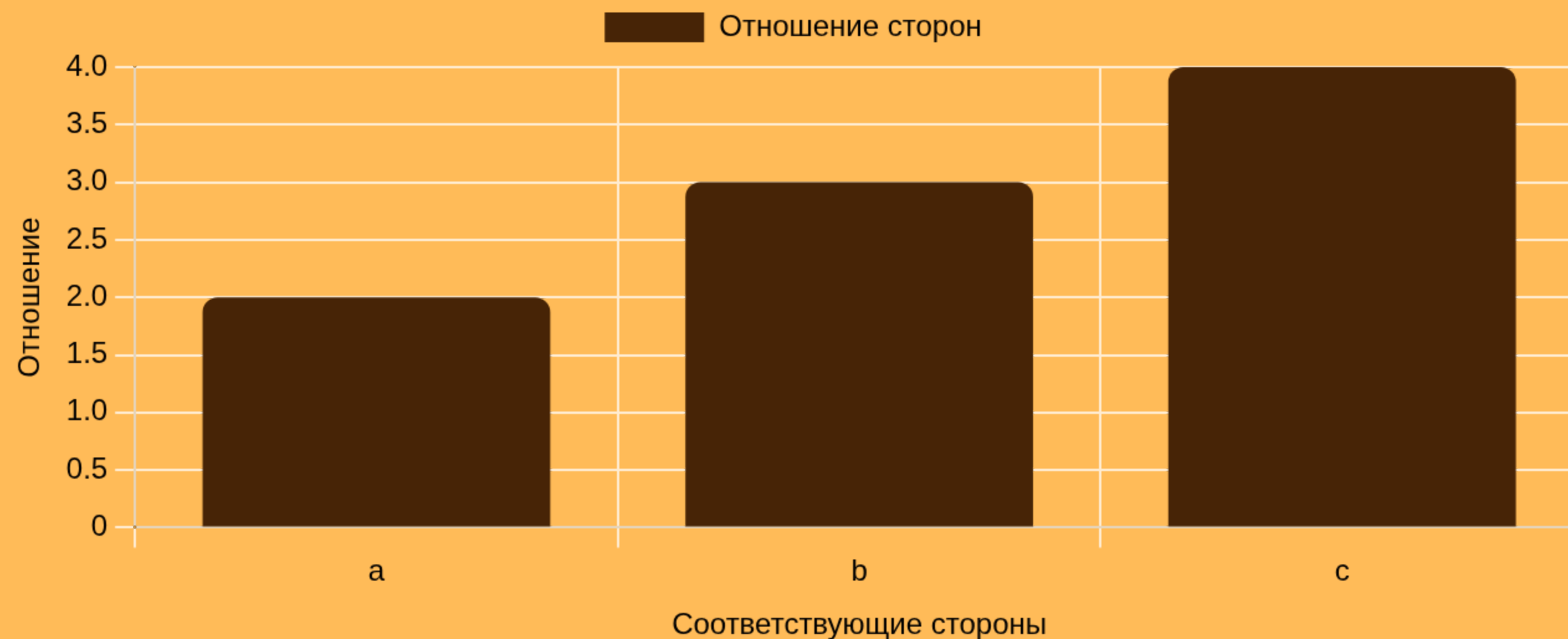
Геометрия, признак подобия SSS

Следствие: пропорциональность сторон

Для подобных треугольников отношения соответствующих сторон одинаковы, поэтому одна известная пара задаёт весь набор длин.

Равные значения показывают пропорциональность: зная одну сторону, можно восстановить остальные через коэффициент подобия.

Учебная схема по теме подобия треугольников

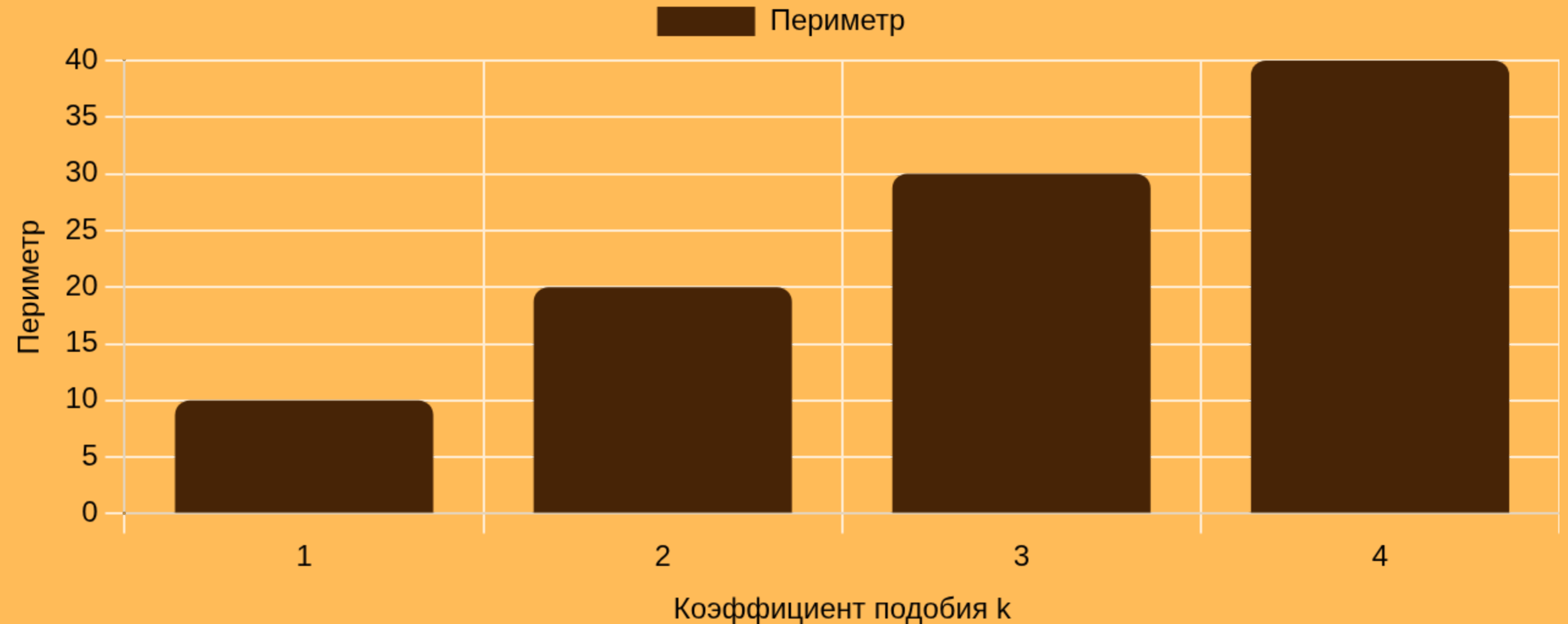


Как меняются периметры

Периметр — это сумма всех сторон, поэтому при одинаковом коэффициенте подобия он изменяется так же, как любая отдельная длина.

Рост периметра линейный: если фигура увеличилась в k раз, то и её периметр увеличился в k раз.

Учебная схема по теме подобия треугольников

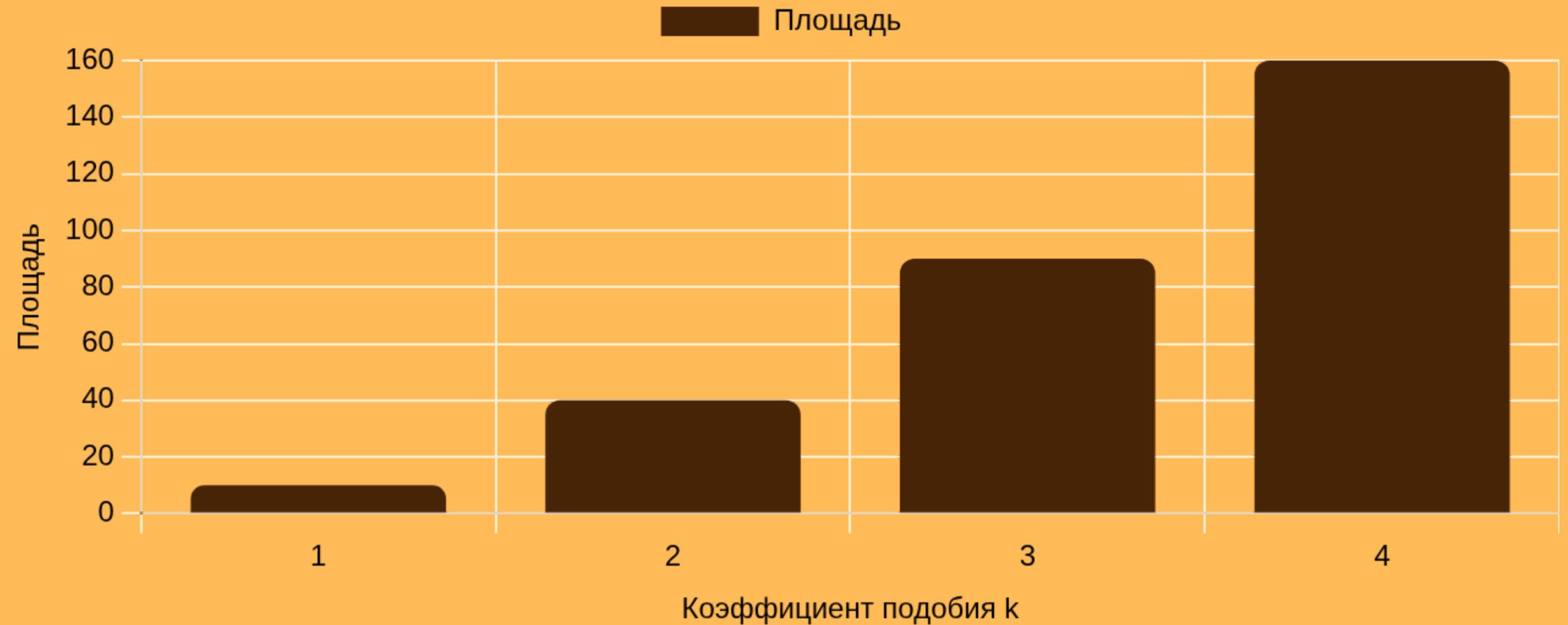


Как меняются площади

Площадь зависит сразу от двух измерений, поэтому её изменение заметно быстрее, чем изменение длин или периметра.

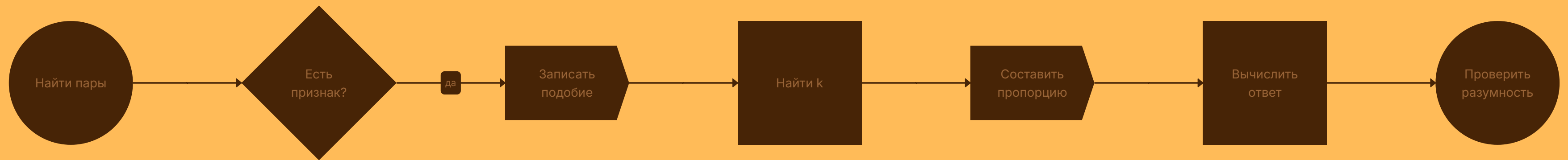
Зависимость квадратичная: при увеличении сторон в k раз площадь возрастает в k^2 раз.

Учебная схема по теме подобия треугольников



Алгоритм решения

Последовательность шагов для задач на подобие треугольников



12 см

— длина большей стороны
в подобном треугольнике.

Коэффициент подобия равен
отношению соответствующих
сторон. В задаче он помогает
перейти от известной стороны
к неизвестной без лишних
вычислений.

Учебная задача по теме подобия

Практика 2: периметр и площадь

Одинаковый коэффициент подобия по-разному влияет на линейные и площадные величины: это удобно сравнивать в одной таблице.

Периметр растёт пропорционально сторонам, а площадь — в квадрате коэффициента подобия. Поэтому числа изменяются не одинаково.

Учебная задача по теме подобия

Величина	Меньший	Больший
Периметр	18 см	45 см
Площадь	20 см ²	125 см ²

70°

— таков третий угол, если два других равны 40° и 70° .

Два равных угла сразу дают признак АА. После этого остаётся лишь найти коэффициент подобия по сторонам и продолжить решение.

Учебная задача по теме подобия

Масштаб на картах и чертежах



Что означает масштаб

Масштаб показывает, во сколько раз изображение меньше или больше реального объекта. По нему можно сразу переходить от сантиметров на чертеже к настоящим размерам.

Где применяется

Карта и план

Ещё примеры

Чертёж и модель

Подобие: формула уверенного решения

Подобие помогает видеть общую форму за разными размерами и уверенно решать задачи на стороны, периметры, площади и масштаб. Если помнить признаки и коэффициент, путь к ответу становится понятным.