

Связи между величинами и функция

Функция помогает описывать зависимость одной величины от другой.



Почему важно изучать зависимости

Зависимости встречаются в математике, физике и жизни: они помогают сравнивать значения, строить графики, заполнять таблицы и находить неизвестные данные по известным.



Что такое зависимость величин

Одна величина меняется

Зависимой называют величину, значение которой изменяется при изменении другой величины. Она не задаётся отдельно, а определяется выбранным условием или правилом.

Независимая величина

Независимую величину задают первой. Её часто обозначают буквой x , потому что именно от неё начинают вычисление или наблюдение зависимости.

Зависимая величина

Зависимую величину обычно обозначают буквой y . Её значение получают после того, как известно x , поэтому она отражает результат действия правила.

Примеры из жизни

Стоимость тетрадей зависит от их количества, пройденный путь — от времени, а масса воды — от объёма. Такие связи легко увидеть в реальных ситуациях.



Таблица значений функции

По таблице можно заметить правило изменения величины и проверить, что каждому x соответствует одно значение y .

При увеличении x на 1 значение y увеличивается на 2; зависимость однозначная и повторяется по правилу.

x	y
1	2
2	4
3	6
4	8

Функция на примерах из жизни

Покупка тетрадей

Если цена одной тетради известна, общая стоимость зависит только от количества купленных тетрадей. При одинаковой цене правило расчёта остаётся неизменным.

Движение вперёд

Когда скорость постоянна, путь зависит от времени: чем дольше движение, тем больше расстояние. Это удобный пример для подсчётов и проверки формул.

Одинаковые предметы

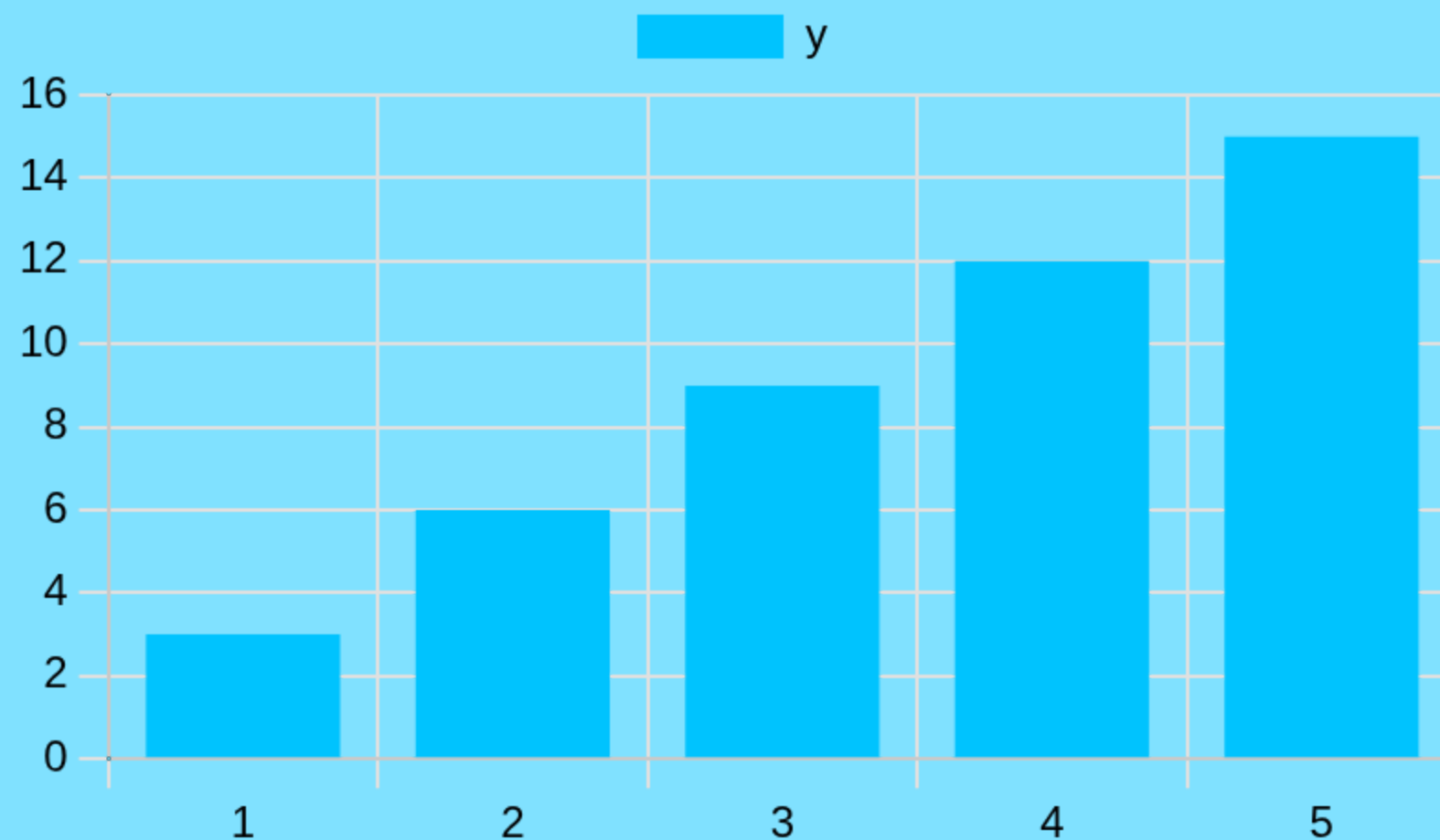
Масса набора одинаковых предметов зависит от их числа. Если масса одного предмета известна, можно быстро найти общую массу без лишних измерений.



Линейное увеличение значений

Здесь видно не только рост, но и одинаковый шаг между соседними значениями, что удобно для распознавания закономерности.

Каждому следующему x соответствует значение y на 3 больше; зависимость имеет постоянный прирост и выглядит упорядоченно.



Учебный набор значений: $x = 1, 2, 3, 4, 5$; $y = 3, 6, 9, 12, 15$

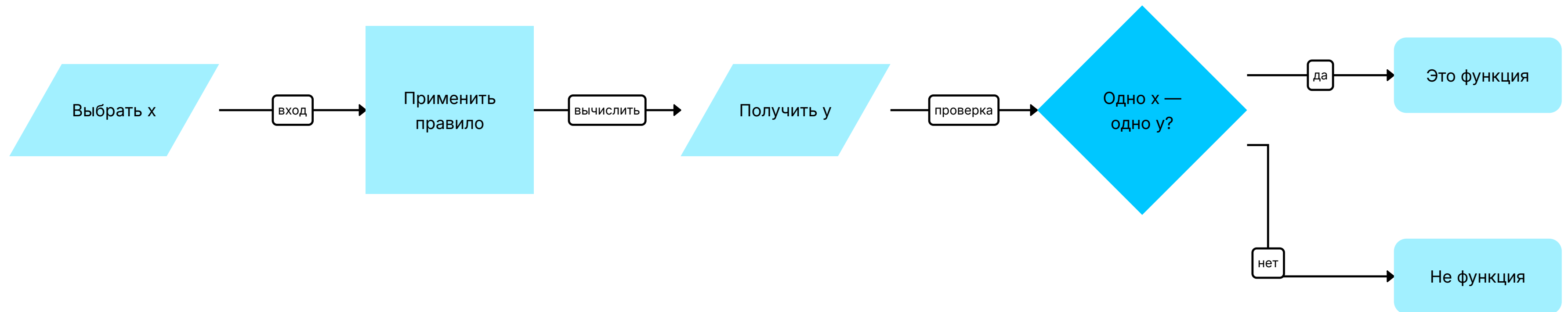
Это главное правило функции: каждому аргументу соответствует ровно один результат. Именно по этому признаку зависимость отличают от случайного набора чисел.

1

***значение y соответствует
каждому выбранному x .***

Проверка: это функция или нет?

Схема помогает проверить таблицу, формулу или словесное описание зависимости.



Способы задания функции



Таблица

Таблица удобно показывает отдельные значения и помогает быстро сравнивать пары x и y . Она особенно полезна, когда нужно увидеть несколько результатов подряд.



Формула

Формула задаёт точное правило вычисления. По ней можно находить значения без длинных объяснений и сразу видеть, как связаны величины.



График

График наглядно показывает, как меняется величина при росте или уменьшении другой. По нему легко замечать общую тенденцию и сравнивать точки.



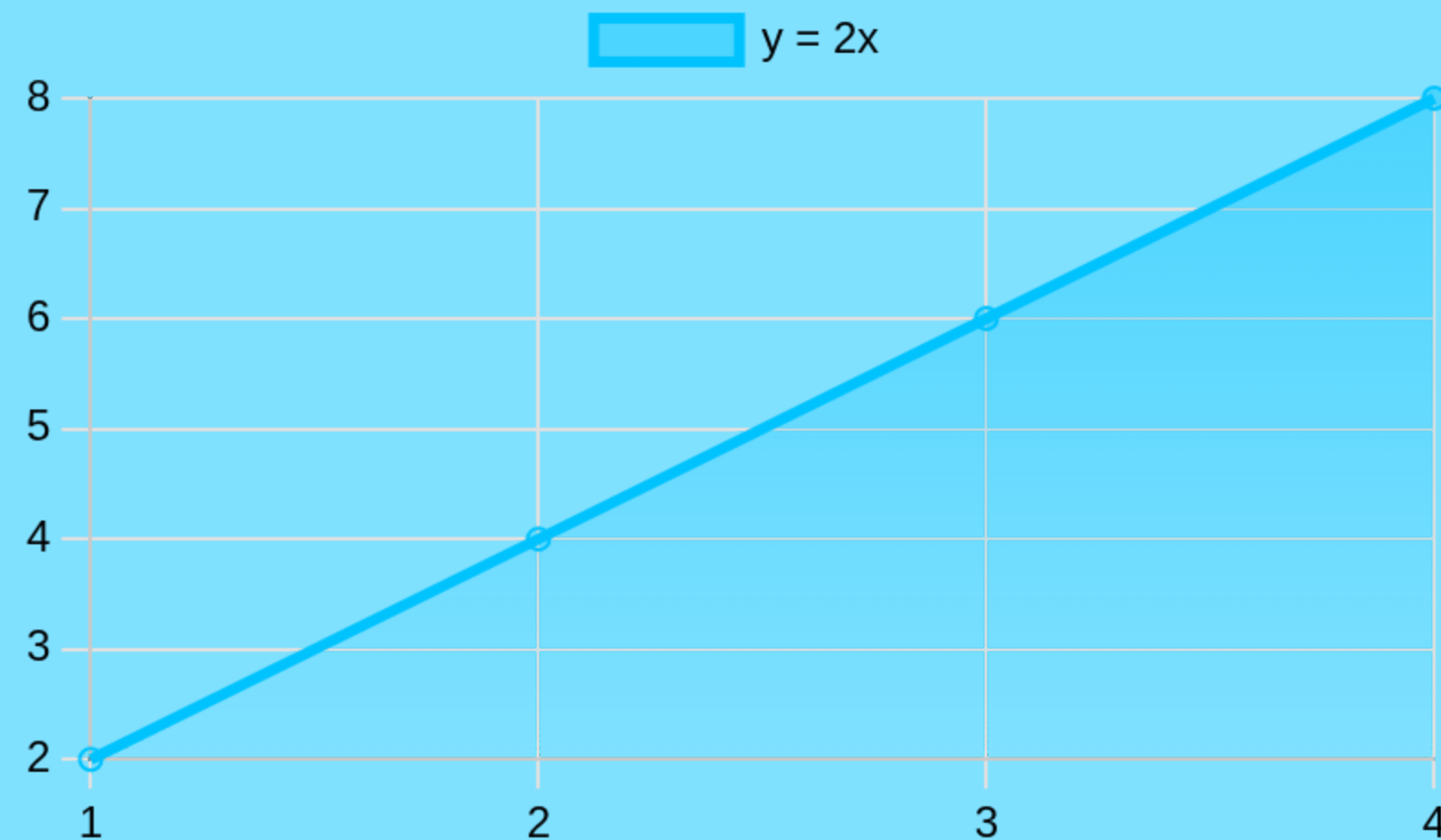
Словесное правило

Словесное описание подходит для жизненных ситуаций и коротких инструкций. Оно объясняет зависимость понятными словами, даже если формула ещё не записана.

График как модель зависимости

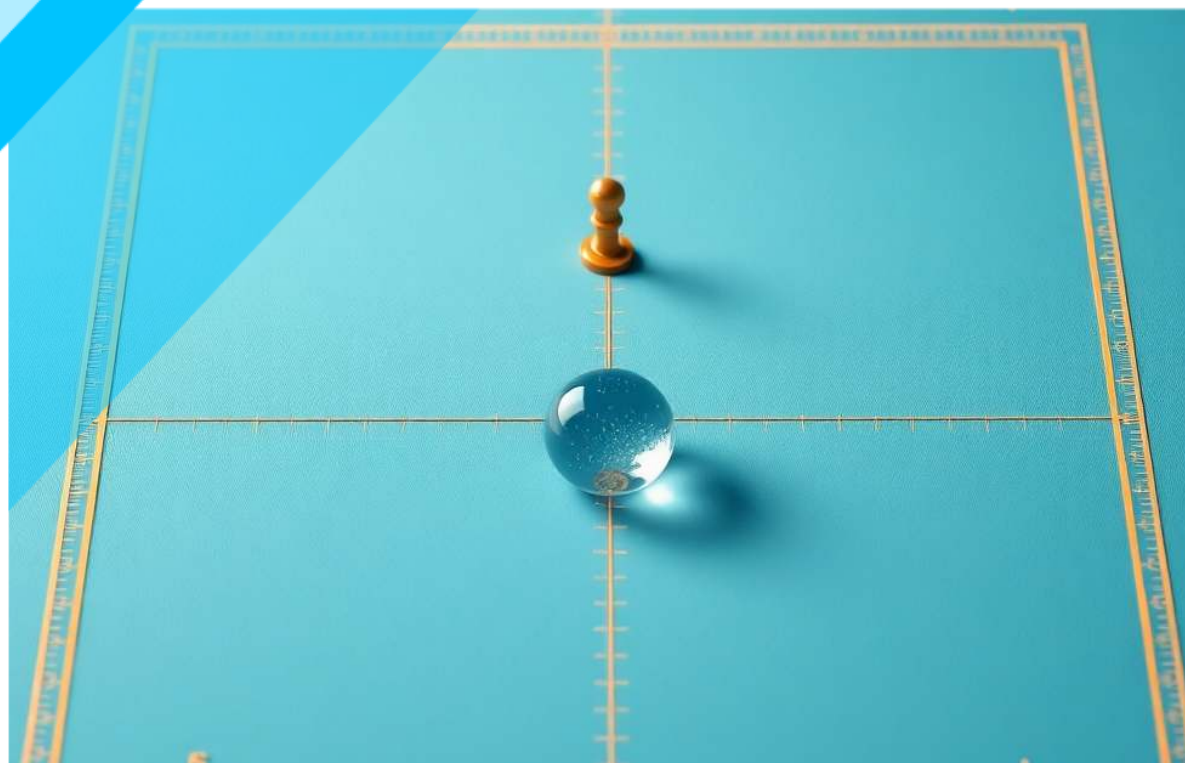
На координатной плоскости видно, что точки располагаются по одной линии, поэтому правило изменения можно предсказать и между отмеченными значениями.

Линейный график показывает постоянный характер роста: при каждом увеличении x на 1 значение y возрастает на 2.



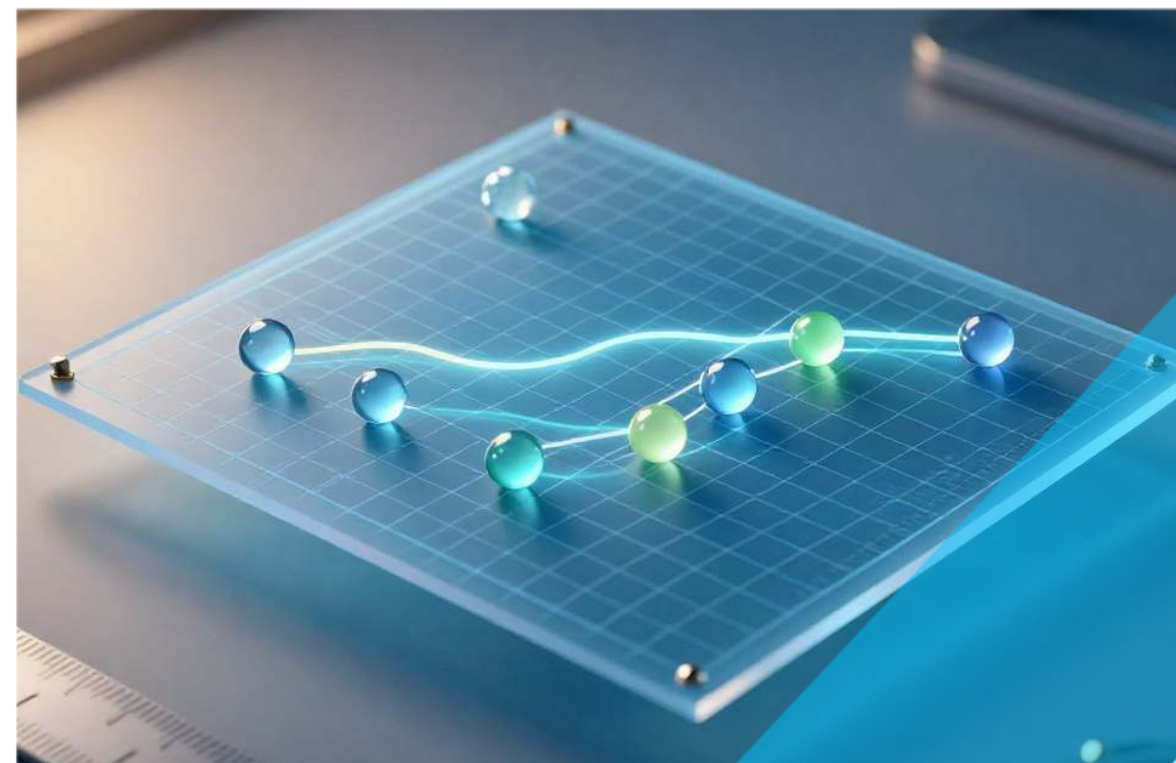
Учебный пример функции $y = 2x$

Координатная плоскость и точки графика



Карта из клеток и осей

Координатная плоскость похожа на точную карту: по горизонтали откладывают значения x , по вертикали — значения y . Пересечение осей показывает начало отсчёта, а клетки помогают аккуратно отмечать точки и читать их положение.



Точки одной зависимости

Каждая точка графика записывается парой координат в виде $(x; y)$. Если на рисунке отмечены несколько точек одной функции, по ним можно увидеть, как изменяется зависимость и где находится нужное значение.

Прямая и обратная пропорциональность

Сначала — одинаковый рост

При прямой пропорциональности обе величины меняются в одном направлении: больше x — больше y . Отношение y/x остаётся постоянным, поэтому зависимость удобно распознавать по повторяющемуся правилу.

Потом — движение навстречу

При обратной пропорциональности одна величина увеличивается, а другая уменьшается. Произведение x и y сохраняется, поэтому такие задачи часто связаны со скоростью, временем и фиксированным расстоянием.



Сравнение видов зависимости



Вид	Формула	Пример
Прямая проп.	$y=3x$	Тетради
Обратная проп.	$y=12/x$	Время пути
Нелинейная	$y=x^2$	Площадь квадрата

Таблица помогает быстро увидеть, чем отличаются основные виды зависимостей по формуле и по смыслу.

У разных зависимостей разные правила изменения: у одних величин сохраняется отношение, у других — произведение, а нелинейные функции изменяются неравномерно.

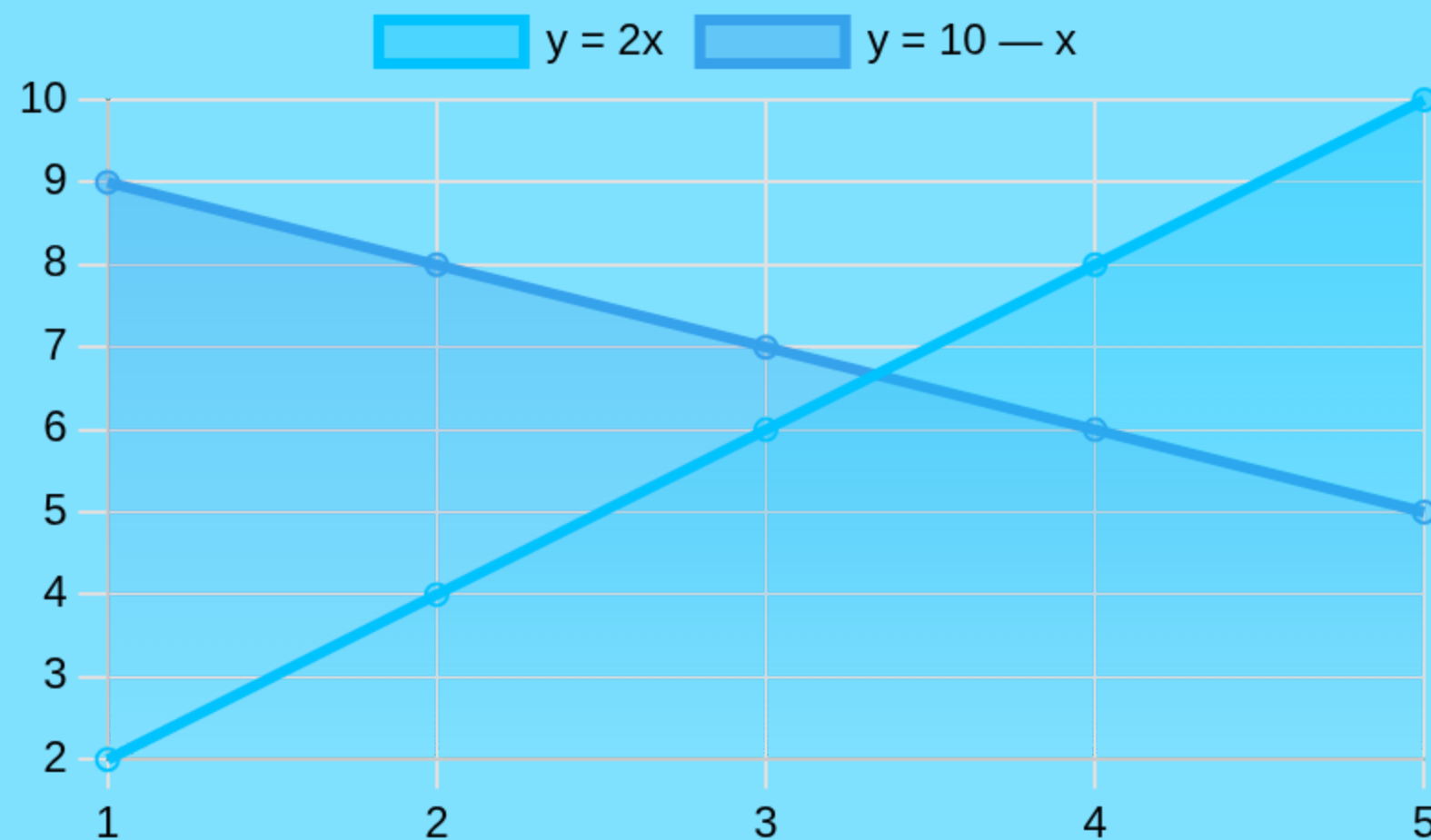
Учебные примеры по теме «Связи между величинами. Функция»



Как меняется функция

На графике видно не только значение функции, но и направление её изменения при росте аргумента. Это удобно для сравнения разных правил на одной координатной плоскости.

Первая функция возрастает, вторая убывает. По наклону линий можно быстро оценить, как меняются значения при одинаковом шаге x .



Учебный пример для сравнения графиков $y = 2x$ и $y = 10 - x$

Нелинейные функции в задачах

1

Не только прямая

Нелинейная зависимость не образует прямую линию. По графику видно, что значения меняются не одинаковыми шагами, а по более сложному правилу, которое надо учитывать при решении задачи.

2

Пример из геометрии

У квадрата площадь равна $S = a^2$. Если сторона увеличится в два раза, площадь вырастет в четыре раза, поэтому зависимость оказывается быстрее, чем линейный рост.

3

Где встречается чаще всего

Такие функции появляются в геометрии, физике и задачах на движение. Они помогают описывать ситуации, в которых изменение одной величины не приводит к одинаковому приросту другой.

4

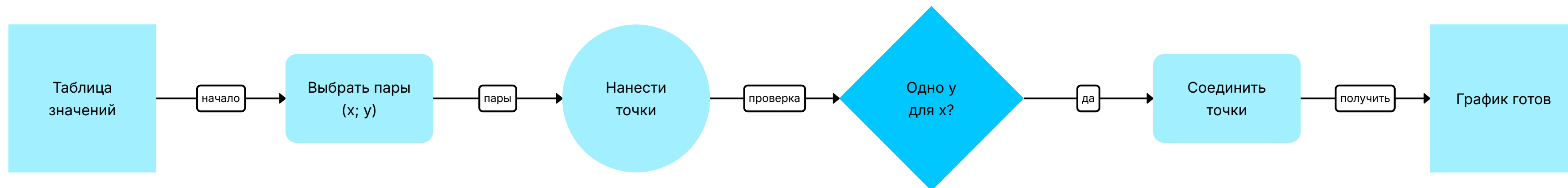
Что показывает график

Кривая на графике помогает заметить, что изменения идут неравномерно. Это важно, когда нужно сравнить разные участки зависимости и понять, где рост или спад происходит быстрее.



Как построить график по таблице

Порядок действий при работе с готовыми значениями функции



Функция в задачах на движение

Дано движение

При равномерном движении путь s зависит от времени t . Формула $s = vt$ показывает, что при постоянной скорости можно заранее найти расстояние, пройденное за любой промежуток времени.

Находим неизвестное

Такая зависимость позволяет находить не только путь, но и время или скорость. Поэтому задачи на движение удобно рассматривать как примеры функции в реальной ситуации.

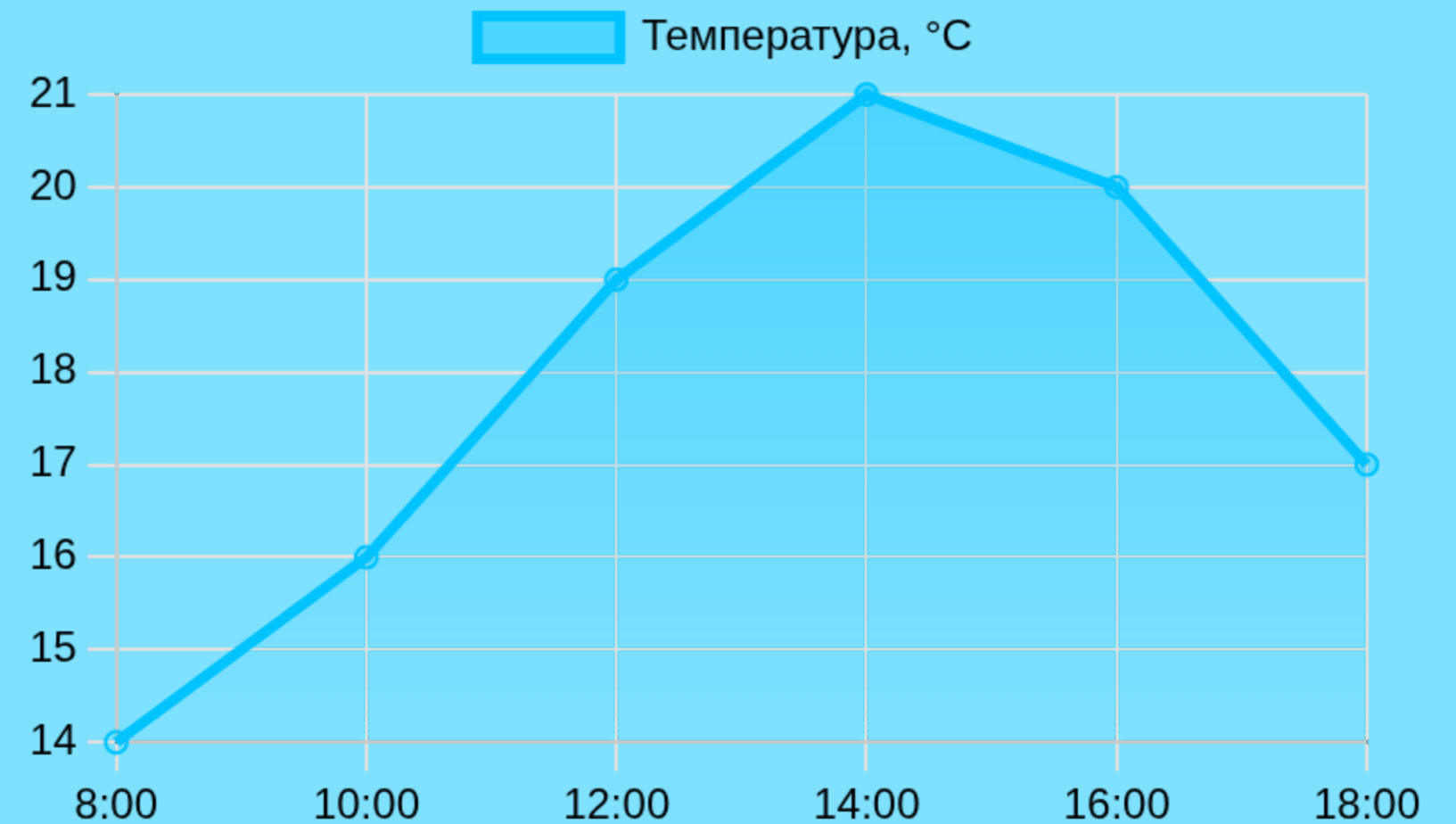
Подставляем значения

Если скорость равна 5 км/ч, то за 2 часа путь составит 10 км, а за 3 часа — 15 км. По формуле легко сравнивать разные моменты движения.

Зависимость в реальных данных

По таким данным удобно отслеживать изменения в течение дня. График помогает увидеть не только отдельные значения, но и общий ход процесса.

Температура растёт до середины дня, затем снижается. По графику легко определить максимум, минимум и момент поворота тенденции.



Ошибки при работе с функциями

Путают x и y

Иногда значения аргумента и функции меняют местами. Из-за этого таблица или точка на графике читаются неверно, хотя правило зависимости было верным.

Ожидают два значения

Для одного значения x функция может давать только одно значение y . Если по одному x получаются разные y , такая зависимость не является функцией.

Неправильно читают координаты

У точки сначала называют x , а потом y . Если перепутать порядок, точка окажется в другом месте плоскости и ответ получится ошибочным.

Не проверяют данные

Полезно сверять таблицу, формулу и график между собой. Проверка помогает заметить неточности раньше, чем ошибка перейдёт в ответ к задаче.

Функция помогает увидеть закон изменения

Функция показывает точную связь между величинами: по известному x можно найти y и заметить общий закон. Таблица, формула и график делают зависимость понятной и удобной для анализа.