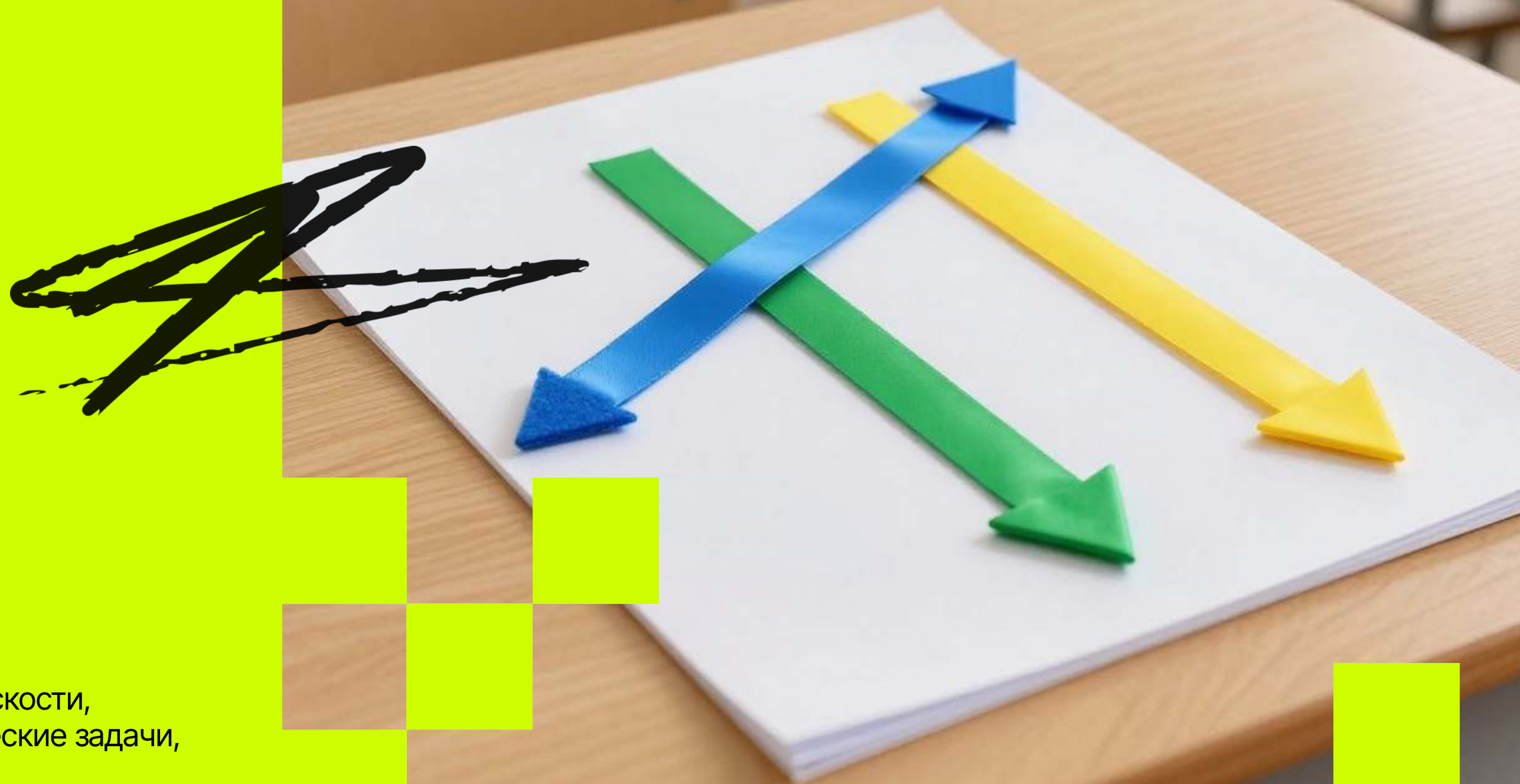


Сумма векторов: основная идея и примеры из геометрии

Как складывать направления и получать общий результат?



Зачем учиться складывать векторы



Эта тема помогает понимать движение на плоскости, работать с координатами и решать геометрические задачи, где важны не только длина, но и направление.

Главные свойства вектора



Направление

Стрелка показывает, куда направлен вектор. Именно направление отличает один вектор от другого, даже если их длины совпадают и они изображены в разных местах рисунка.



Длина

Длина стрелки называется модулем вектора. Она показывает, насколько велико перемещение или действие, которое описывает вектор, и не зависит от его положения на плоскости.



Обозначение

Векторы записывают буквами со стрелкой, например $\rightarrow AB$, или одной буквой, например a . Такое обозначение помогает кратко и точно сослаться на нужный объект.



Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковую длину и одно направление. При этом их можно перенести в другое место, не меняя сам вектор как геометрический объект.



Как получается сумма двух векторов

Последовательное движение

Сумма показывает общий результат двух шагов: сначала выполняется первый вектор, затем второй, перенесённый без изменения длины и направления.

Построение результата

Начало второго вектора совмещают с концом первого. Новый вектор соединяет начало первого и конец второго, образуя итоговое направление.

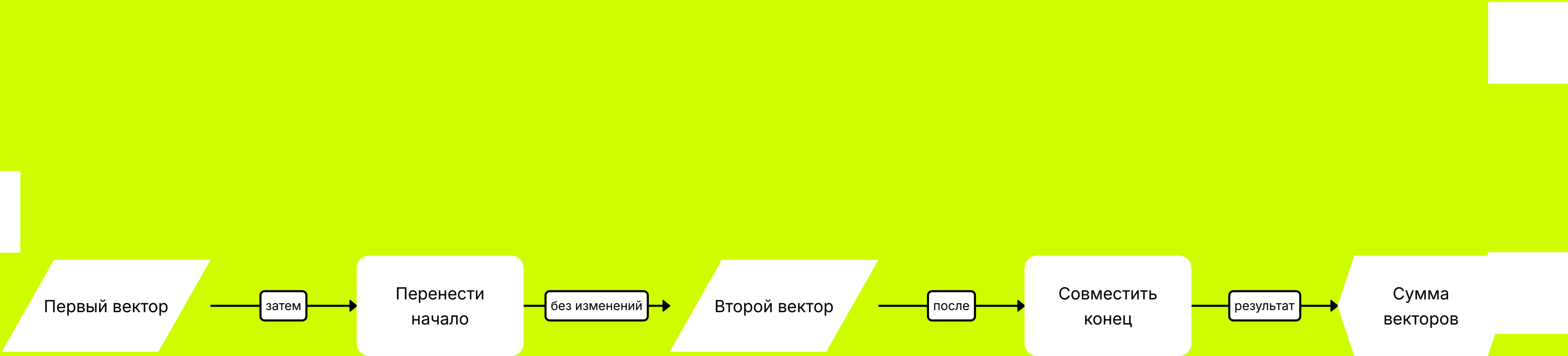
Что означает ответ

Полученный вектор показывает не отдельный шаг, а общее перемещение, которое получилось после двух направленных действий.



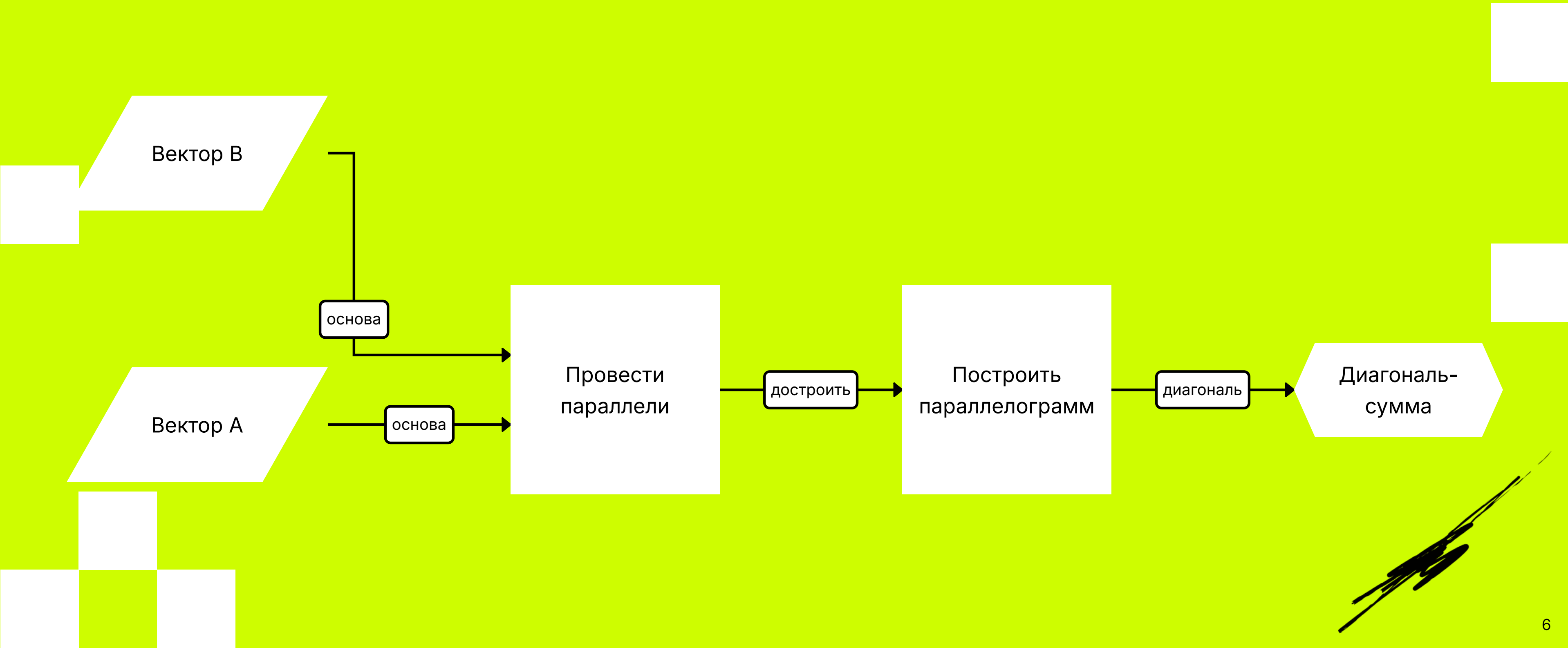
Правило треугольника: шаг за шагом

Школьное правило сложения двух последовательных векторов



Правило параллелограмма

Сложение векторов, начинающихся из одной точки



Два способа сложения векторов



Сравнение показывает, как выбирают способ построения и почему оба правила дают один и тот же результат.

Оба способа описывают одно и то же сложение, но удобны в разных ситуациях построения.

Способ	Когда применять	Результат
Треугольник	последовательно	общий вектор
Параллелограмм	из одной точки	диагональ

Школьный курс геометрии, 7 класс



Как угол между векторами влияет на сумму

Чем сильнее векторы «разбегаются» по направлению, тем меньше становится их общий результат.

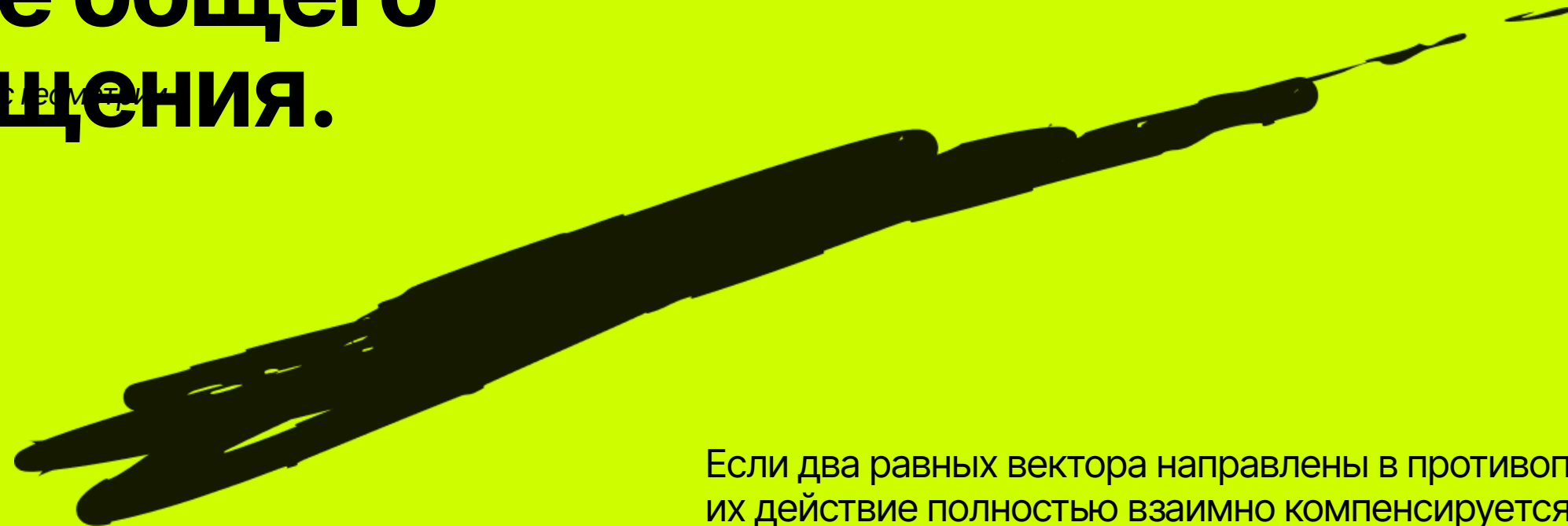
Направление влияет на сумму не меньше длины: при противоположных направлениях результат исчезает.



Геометрический смысл сложения равных векторов; учебные значения для углов 0°, 60°, 90°, 120° и 180°

0

— **длина нулевого вектора,
который означает
отсутствие общего
перемещения.**



Если два равных вектора направлены в противоположные стороны,
их действие полностью взаимно компенсируется.

Сложение векторов на координатной плоскости

1. Складываем по координатам

Для векторов с координатами сначала складывают первые координаты, затем вторые. Так получают точный ответ без построений, если известны числовые значения.

2. Записываем результат

Если даны $(x_1; y_1)$ и $(x_2; y_2)$, то сумма равна $(x_1 + x_2; y_1 + y_2)$. Это правило работает одинаково для любых векторов.

3. Проверяем чертёж

На клетчатой бумаге результат можно сравнить с построением: координатная запись помогает убедиться, что направление и длина выбраны верно.



Примеры сложения координат векторов



Пример	Действие	Результат
$(2; 3) + (1; 4)$	по координатам	$(3; 7)$
$(-2; 5) + (6; -1)$	по координатам	$(4; 4)$
$(3; -2) + (-3; 2)$	по координатам	$(0; 0)$

Правило сложения координат векторов, школьный курс геометрии 7 класса.



В таблице показано, что при сложении координат векторов складывают отдельно первую и вторую координаты. Это позволяет быстро получить результат без построения чертежа.

Во всех примерах действует одно правило: складываются соответствующие координаты. Если суммы равны нулю, получается нулевой вектор.

Скорость лодки и течение реки

Лодка идёт поперёк реки

Лодка направлена прямо к противоположному берегу, но вода всё время уносит её вниз по течению. В итоге путь получается не прямым, а наклонным. Такой рисунок хорошо показывает, как два движения складываются в одно.



Итоговый путь по диагонали

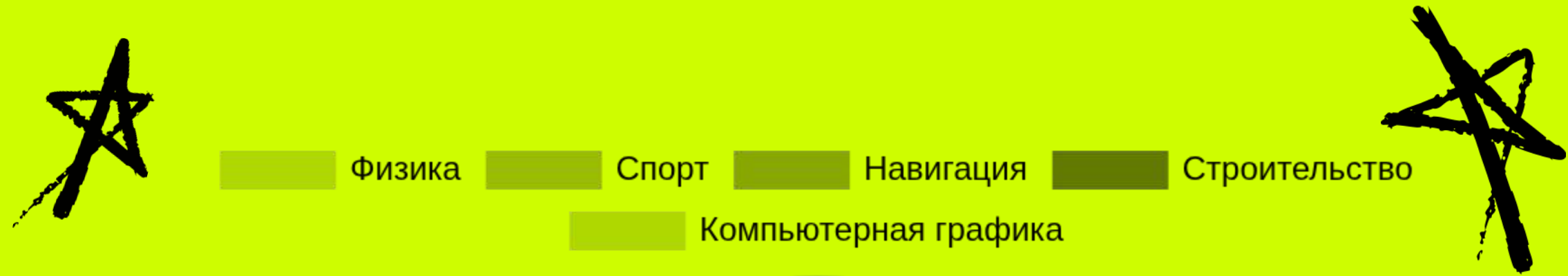
Если рассмотреть движение лодки как сумму двух векторов, становится видно: один вектор задаёт движение лодки, другой — течение. Их общий результат изображается диагональю, которая соединяет старт и конечную точку на берегу.



Где используются векторы и их сумма

Векторы помогают не только считать, но и точно описывать движение объектов, маршруты и действия сил в разных ситуациях.

Наибольшая доля связана с физикой и движением. Остальные области тоже используют направление вместе с величиной.



Обобщение учебных примеров по геометрии, физике, навигации и компьютерной графике.

Типичные ошибки при сложении векторов



Складывают только длины

Иногда ученик прибавляет лишь числовые значения и забывает о направлении. Но у вектора важны обе характеристики: без направления результат может оказаться неверным.

Путают начало и конец

Если перепутать начало и конец вектора, изменится смысл построения. Тогда сумма может быть изображена неправильно, даже если сами векторы на рисунке нарисованы верно.

Переносят не параллельно

При переносе вектор нужно сохранять неизменным: длина и направление не меняются. Любое отклонение от параллельного переноса нарушает правило сложения и искажает результат.

Забывают о нулевом векторе

Нулевой вектор легко не заметить, но он важен. Если два противоположных вектора взаимно компенсируются, именно он показывает отсутствие общего перемещения.

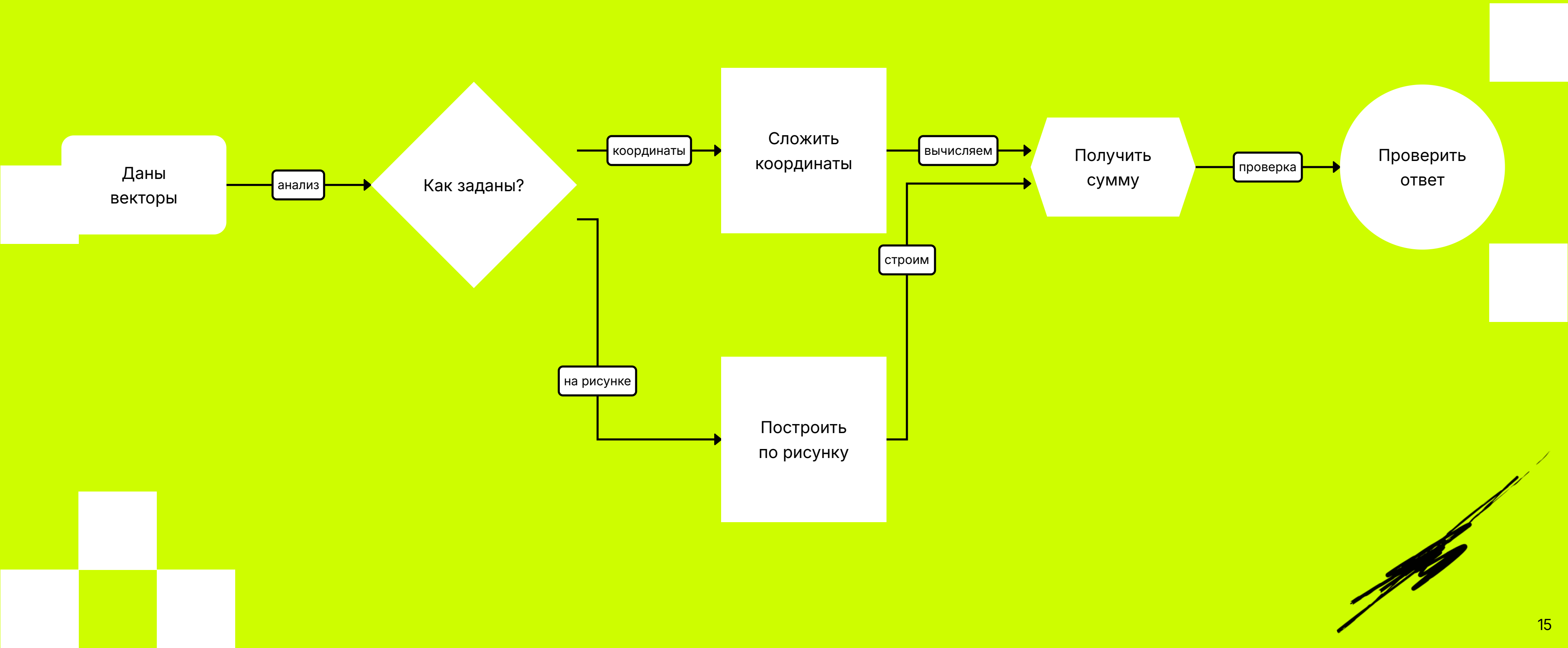
Неверно записывают координаты

При сложении координат ошибки часто связаны с невнимательностью к знакам. Нужно отдельно складывать первые и вторые координаты, иначе ответ получится неверным.



Алгоритм решения задач на сумму векторов

Последовательность действий при решении задач по школьной геометрии.



Геометрический смысл суммы векторов



1.

Общий результат

Сумма векторов показывает, куда приведут несколько последовательных действий вместе. Она отвечает не только на вопрос «сколько», но и на вопрос «в какую сторону» направлен итог.

2.

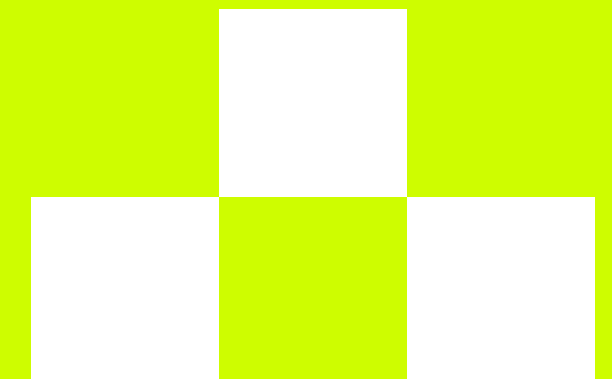
Связь с перемещением

Если идти по маршруту несколькими шагами, сумма векторов даёт одно общее перемещение от старта к финишу. Поэтому её удобно использовать на плане, карте и в задачах на движение.

3.

Результат с направлением

В отличие от обычного числа, сумма векторов всегда имеет длину и направление. Именно поэтому она описывает геометрический результат, а не просто числовую величину.



Как меняется длина суммы при разных направлениях

Чем ближе направления двух векторов, тем сильнее их общий эффект. При одинаковом направлении он заметнее всего.

Длина суммы зависит от угла между векторами:
при совпадении она максимальна,
при перпендикулярности уменьшается,
при противоположных направлениях исчезает.



Геометрический смысл сложения двух одинаковых векторов; значения для 0°, 90° и 180° рассчитаны по построению.

Сложение векторов на карте или плане

1. Первое перемещение

На карте сначала отмечают движение, например на север. Этот вектор показывает, как изменилось положение объекта по вертикали относительно начальной точки.

2. Второе перемещение

Затем добавляют следующий шаг, например на восток. Его откладывают от конца первого вектора, чтобы сохранить правильный порядок действий и получить сумму.

3. Итоговый сдвиг

Сумма векторов соединяет начало первого перемещения с концом второго. На плане это выглядит как диагональ, показывающая общее смещение от старта к финишу.



Мини-практика по теме суммы векторов



Проверьте, как работают основные правила сложения векторов в простых заданиях. В ответах важно учитывать и координаты, и направление.

Сложение координат даёт точный результат, а направление определяет, получится ли усиление, диагональ или полная компенсация.

Задание	Ответ
$(1; 2) + (3; 1)$	$(4; 3)$
Противоположные векторы	нулевой вектор
Перпендикулярные векторы	диагональ

Правила сложения векторов в школьной геометрии.





Что важно запомнить о сумме векторов

Сумма векторов помогает объединять движение, силу и направление в одном результате. Если запомнить правила треугольника, параллелограмма и сложения координат, задачи становятся понятнее и решаются увереннее.

