



Вектор: направление, длина и правила работы на плоскости

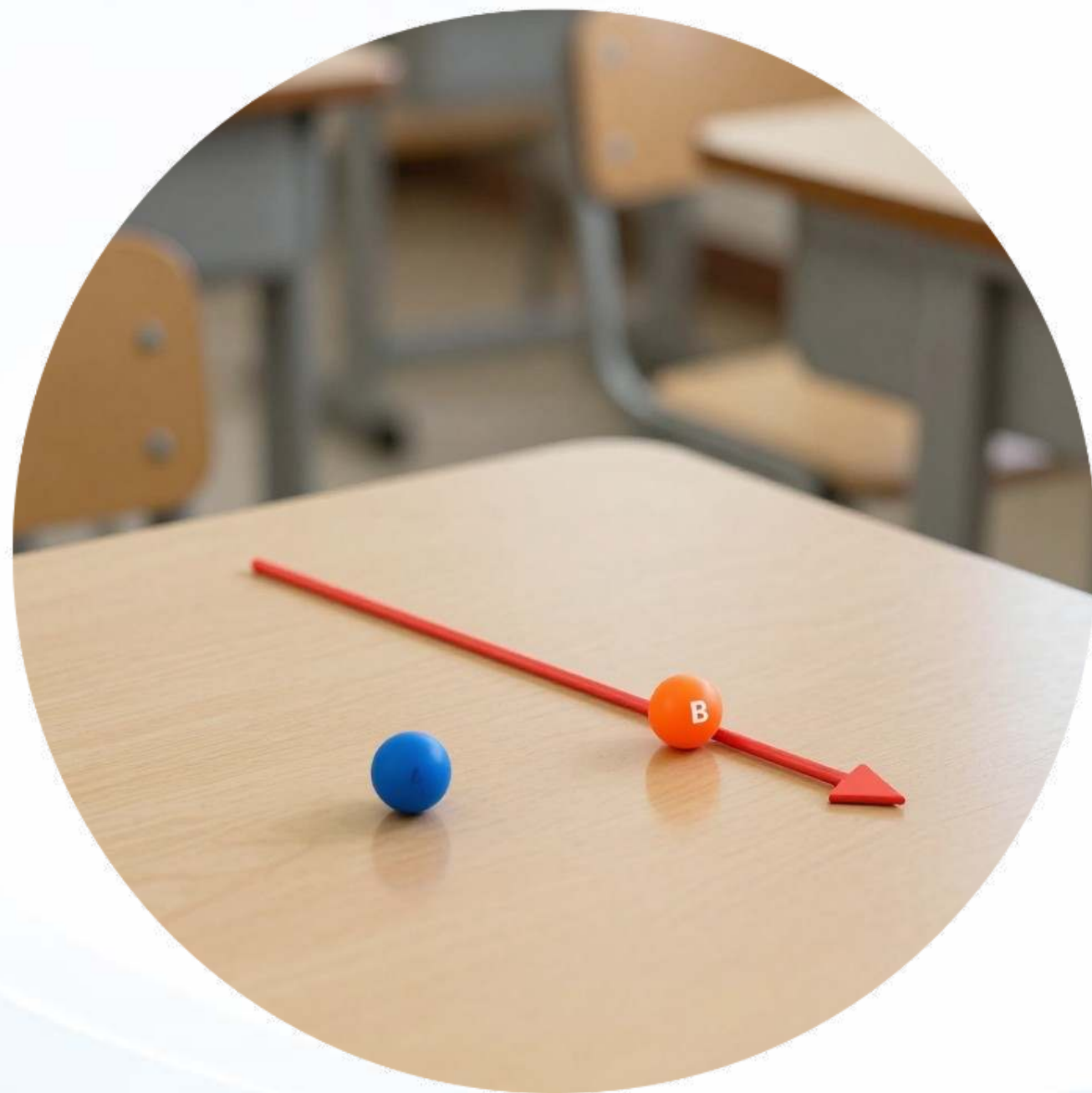
Вектор объединяет длину и направление в одной модели.

Зачем изучать векторы в геометрии

- Векторы помогают описывать движение точки, связывают геометрию с координатами и упрощают решение задач на плоскости, в физике и чертежах с направлением и расстоянием.



Что такое вектор



1

Направленный отрезок

Вектор изображают как отрезок со стрелкой: у него есть начало и конец, а стрелка показывает, куда он направлен.

2

Запись вектора

Вектор можно обозначать как $\overrightarrow{AB}$, если известны две точки, или строчной буквой $\vec{a}$, если речь идёт об общем обозначении.

3

Длина вектора

Длина вектора называется модулем. Она показывает только размер отрезка, не учитывая, в какую сторону направлена стрелка.

4

Смысл понятия

Вектор удобен тем, что одновременно описывает и расстояние, и направление, поэтому его применяют в геометрии и при координатных вычислениях.

0

**такой модуль имеет нулевой вектор,
у которого начало и конец совпадают.**

Модуль всегда неотрицателен:
он показывает длину вектора, а нулевой
вектор выделяется особым случаем
без направления.

Школьный курс геометрии, 9 класс



Равные и противоположные векторы

Равные векторы

Равные векторы имеют одинаковую длину и одинаковое направление, даже если они расположены в разных местах чертежа.

Сравнение на рисунке

Чтобы сравнить векторы, смотрят не на их положение на листе, а на стрелку и количество клеток, которое она проходит.

Противоположные векторы

Противоположные векторы равны по длине, но направлены в разные стороны, поэтому один можно записать как $\vec{-a}$.

Использование свойств

Эти признаки помогают быстро проверять, совпадают ли векторы, и правильно выполнять действия с ними в геометрических задачах.

Как изображают вектор на координатной плоскости

1

Выбор точек

Сначала отмечают точку начала и точку конца вектора на координатной сетке, например $A(1; 2)$ и $B(4; 5)$.

2

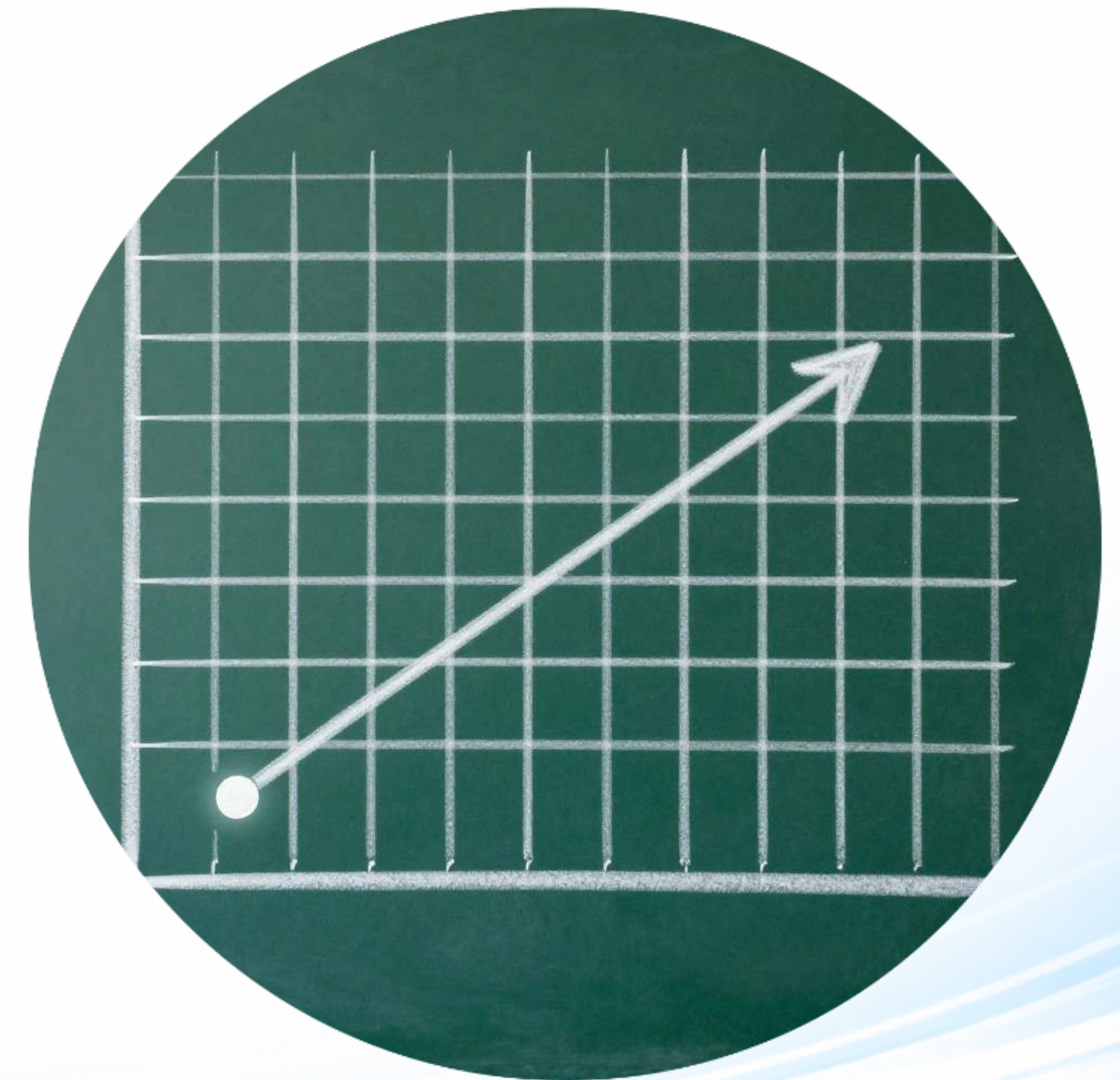
Проведение стрелки

Затем проводят стрелку от начала к концу. По её наклону видно направление движения по осям x и y .

3

Чтение координат

По рисунку можно определить координаты вектора как изменения по каждой оси: насколько он сместился вправо или влево и вверх или вниз.



Основные виды векторов и их признаки

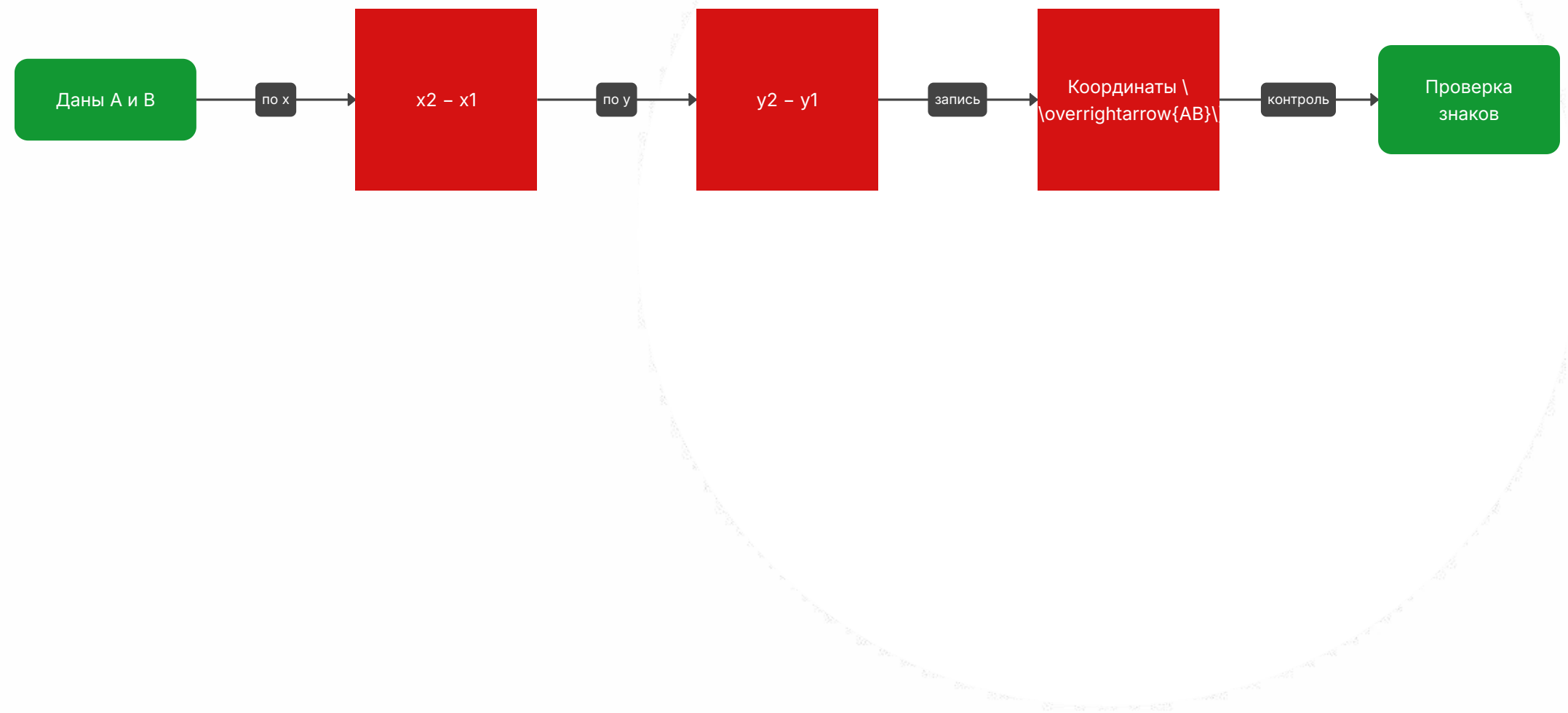
Таблица помогает быстро различать самые важные виды векторов по длине, направлению и расположению на плоскости.

Любой вектор удобно описывать двумя характеристиками: длиной и направлением.

Вид	Признак
Нулевой	Длина 0
Единичный	Длина 1
Равные	Длина и направление
Противоположные	Длина, но не направление
Коллинеарные	Одна или параллельные прямые

Как найти координаты вектора по двум точкам

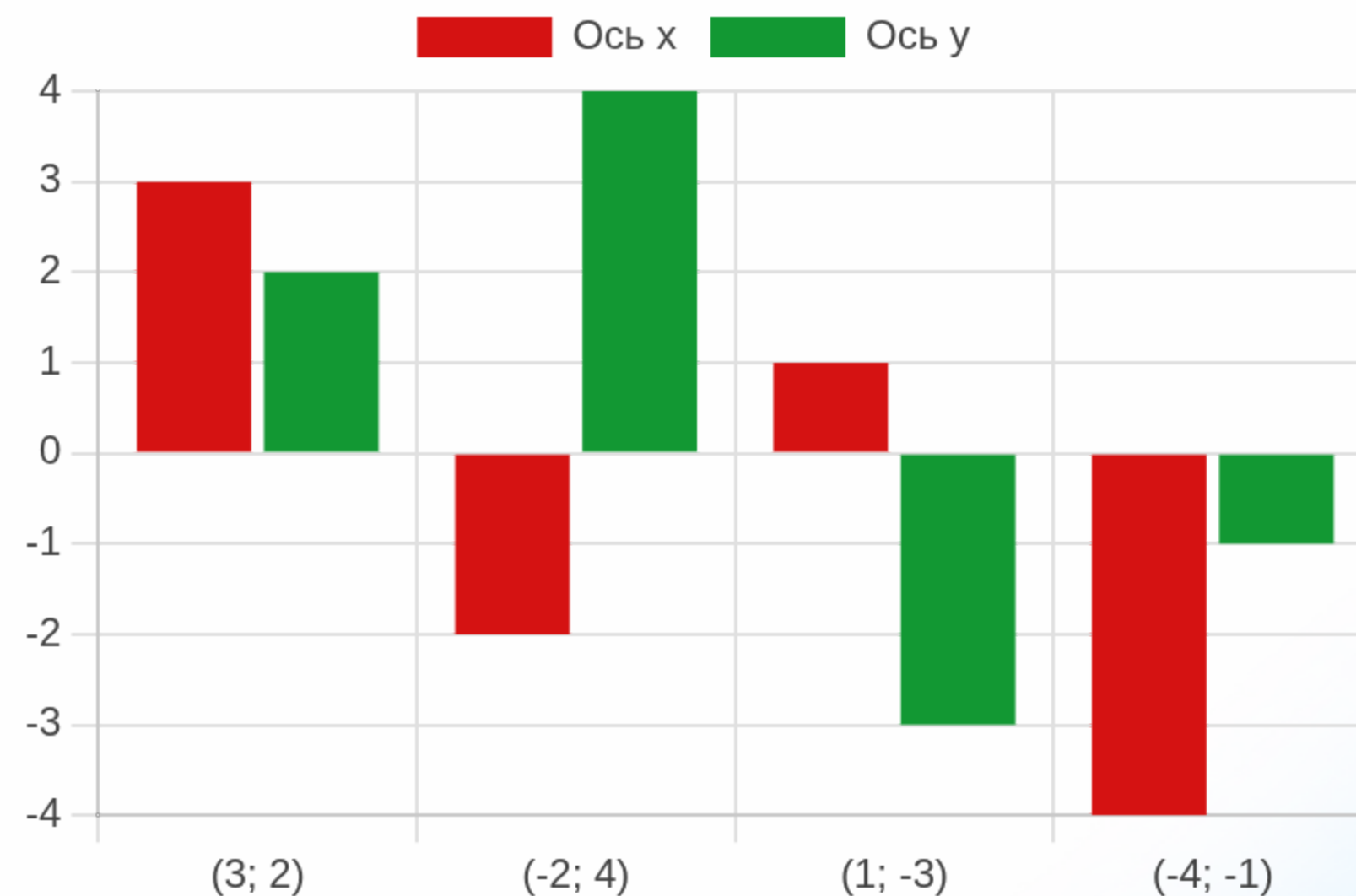
Алгоритм для координатной плоскости и примера $(A(2; 1))$, $(B(5; 4))$.



Координаты вектора как изменение по осям

Пары значений показывают, что каждая координата отвечает за своё направление: горизонтальное или вертикальное смещение на плоскости.

Положительный знак означает движение вправо или вверх, отрицательный — влево или вниз.



Школьные примеры координат векторов

Сложение векторов по правилу треугольника

Последовательное расположение

Первый вектор рисуют, затем ко его концу прикладывают начало второго. Так удобно показывать движение, состоящее из двух шагов подряд.

Суммарный результат

Суммой считают вектор, который идёт от начала первого к концу второго. Он показывает итог всего перемещения на плоскости.

Координатный способ

Если $\vec{a} = (2; 1)$, а $\vec{b} = (1; 3)$, то складывают отдельно координаты по каждой оси и получают $(3; 4)$.

Проверка чертежом

На рисунке результат легко увидеть: итоговый вектор соединяет крайние точки построения и подтверждает правильность вычислений.

Параллелограмм и сумма векторов

Два вектора из одной точки

Сначала оба вектора откладывают от общего начала. Так на чертеже видно два направления, которые нужно учесть одновременно, а не по отдельности.

Строим параллелограмм

Через концы векторов проводят прямые, параллельные противоположным сторонам. В результате получается параллелограмм, у которого исходные векторы — соседние стороны.

Диагональ показывает результат

Диагональ из общего начала изображает сумму. Она соединяет старт и итог, поэтому удобно показывает общее действие двух векторов на плоскости.

Как вычитать векторы

1

Заменяем вычитание сложением

Разность удобно понимать как прибавление противоположного вектора. Поэтому сначала меняют направление второго вектора, а затем выполняют обычное сложение по правилам для векторов.

2

Работаем по координатам

Если векторы заданы координатами, из каждой компоненты первого вектора вычитают соответствующую компоненту второго. Так получаются отдельные изменения по осям x и y .

3

Следим за знаками

При вычитании особенно важно не потерять минус. Он показывает, в какую сторону изменяется координата, и напрямую влияет на направление итогового вектора.

4

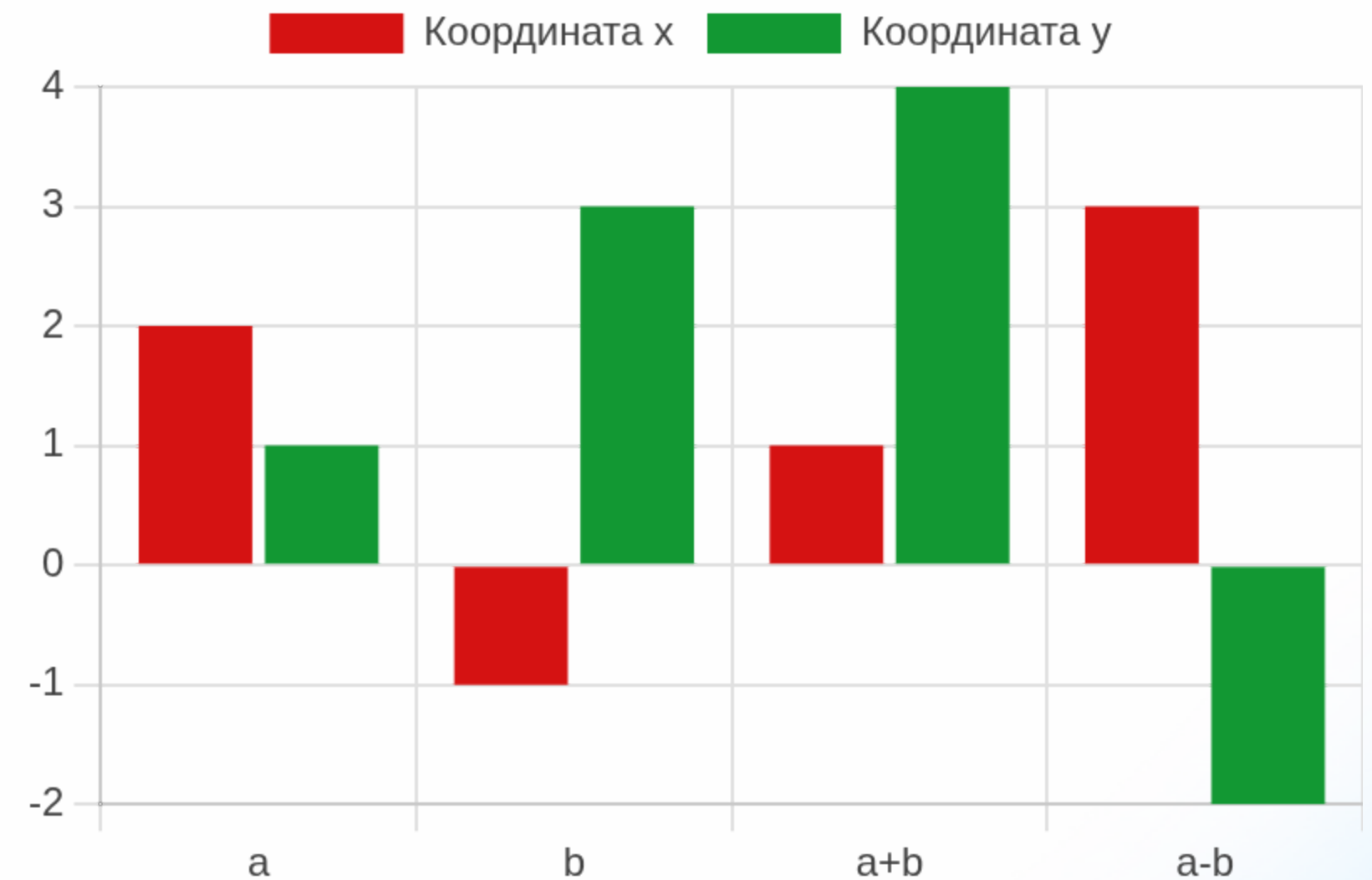
Проверяем результат

После вычислений полезно посмотреть на чертеж или координатную плоскость. Это помогает убедиться, что знак каждой компоненты выбран верно и ответ согласуется с рисунком.

Сложение и вычитание векторов на координатах

На диаграмме видно, что каждая операция меняет компоненты независимо, поэтому итоговый вектор может перейти в другую четверть координатной плоскости.

Сложение и вычитание векторов сводятся к работе с отдельными координатами; именно знаки компонент определяют новое направление результата.



Учебный пример по теме «Векторы», 9 класс



Вектор в физике: сила, скорость, перемещение

Сила

Силу изображают стрелкой, потому что важно не только её значение, но и направление действия. Именно поэтому в физике удобно сравнивать силы с геометрическими векторами.

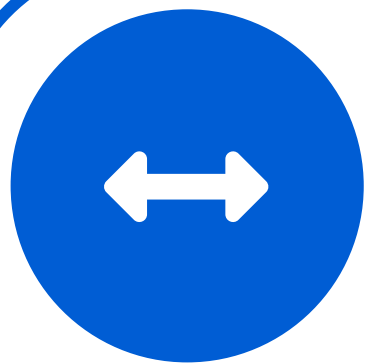
Скорость

Скорость показывает, куда движется тело и как быстро оно это делает. Векторная запись помогает отделить направление движения от его величины и не смешивать эти характеристики.

Перемещение

Перемещение описывает, как изменилось положение объекта от начальной точки к конечной. На рисунке его удобно показывать стрелкой, которая сразу указывает и путь, и направление.

Какие бывают направления векторов



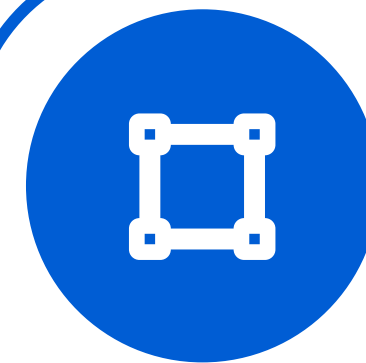
Коллинеарные

Такие векторы лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Их направления либо совпадают, либо противоположны, поэтому их легко сравнивать на рисунке.



Перпендикулярные

Эти векторы образуют прямой угол. В задачах это помогает узнавать прямоугольные фигуры, проверять углы между сторонами и находить взаимное расположение отрезков.



Практическое значение

Понимание этих видов векторов упрощает построения на плоскости. Оно помогает быстро определить, какие отрезки параллельны, какие пересекаются под прямым углом, а какие направлены одинаково.

Основные формулы и обозначения по теме

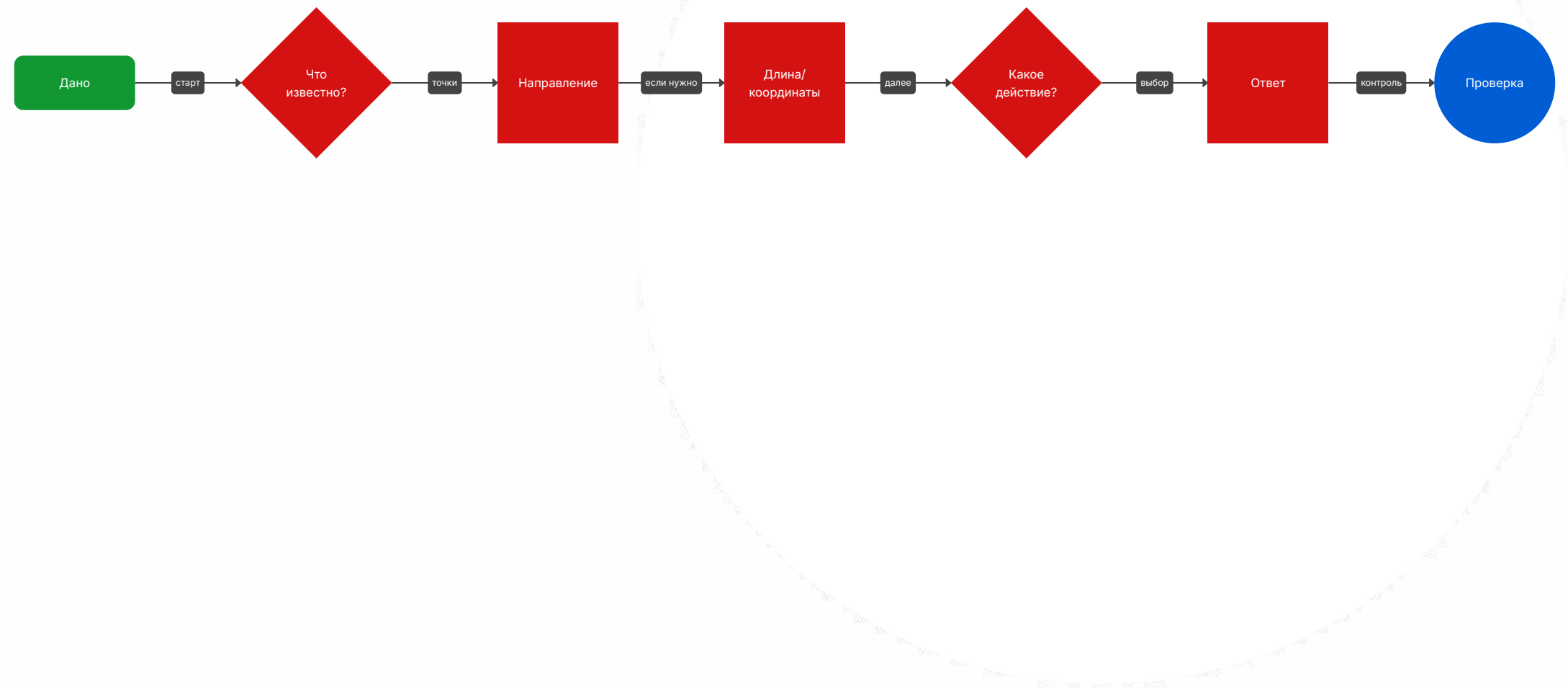
Запись	Смысл	Результат
$ a $	модуль	длина
$AB=(x_2-x_1; y_2-y_1)$	координаты	изменение
$a+b$	сумма	новый вектор
$a-b$	разность	изменённый вектор

В таблице собраны самые нужные записи: модуль, координаты, сложение, вычитание и противоположный вектор. Они помогают быстро читать и составлять векторные выражения.

Все основные действия с векторами можно записать компактно. Координатная форма делает вычисления прозрачными и уменьшает риск ошибки в знаках.

Как решать задачи на векторы

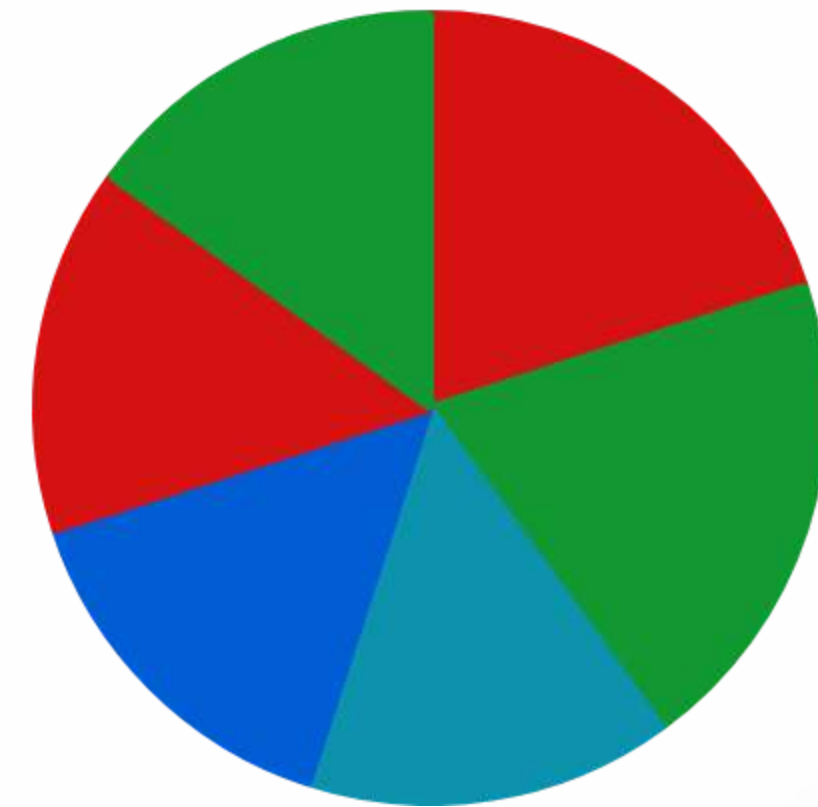
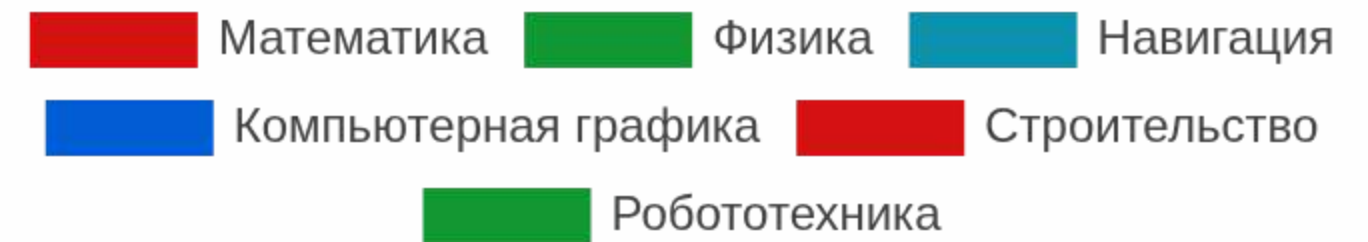
Последовательность помогает не пропустить данные, выбрать нужное действие и проверить ответ по чертежу или координатам.



Где применяются векторы

Векторный способ описания особенно полезен там, где важно одновременно задать величину и направление изменения.

Применение векторов объединяет разные сферы: от школьной геометрии до техники, где нужно точно описывать движение и преобразования.



Обобщение по учебным и прикладным примерам

4

основные ошибки повторяются чаще всего

Четыре типичные ошибки связаны с направлением, знаками координат, порядком точек и путаницей между вектором и длиной отрезка.

Обобщение типичных ошибок по теме «Векторы»

Вектор — это длина и направление вместе

Вектор помогает кратко и точно описывать движение, положение и действия на плоскости. Освоив координаты, сложение и вычитание, легче решать геометрические и физические задачи.