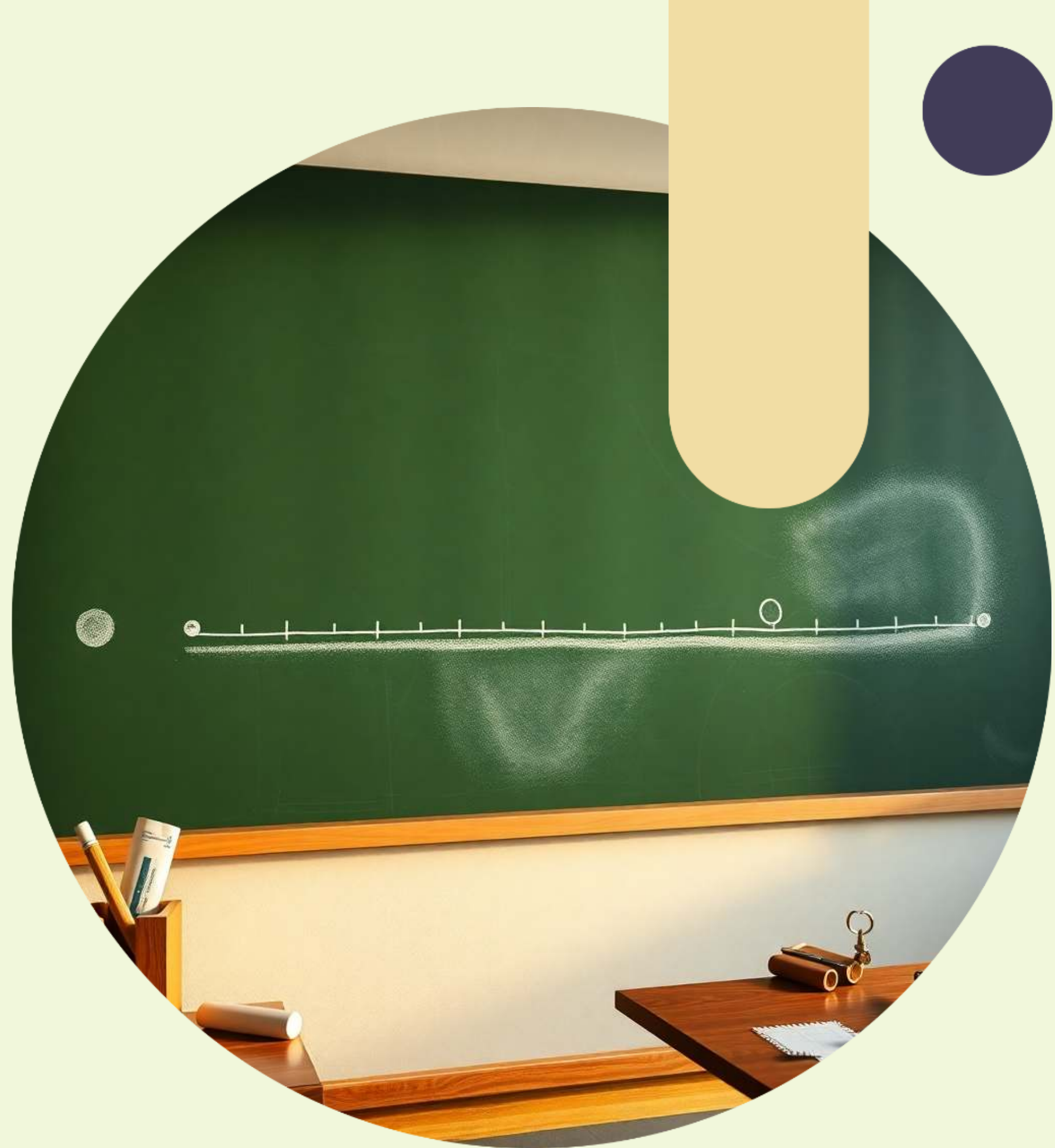


Числовые неравенства и неравенства первой степени с одним неизвестным

Сравниваем числа, преобразуем выражения
и находим решения на прямой.





Почему неравенства важны в алгебре

Неравенства помогают описывать не одно число, а целый диапазон допустимых значений. Они нужны для задач на ограничения, сравнение величин, оценку результатов и выбор подходящих значений переменной.

Числовое неравенство и его запись

Знаки сравнения

Числовые неравенства записывают с помощью знаков $>$, $<$, $\geq$ и $\leq$. Они показывают, какое из двух чисел больше, меньше или допускает равенство при сравнении.

Строгие отношения

Знаки $>$ и $<$ называют строгими: они не допускают равенства. Поэтому запись вроде $5 < 5$ невозможна, потому что одно и то же число не может быть меньше самого себя.

Нестрогие отношения

Знаки $\geq$ и $\leq$ допускают равенство, если сравниваемые числа совпадают. Так, записи $-2 \leq 0$ и $4 \geq 4$ являются корректными и математически осмысленными.

Правильность записи

Неверная запись неравенства искажает смысл сравнения. Важно следить, чтобы знак соответствовал реальному соотношению чисел, а не только формально стоял между ними.

Основные свойства числовых неравенств

Действие	Результат	Знак
+ c	сохраняется	не меняется
$\times (+)$	сохраняется	не меняется
$\times (-)$	переходит	меняется
обратное сравнение	эквивалентно	меняется

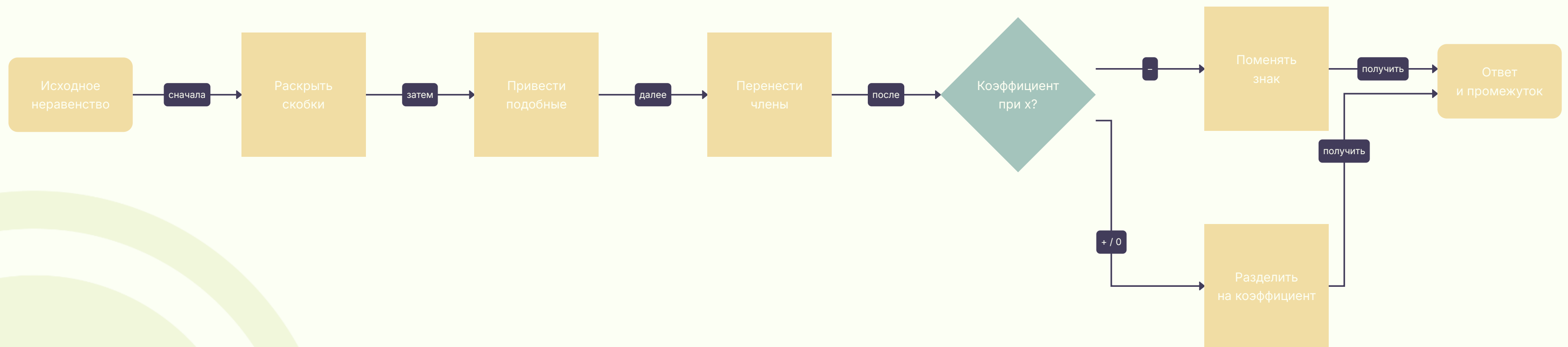
Базовые свойства неравенств курса алгебры основной школы

Свойства, которые сохраняют или меняют знак при преобразованиях.

При преобразованиях важно учитывать знак операции: сложение и умножение на положительное число безопасны, а отрицательный множитель требует обязательной смены знака.

Алгоритм решения линейного неравенства

Последовательность преобразований от исходной записи к ответу



Координатная прямая как способ записи решений



● **Луч или промежуток**
Решение неравенства удобно изображать на координатной прямой как луч или промежуток. Такое представление сразу показывает все допустимые значения переменной, а не одно единственное число.

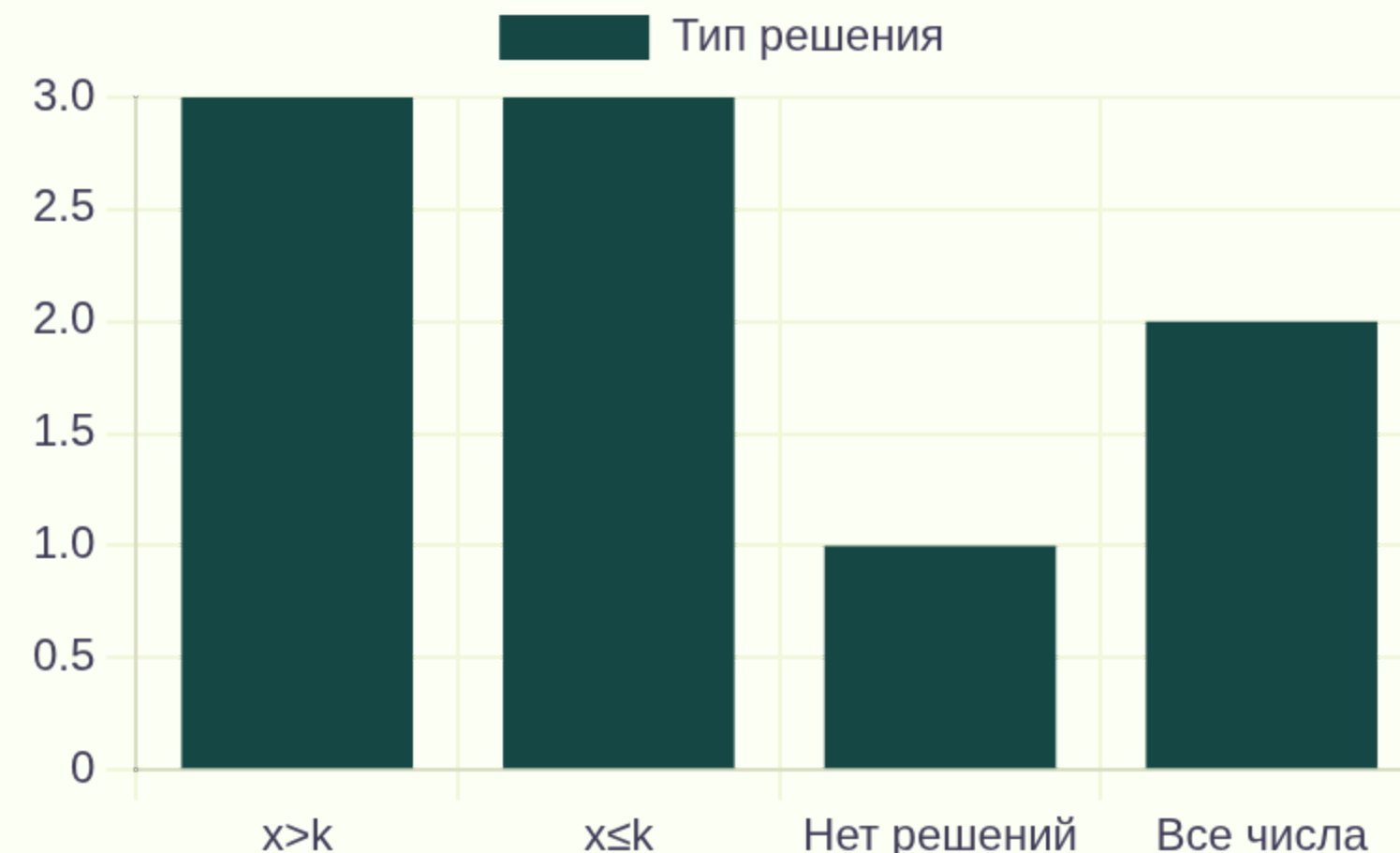
● **Граница решения**
Пустая точка означает, что граница не входит в ответ, а закрашенная — что входит. Это помогает различать строгие и нестрогие неравенства без лишних пояснений.

● **Наглядность сравнения**
Для $x > 2$ решения расположены справа от 2, а для $x \leq -1$ — слева от -1 . Графическая запись делает множество решений более понятным и удобным для проверки.

Какие бывают множества решений линейных неравенств

Форма ответа зависит от того, есть ли граница, входит ли она в решение и остаётся ли множество бесконечным после преобразований.

Большинство ответов сводится к лучу или промежутку; пустое множество и все числа встречаются как особые случаи при противоречиях или тождественных преобразованиях.



Обобщение типовых результатов при решении линейных неравенств в школьной алгебре

Неравенства первой степени

1 Линейная форма

Неравенство первой степени содержит неизвестное только в первой степени. Его общий вид: $ax+b>0$, $ax+b<0$, $ax+b\geq 0$ или $ax+b\leq 0$, где $a\neq 0$.

2 Приведение к стандарту

После преобразований неравенство обычно приводят к виду $x>k$, $x<k$, $x\geq k$ или $x\leq k$. Такая форма удобна для записи ответа и чтения на координатной прямой.

3 Единый коэффициент

Если коэффициент при x не равен нулю, переменную можно выделить через обычные алгебраические действия. Именно это делает линейные неравенства доступными для систематического решения.

4 Проверка результата

Полученный ответ должен быть эквивалентен исходному неравенству. Поэтому после преобразований полезно снова посмотреть, соответствует ли граница знаку и не потеряны ли допустимые значения.

Решение неравенств без скобок и дробей

1

1. Исходная запись

Рассматриваем неравенство $3x - 7 \leq 11$. На этом этапе важно увидеть линейную структуру: неизвестное стоит в первой степени, а лишних преобразований пока не требуется.

Переносим -7 в правую часть, меняя знак на противоположный: получаем $3x \leq 18$. Так сокращается запись и выделяется часть с переменной.

2. Перенос числа

2

3. Деление и ответ

Делим обе части на 3 и получаем $x \leq 6$. Итог удобно записать также в виде промежутка $(-\infty; 6]$, чтобы сразу показать все решения.

3

Скобки и дробные выражения в неравенствах

1

Раскрытие скобок

При раскрытии скобок обязательно учитывают стоящий перед ними знак. Например, $-(2x-5)=-2x+5$, а $+(3x-1)=3x-1$; ошибка здесь меняет всё дальнейшее решение.

2

Дробные коэффициенты

В дробных неравенствах важно аккуратно работать с общим знаменателем и не терять область допустимых значений. Иначе можно получить формально верное, но неверное по смыслу преобразование.

3

Умножение на положительное

Если обе части умножают на положительное число, знак неравенства сохраняется. Это позволяет избавляться от дробей и упрощать выражение без изменения направления сравнения.

4

Отрицательный множитель

При умножении или делении на отрицательное число знак меняется на противоположный. Это правило особенно важно в сложных примерах, где одна ошибка сразу приводит к неверному ответу.

1

**ошибка
в преобразовании
сразу меняет
направление
неравенства.**

Одно неверное действие
при делении на отрицательное
число приводит к полностью
другому множеству решений.

Строгие и нестрогие неравенства: сравнение

Тип	Граница	Промежуток
Строгое	пустая точка	$(a; b)$
Нестрогое	закрашенная точка	$[a; b]$

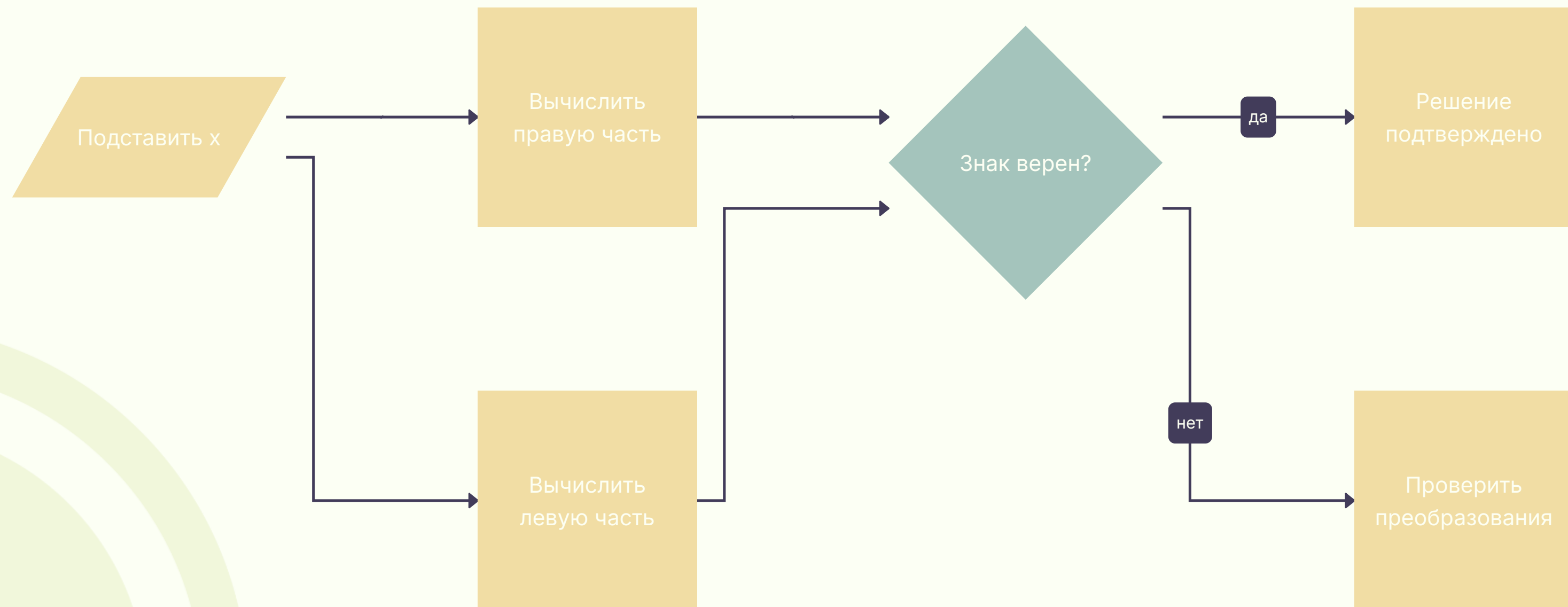
Сравнение двух типов неравенств по знаку, границе и записи промежутка.

Строгие неравенства исключают границу, а нестрогие включают её; это напрямую отражается и на числовой прямой, и в записи промежутков.

Базовые определения строгих и нестрогих неравенств, школьный курс алгебры.

Проверка решения линейного неравенства

Последовательность проверки: подстановка найденного значения, вычисление обеих частей и анализ возможной ошибки в преобразованиях.



Как выглядит решение на числовой прямой



Лучи и границы

Когда решение начинается от одной точки и тянется бесконечно, на прямой изображают луч. Если граница не входит, точку оставляют пустой; если входит, её закрашивают. Так один взгляд показывает и предел, и направление решения.



Промежуток как запись множества

Символическая запись превращает рисунок в строгий математический ответ. Круглые и квадратные скобки сразу подсказывают, входит ли граница в решение, а бесконечность всегда остаётся с круглой скобкой, потому что её нельзя включить как число.

Типичные ошибки при решении неравенств

Часто ошибка появляется не в вычислениях, а в самом правиле преобразования. Особенно это заметно при работе с отрицательным множителем.

Наибольший вклад дают две базовые ошибки: пропуск смены знака и путаница в символах неравенства.



Учебная схема по типичным ошибкам учащихся 10 класса; данные приведены в иллюстративном виде.

Система и совокупность неравенств

1

Система

Нужно, чтобы выполнялись все условия сразу. Поэтому решение ищут как пересечение множеств: подходят только те значения, которые удовлетворяют каждому неравенству одновременно.

2

Совокупность

Достаточно выполнения хотя бы одного условия. Значит, решение строится как объединение множеств, и на числовой прямой учитываются все участки, где верно хотя бы одно неравенство.

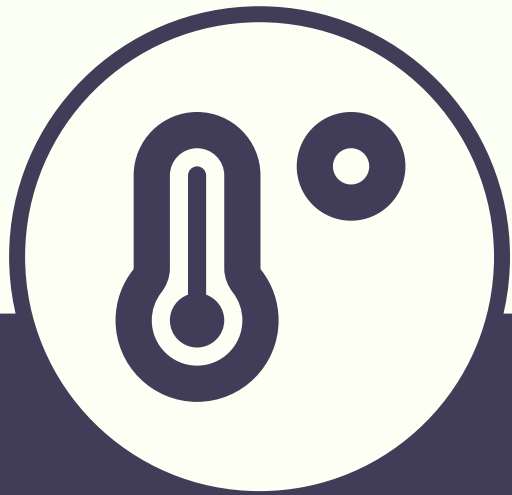
3

Графическое различие

Пересечение выглядит как общий фрагмент двух областей, а объединение — как сумма всех подходящих участков. Такое сравнение помогает быстро отличать тип задания и не смешивать логику условий.



Практическое значение неравенств



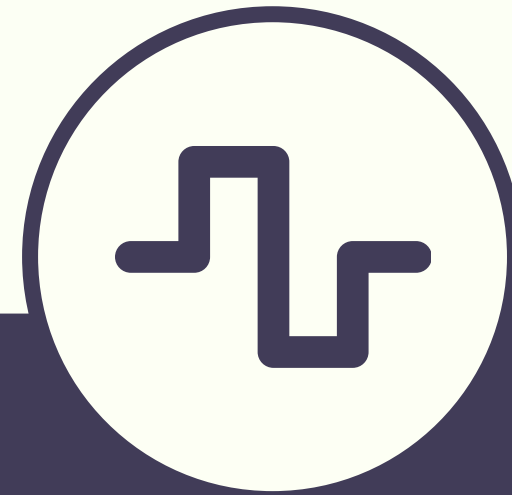
Температура

Неравенства описывают допустимые диапазоны нагрева и охлаждения, когда важно удержать процесс в безопасных пределах, а не вычислить одно фиксированное значение.



Масса и бюджет

В задачах на массу, стоимость и расход не всегда нужен точный результат. Чаще требуется указать интервал, который не превышает заданное ограничение и остаётся реалистичным.



Измерения с погрешностью

В физике и химии результат почти всегда имеет погрешность. Неравенства удобно задают область, в которой истинное значение может находиться, не выходя за пределы точности.



Алгоритмы и условия

В информатике неравенства помогают описывать ограничения на входные данные, время работы и размеры массивов. Это делает модель задачи точной и проверяемой.

Как усложняются задания по теме

Сначала решают простые линейные неравенства без скобок и дробей. Здесь отрабатываются перенос слагаемых, деление на коэффициент и аккуратная запись ответа.

1. Базовый уровень

2. Повышенный уровень

Затем появляются скобки, дробные коэффициенты и необходимость следить за знаком при преобразованиях. На этом этапе особенно важно не допустить ошибки в вычислениях и знаках.

Далее идут текстовые задачи, системы неравенств и поиск целых решений внутри промежутка. Здесь алгебра связывается с реальной ситуацией и требует более гибкого анализа условий.

3. Сложные модели

Опорные формулы и стандартные записи ответа

Исходная форма	Ответ	Граница
$ax+b>c$	$x>k$	пустая
$ax+b\leq c$	$x\leq k$	закрашенная
$ax+b<c$	$(-\infty; k)$	пустая

Сопоставление исходных форм неравенств и наиболее удобных форм ответа.

Удобный ответ всегда эквивалентен исходному неравенству и сразу показывает, входит ли граница в решение.

Стандартные формы линейных неравенств и записи решений, курс алгебры основной школы.



Неравенства: от сравнения к решению

Неравенства учат видеть не только отдельное число, но и весь допустимый диапазон. Чем точнее вы работаете со знаками, преобразованиями и записью промежутков, тем увереннее решаете алгебраические и прикладные задачи.