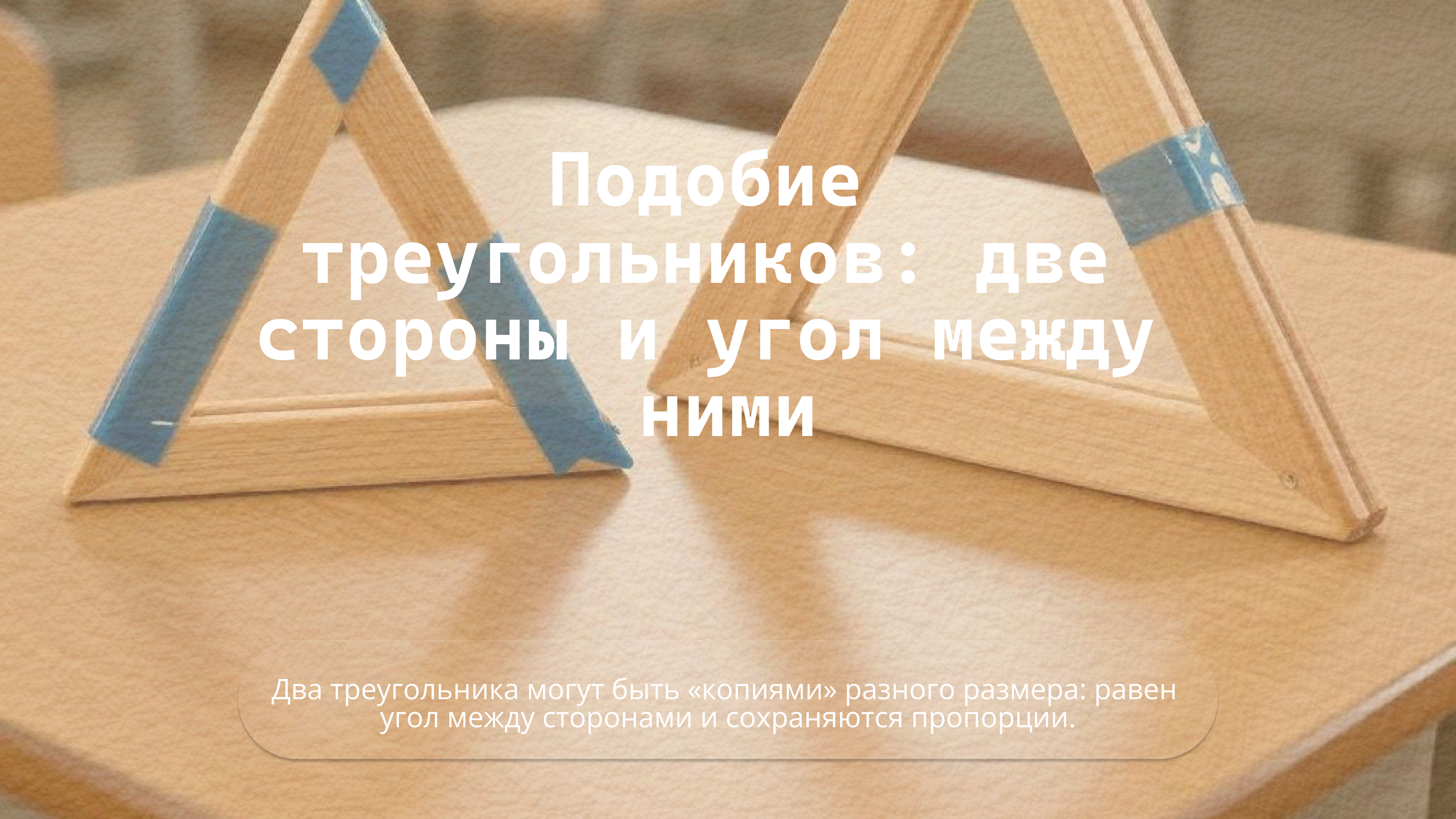


The image shows two wooden triangles on a light-colored wooden surface. The triangle on the left is smaller and has blue tape applied to its two slanted sides. The triangle on the right is larger and has blue tape applied to its top slanted side. The text is overlaid in the center of the image.

Подобие треугольников: две стороны и угол между ними

Два треугольника могут быть «копиями» разного размера: равен угол между сторонами и сохраняются пропорции.

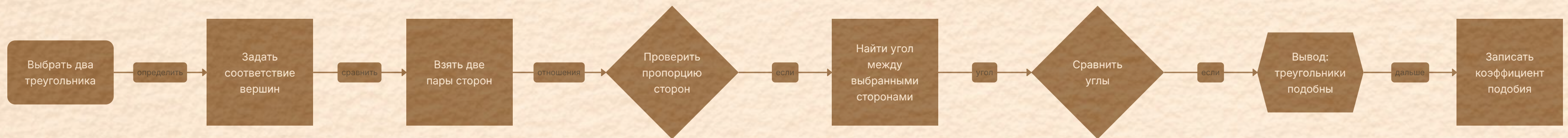
Где применяется этот признак подобия



Признак по двум сторонам и углу нужен, когда требуется найти неизвестные длины, проверить похожесть фигур на чертежах и в задачах по масштабу. Он удобен тем, что для вывода о подобии достаточно проверить два отношения и один угол.

Алгоритм проверки подобия по двум сторонам и углу

Последовательность действий при сравнении треугольников ABC и A1B1C1



У подобных треугольников соответствующие углы равны, а соответствующие стороны относятся как одно и то же число — коэффициент подобия. При $k > 1$ треугольник больше, при $k < 1$ — меньше, форма сохраняется.

Учебный курс геометрии 8 класса (признак и свойства подобия треугольников).

k

Коэффициент подобия показывает, во сколько раз меняется размер «копии» при сохранении формы.

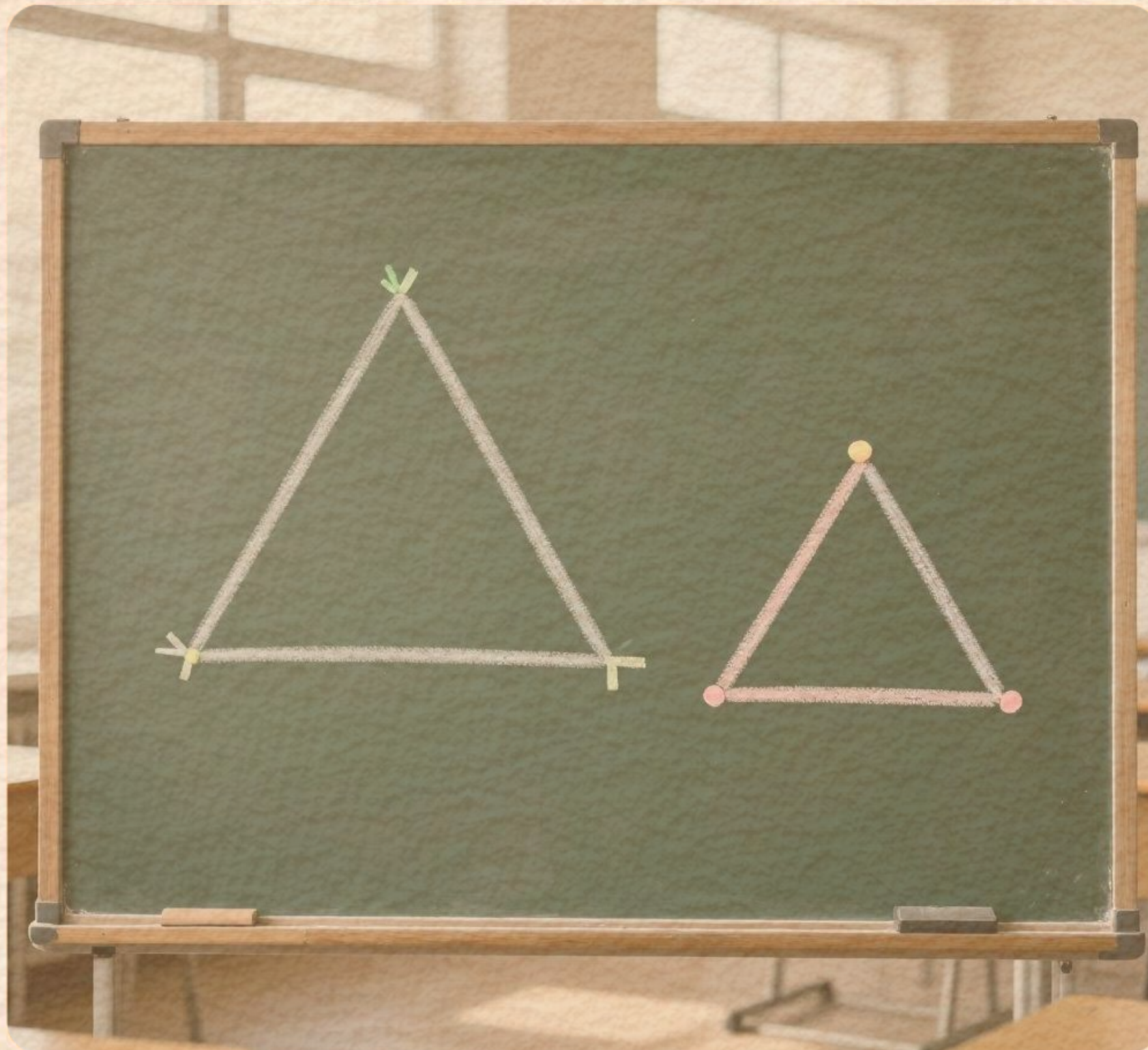
Формулировка признака подобия

Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого, и при этом угол между ними равен, то треугольники одинаковой формы. Такое условие связывает форму и масштаб.

Важно проверять именно угол между выбранными сторонами. Он определяет «расположение» этих сторон внутри треугольника и не даёт треугольникам поменять форму при сохранении пропорций.

Результат формулируют так: треугольники подобны по двум сторонам и углу между ними. После этого можно использовать коэффициент подобия для вычислений и проверки ответов.

Запись признака в обозначениях



Для треугольников ABC и $A_1B_1C_1$ признак записывают так: $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$ и $\angle A = \angle A_1$, если эти углы расположены между соответствующими сторонами. Обычно задают соответствие вершин: $A \leftrightarrow A_1, B \leftrightarrow B_1, C \leftrightarrow C_1$.

На рисунке равные углы отмечают одинаковыми дугами, а пропорциональные стороны — одинаковыми засечками. Такая разметка показывает, какие именно стороны и какой именно включённый угол сравниваются, чтобы вывод о подобии был корректным.

Элементы признака подобия

Таблица помогает запомнить, что именно проверяют в треугольниках и к какому выводу приходят.

Признак работает только при одновременном равенстве включённого угла и пропорциональности двух пар соответствующих сторон.

Условие	Проверяется	Вывод
Две пары сторон	Сравнение длин	Треугольники подобны по пропорциям
Угол между сторонами	Равенство включённого угла	Сохраняется форма
Итог	Оба условия выполнены	Подобие подтверждено
Коэффициент подобия	Показывает масштаб	Можно решать задачи

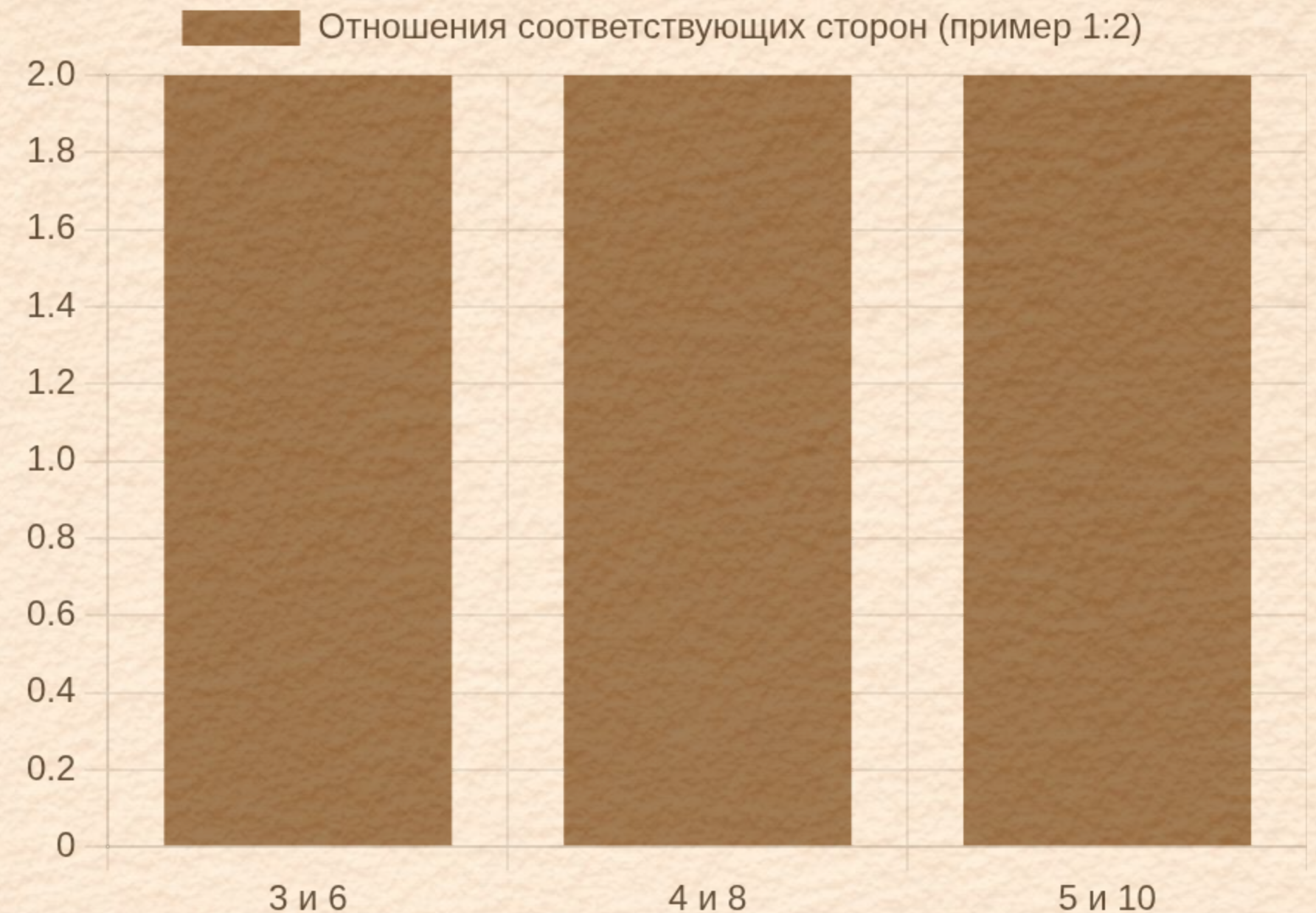
Учебный курс геометрии 8 класса.

Пример пропорциональных сторон

Все отношения соответствующих сторон равны 1:2, то есть одна фигура уменьшается ровно вдвое по длинам. Дополнительно отмечают равный угол между этими сторонами.

Когда пропорции одинаковы и угол между ними равен, можно сделать вывод о подобии без дополнительных измерений всех сторон.

Схематический пример для иллюстрации признака подобия (данные из условия слайда).



Коэффициент подобия — это отношение соответствующих сторон. Если он равен 2, то каждая сторона второго треугольника в 2 раза больше соответствующей стороны первого. При $k=1$ треугольники равны по размерам.

Учебный материал по теме «Подобие треугольников» (коэффициент подобия как отношение соответствующих сторон).

2

При таком коэффициенте размеры одного треугольника увеличиваются ровно вдвое относительно другого.

Почему нужен именно угол между сторонами



Пропорции сами по себе не решают

Если сравнить только отношения двух пар сторон, можно получить треугольники разной формы. Пропорции отвечают за масштаб, но не гарантируют одинаковое «раскрытие» сторон внутри треугольника.



Угол фиксирует расположение сторон

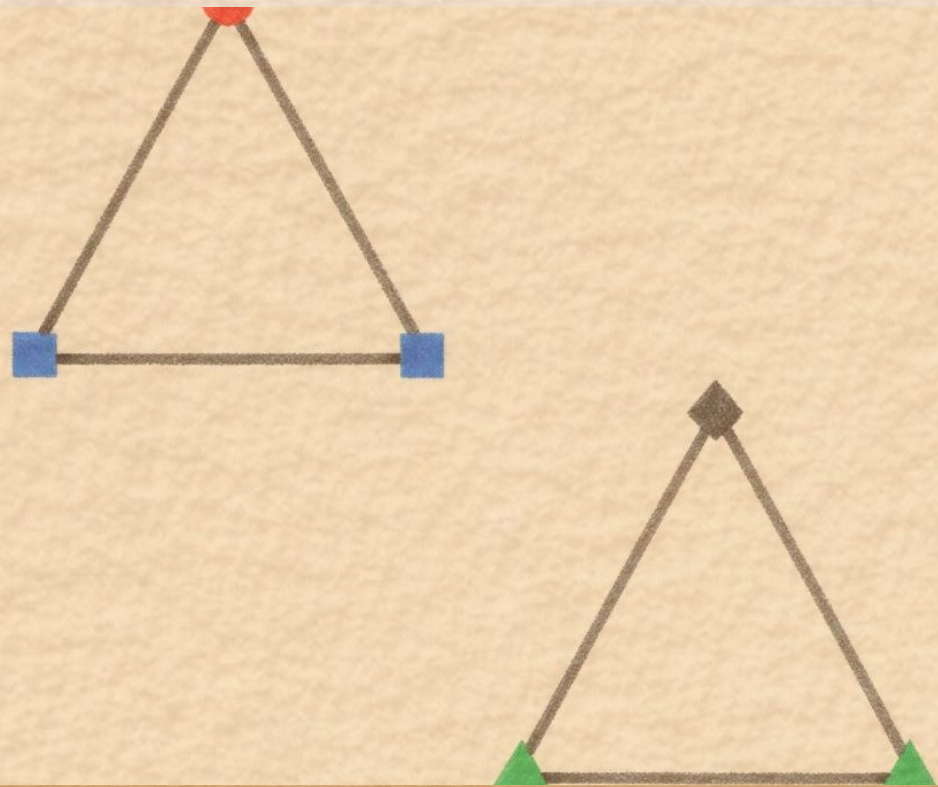
Равенство включённого угла означает, что выбранные стороны стоят друг к другу в одном и том же направлении. Так сохраняется геометрическая форма, а не только размеры по линейке.



Поэтому проверяют именно включённый угол

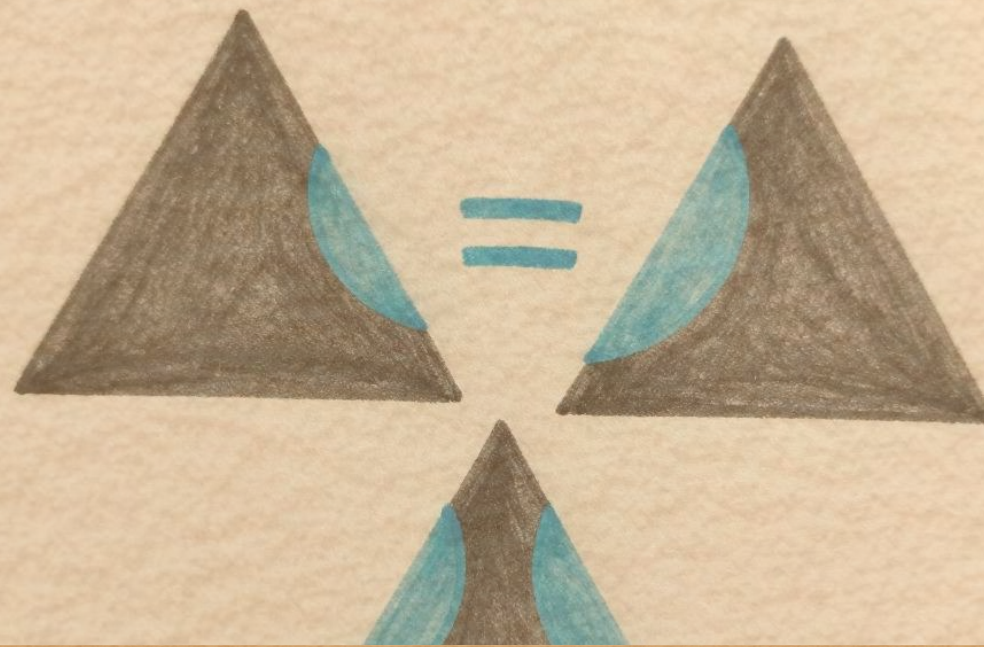
В признаке сравнивают не любой угол, а угол между выбранными сторонами. Тогда обе части условия работают вместе: пропорции задают масштаб, а угол — точную форму.

Как выглядит чертёж с отмеченным признаком



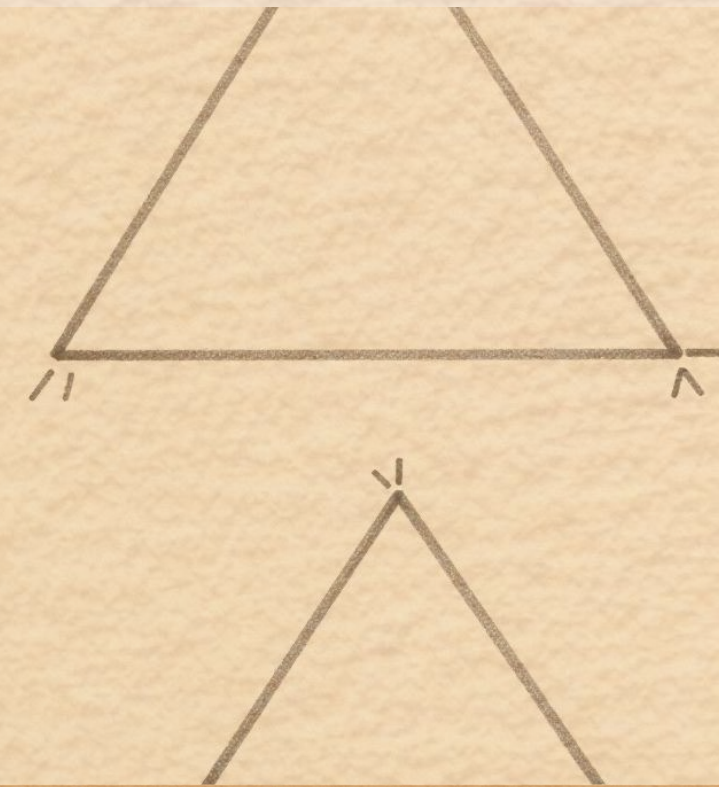
Два треугольника с «правильным» соответствием

На одном чертеже обычно показывают два треугольника и подписывают соответствующие вершины (например, $A \leftrightarrow A_1$, $B \leftrightarrow B_1$, $C \leftrightarrow C_1$). Такая разметка сразу подсказывает, какие стороны и углы сравниваются между собой, а не «по случайности».



Равные углы отмечают одинаковыми дугами

Угол между выбранными сторонами выделяют дугой. Если в обоих треугольниках этот включённый угол равен, дуги ставят одинаковые по виду и количеству. По рисунку становится видно: проверяется не любой угол, а именно тот, который «вклеен» между двумя сторонами.



Пропорциональные стороны подчёркивают штрихами

Стороны, которые должны входить в пропорцию, отмечают одинаковыми засечками или штрихами. Рядом часто записывают коэффициент подобия, например $k = 2$ или $k = 1/2$. Это делает масштаб сравнения наглядным: один треугольник — увеличенная или уменьшенная копия другого.

Что следует из подобия треугольников

Если два треугольника подобны, то их соответствующие углы равны. Значит, одинаковые дуги на чертеже всегда подтверждают общий «рисунок формы» даже при разном размере.

Периметры подобных треугольников относятся так же, как и соответствующие стороны. Поэтому можно сравнивать длины по контуру, опираясь на один и тот же масштаб.

Соответствующие стороны в подобных треугольниках пропорциональны: их отношение постоянно. Это отношение и есть коэффициент подобия, связывающий масштабы двух фигур.

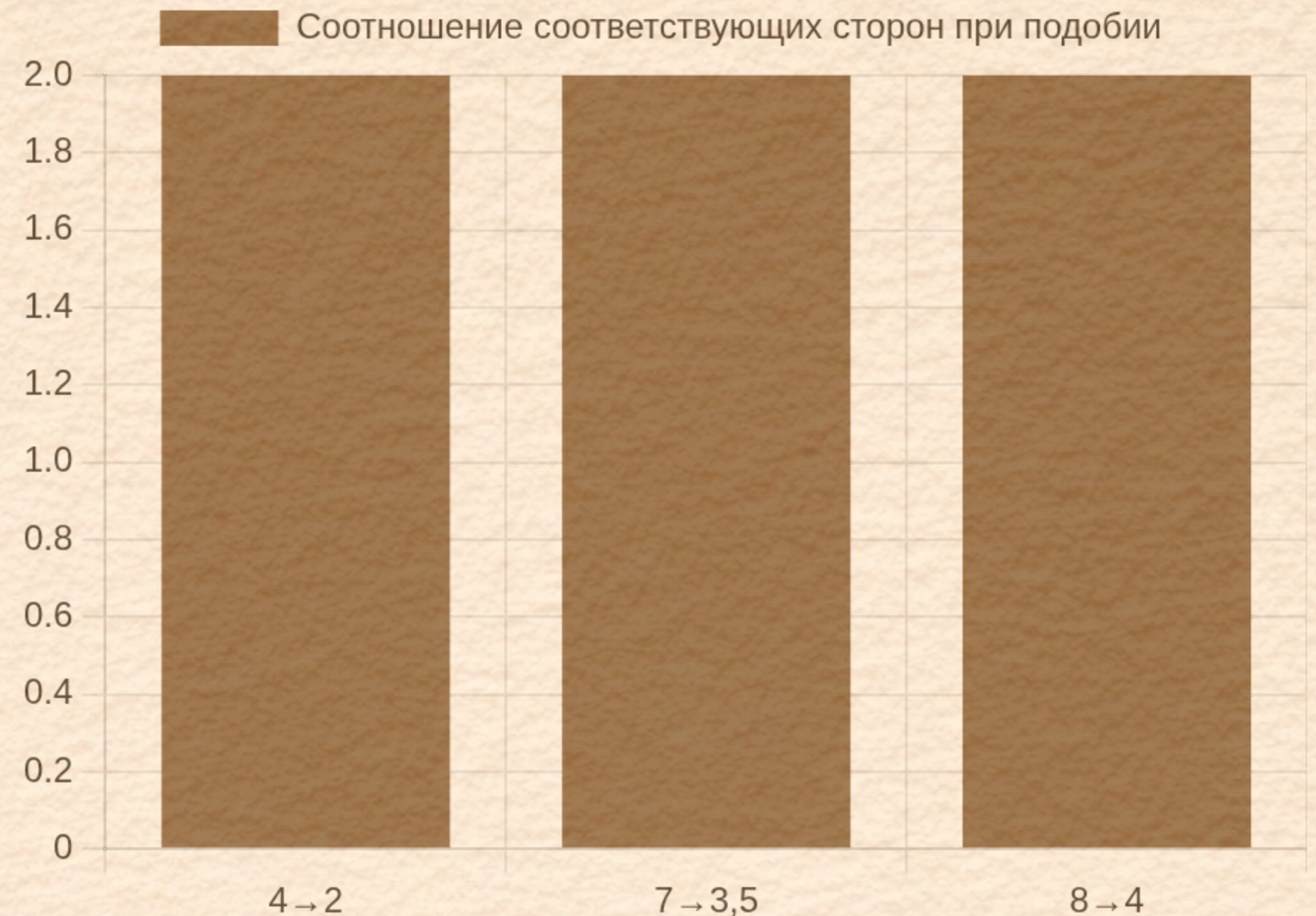
Подобие позволяет находить высоты, длины отрезков и другие величины, не измеряя всё подряд на чертеже. Достаточно доказать подобие и применить коэффициент.

Сравнение двух подобных треугольников по сторонам

Каждая пара соответствующих сторон даёт один и тот же коэффициент: $4:2 = 7:3,5 = 8:4$. Это показывает одинаковый масштаб двух треугольников.

Равенство отношений сторон подтверждает пропорциональность. Окончательный вывод о подобии делают после проверки равенства включённого угла.

Обобщённые значения из условия к слайду (4 и 2; 7 и 3,5; 8 и 4), без внешних данных.



Проверка признака на конкретных числах

Треугольник 1	Треугольник 2
Стороны: 6 и 9	Стороны: 4 и 6
Отношение: $6/4 = 9/6$	Отношение: $3/2 = 3/2$
Угол между ними	Угол между ними
$\sphericalangle = 40^\circ$	$\sphericalangle = 40^\circ$
Вывод	Вывод

Сравниваем две пары соответствующих сторон: сначала проверяем пропорцию, затем сверяем включённый угол между ними. Если и то и другое совпадает, делаем вывод о подобии.

Совпали и пропорция сторон (3:2), и равенство включённого угла (40°). Этого достаточно, чтобы заключить: треугольники подобны по двум сторонам и углу между ними.

Пример чисел взят из описания слайда: 6, 9, 4, 6 и угол 40° .

Типичные ошибки при применении признака

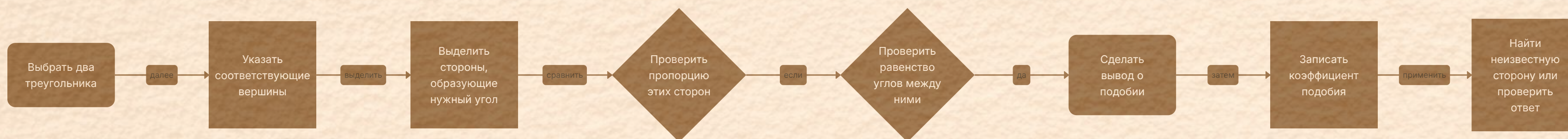
Частая ошибка — брать не те стороны, между которыми расположен нужный угол. Признак работает только для включённого угла, то есть угла «между выбранными сторонами» в одном треугольнике.

Другая ошибка — перепутать соответствующие вершины и, как следствие, какие стороны считать парными. Тогда отношения могут случайно совпасть, но подобие доказывать нельзя из-за неверных соответствий.

Ещё одна ошибка — считать, что любых пропорциональных сторон достаточно. Без проверки угла два треугольника могут иметь одинаковые отношения сторон, но быть разной формы.

Алгоритм решения задач на подобие

Шаги доказательства подобия по двум сторонам и углу между ними

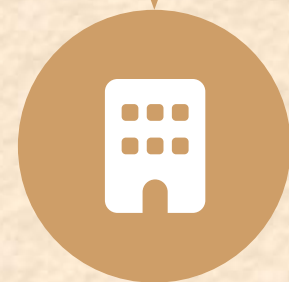


Применение в реальных задачах



Геометрические чертежи

В учебных и инженерных чертежах подобие помогает связывать размеры элементов на рисунке. Если известен масштаб и форма сохраняется, можно находить нужные отрезки по свойствам углов и сторон.



Планы зданий и моделей

На планах и в макетах размеры часто уменьшены. Признак подобия позволяет вычислять недоступные величины, сохраняя пропорции и проверяя соответствующие углы на схеме.



Карты и схемы местности

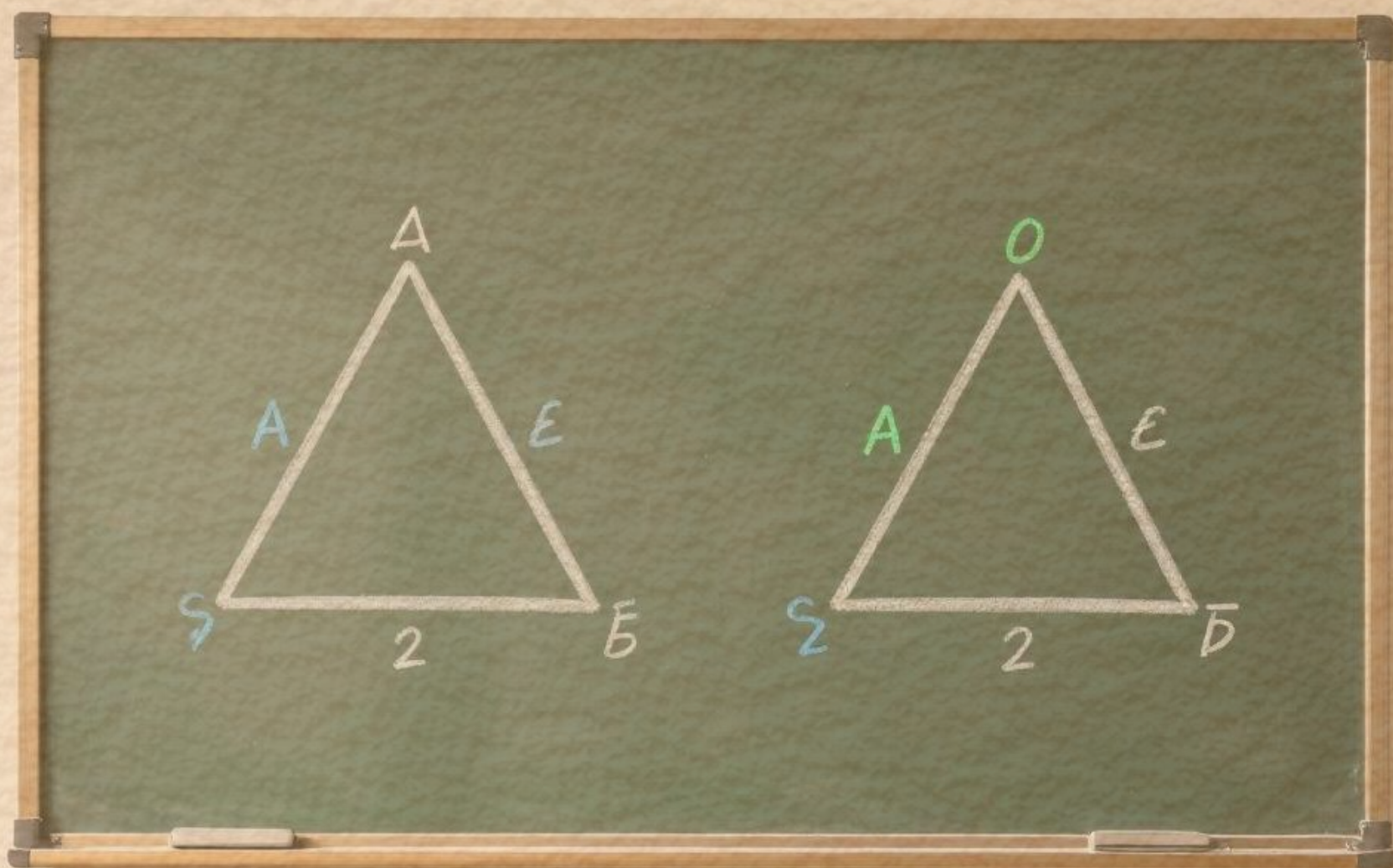
Когда на карте фигура — уменьшенная копия объекта, треугольники внутри схемы становятся подобными. Тогда по известным сторонам можно оценить ширину, расстояние или другие параметры без «прямых» измерений.



Фото и уменьшенные изображения

В повседневных задачах похожие треугольники встречаются в снимках и уменьшенных макетах. Углы сохраняются, но масштаб меняется — это и позволяет решать вычислительные задачи.

Обозначения на рисунке при проверке подобия



Как отмечают равные углы

На рисунке равные углы помечаются одинаковыми дугами. Важно, чтобы дуга стояла именно на угле между теми сторонами, которые вы собираетесь сравнивать по пропорции. Так исключается путаница с «посторонними» углами.

Как отмечают соответствующие стороны и отношения

Соответствующие стороны обозначают одинаковыми засечками или штрихами, а вершины связывают одинаковыми буквами или индексами. Рядом записывают отношение сторон, например $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$, чтобы закрепить правильные соответствия.

Что нужно запомнить перед решением задач

01.

Сначала – два условия

Признак работает только при выполнении обоих: стороны должны быть пропорциональны, а включённый угол между ними — равным. Если не проверили хотя бы одно, вывод о подобии не делается.

02.

Дальше – проверка и запись

После совпадения пропорции и угла можно считать треугольники подобными. Обычно записывают коэффициент подобия, чтобы не потерять связь между масштабами фигур.

03.

Затем – вычисления по коэффициенту

Коэффициент подобия используют, чтобы найти неизвестные длины или проверить полученный ответ. Так задача решается через отношения и углы, а не через измерение «на глаз».

Итог: короткий и надёжный признак подобия

Подобие треугольников по двум сторонам и углу между ними — строгий и удобный инструмент геометрии. Он опирается на пропорциональность сторон, равенство включённого угла и коэффициент подобия, помогая решать задачи без полного измерения.